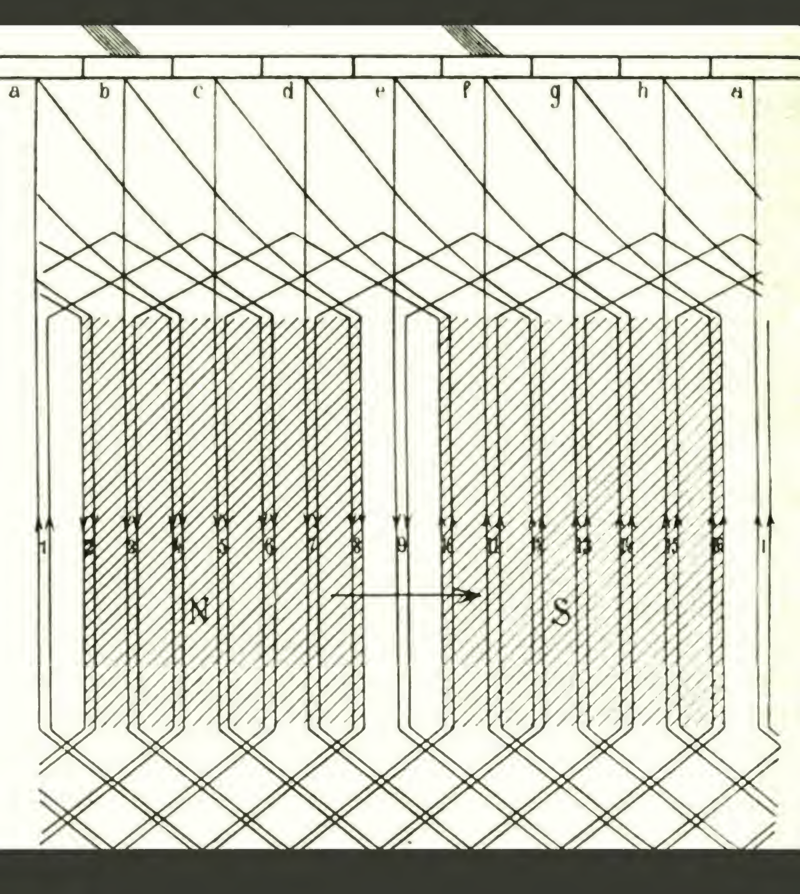


Gleichstrom-dynamo-maschinen und motoren, ihre ...

Georg Schmidt-Ulm

Gleichstrom-Dynamo-Maschinen und Motoren

ihre Wirkungsweise, Berechnung und Konstruktion

Praktisches Handbuch, sowie Leitfaden zum Unterricht und Selbststudium für Elektrotechniker, Konstrukteure und Studierende an technischen Mittel- und Hochschulen

Von

Prof. Georg Schmidt-Ulm

Direktor des Thüringischen Technikums in Ilmenau

im Verein mit

Dipl.-Ing. K. Metzler

Mit 219 Abbildungen, 12 Konstruktionstafeln und 1 Diagrammtafel

Fünfte Auflage



Leipzig
Verlag von Oskar Leiner
1915



Druck von Oskar Leiner in Leipzig. 30532

Vorwort zur fünften Auflage.

In der neuen Auflage hat der erste Teil „Die Wirkungsweise der Gleichstrom-Dynamomaschinen und Motoren“ einige Erweiterungen und Ergänzungen erfahren. Die Bezeichnung der einzelnen Größen erfolgte nach den Vorschlägen des Verbandes deutscher Elektrotechniker.

Der zweite Teil „Die Berechnung der Gleichstrom-Dynamomaschinen und Motoren“ wurde entsprechend den Fortschritten vollständig neu bearbeitet. Besonderes Gewicht wurde auf die Erläuterung der Stromwendung gelegt. Das Bestreben möglichst ohne Anwendung höherer Mathematik auszukommen und die Vorgänge graphisch zur Darstellung zu bringen, führte zur Verwendung der im Jahre 1902 von Prenzlin angegebenen Methode. Die Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten wurde, der Vollständigkeit wegen, in einem Anhang durchgeführt. Die Anwendung der Wendepole wurde an einer Turbodynamo gezeigt. Zu allen berechneten Beispielen sind in den Tafeln die Konstruktionszeichnungen, meist mit Details, entworfen. Das Buch kann daher nicht nur als Leitfaden für den Lernenden, sondern auch als Handbuch im Berechnungs- und Konstruktionsbureau verwendet werden.

Ilmenau (Thür.), Ostern 1915.

Die Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

I. Teil.

I. Abschnitt.

II. Abschnitt.

III. Abschnitt.

IV. Abschnitt.

Seite

V. Abschnitt.

VI. Abschnitt.

VII. Abschnitt.

II. Teil.

VIII. Abschnitt.

IX. Abschnitt.

X. Abschnitt.

XI. Abschnitt.

Anhang.

Erster Teil.

Die Wirkungsweise der Gleichstrom-Dynamomaschinen und Motoren.

I. Abschnitt.

1. Die praktischen elektrischen Maßeinheiten.

Unter Elektrizität stellt man sich heute einen Stoff vor, sagen wir ein sehr leichtes Gas, das aus „Elektronen“ besteht. So wie das Wasser aus einzelnen Molekülen besteht, so setzt sich die Elektrizität aus einzelnen Elektronen zusammen. Durch eine Druckdifferenz läßt sich das Wasser in einer Röhre in Bewegung setzen, es fließt durch die Leitung in einer bestimmten, begrenzten Zeit eine bestimmte Wassermenge. Die durch die Röhre fließende Menge drückt man dadurch zahlenmäßig aus, daß man angibt, wieviel Liter Wasser pro Sekunde durch den Querschnitt der Leitung gehen. Damit ein kontinuierlicher Wasserstrom durch die Leitung geht, muß die Druckdifferenz aufrechterhalten werden. Ähnlich liegen die Verhältnisse beim elektrischen Strom. Legt man an das Element einer elektrischen Taschenlampe die kleine Glühbirne, so strömt durch die Leitung und durch die Drähte der Lampe pro Sekunde eine bestimmte Elektrizitätsmenge.

Man nennt die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde durch den Querschnitt der Drähte geht, die Stromstärke.

Ist Q = Elektrizitätsmenge, t = Zeit in Sekunden und J die Stromstärke, so wird

$$J = \frac{Q}{t}. \qquad (1)$$

Die Elektrizitätsmenge läßt sich nicht unmittelbar wie die Wassermenge messen, sondern man muß eine der Wirkungen des elektrischen Stromes benutzen. Sehr einfach läßt sich die Einheit der Stromstärke mit Hilfe der chemischen Wirkungen festsetzen. Nach den gesetzlichen Bestimmungen bezeichnet man als die Einheit ein Ampere diejenige Stromstärke, die pro Sekunde aus einer Silbernitratlösung 1,118 *mg* Silber ausscheidet.

Aus Gleichung (1) ist die Elektrizitätsmenge

$$Q = J \cdot t.$$

Die Einheit der Elektrizitätsmenge ist daher die Amperesekunde, oder das Coulomb. Folglich ist eine Amperestunde gleichbedeutend mit 3600 Coulomb.

Die Ursache der Wasserströmung durch ein Rohr war der Druckunterschied zwischen den beiden Enden. Das Wasser strömt vom Ende höheren Druckes nach dem Ende niederen Druckes. Durch eine Pumpe kann der Druckunterschied konstant gehalten und ein kontinuierlicher Kreislauf des Wassers erzeugt werden. Schließt man ein galvanisches Element durch einen Draht, so fließt ein elektrischer Strom durch das Element und den Draht. Das Element vertritt die Stelle der Pumpe. Zwischen den beiden Polen des Elementes herrscht eine elektrische Druckdifferenz, man sagt, das Element habe eine gewisse Spannung. Diese Spannung wird durch die „elektromotorische Kraft“ (abgekürzt EMK genannt) des Elements fortwährend aufrecht erhalten, so daß der elektrische Strom so lange durch den Draht und das Element kreist, bis der Stromkreis unterbrochen wird. Beim „offenen“ Element, d. h. wenn das Element keinen Strom liefert, ist die Spannung gleich der EMK. Die EMK eines Elementes ist fast konstant und unabhängig von der Elementengröße. Als Einheit der EMK hatte man ursprünglich ganz willkürlich diejenige des Daniell-Elementes gewählt. Man nannte diese Einheit 1 „Daniell“. Später wurde als praktische Einheit das „Volt“ gewählt, es ist ein wenig kleiner als die ursprüngliche Einheit ein Daniell.

$$\text{EMK eines Daniellelementes} = 1{,}07 \text{ Volt.}$$

Legt man an die Klemmen eines Elementes nacheinander Drähte von verschiedener Länge und Dicke, so ergibt sich für jeden Draht eine andere Stromstärke. Bei ein und demselben Draht aber ergibt sich immer dieselbe Stromstärke. Das Verhältnis $\frac{\text{EMK}}{\text{Stromstärke}}$ bezeichnet man als „Widerstand“. Die Einheit des Widerstandes ist das „Ohm“. Wenn eine Stromquelle mit der EMK 1 Volt in einem Widerstand die Stromstärke 1 Ampere erzeugt, so hat der Widerstand die Größe 1 Ohm.

2. Das Ohmsche Gesetz.

Die gesetzmäßige Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft und von dem Widerstand des Stromkreises ist zuerst von dem deutschen Physiker Ohm erkannt worden.

Wenn in einem Stromkreis von 1 Ohm Widerstand die EMK von 1 auf 2 Volt erhöht wird, so steigt im gleichen Verhältnis die Stromstärke auf das doppelte, erhöht man sie allgemein auf E Volt, so steigt die Stromstärke auf das Efache. Vergrößert man ferner in demselben

Kreis den Widerstand auf 2 Ohm, so geht bei der EMK von E Volt die Stromstärke auf die Hälfte zurück, verändert man ihn allgemein auf R Ohm, so stellt sich die Stromstärke auf dem R ten Teil ein. Für die Stromstärke gilt also die Gleichung:

$$J = \frac{E}{R}, \tag{2}$$

in Worten:

In jedem geschlossenen Stromkreis ist die Stromstärke gleich der EMK dividiert durch den Widerstand des Kreises.

Setzt sich der Stromkreis aus mehreren Teilen zusammen, so ist unter dem Widerstand R des Stromkreises die Summe der Widerstände der einzelnen Teile zu verstehen. Der Gesamtwiderstand eines jeden Stromkreises setzt sich nun aus dem Widerstand der Stromquelle (dem inneren Widerstand R_i) und dem Widerstand der Leitungen und stromdurchflossenen Apparate, die an die Klemmen der Stromquelle angeschlossen sind (dem äußeren Widerstand R_a), zusammen.

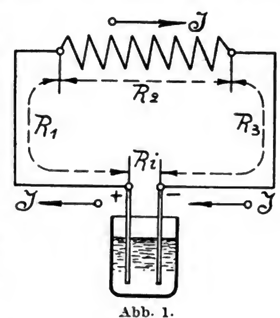


Abb. 1.

In Abb. 1 besteht der Stromkreis aus dem Element mit der EMK E und dem Widerstand R_i, ferner aus der Hinleitung mit dem Widerstand R_1, dem stromdurchflossenen Apparat mit dem Widerstand R_2 und der Rückleitung mit dem Widerstand R_3. Der Gesamtwiderstand des Stromkreises ist:

$$R = R_i + R_1 + R_2 + R_3 \text{ Ohm.}$$

Hierin stellt $R_a = R_1 + R_2 + R_3$ den äußeren Widerstand dar. Die Stromstärke in dem Kreise beträgt

$$J = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_i + R_1 + R_2 + R_3} \text{ Ampere.}$$

Ist z. B. E = 2 Volt, $R_i = 0{,}2$, $R_1 = R_3 = 0{,}1$, $R_2 = 3{,}6$ Ohm, so ist der äußere Widerstand

$$R_a = 0{,}1 + 3{,}6 + 0{,}1 = 3{,}8 \text{ Ohm,}$$

der Gesamtwiderstand

$$R = R_i + R_a = 0{,}2 + 3{,}8 = 4 \text{ Ohm.}$$

Nach Gleichung (2) daher die Stromstärke

$$J = \frac{E}{R} = \frac{2}{4} = 0{,}5 \text{ Ampere.}$$

Ist in einem Stromkreis die Stromstärke und der Widerstand bekannt, so kann man natürlich nach dem Ohmschen Gesetz auch die EMK berechnen. Für diese gilt:

$$E = J \cdot R.$$

Ebenso kann auch der Widerstand bestimmt werden, wenn die Stromstärke und die EMK gegebene Größen sind. Der Widerstand beträgt dann:

$$R = \frac{E}{J}.$$

Das Ohmsche Gesetz hat auch dann Gültigkeit, wenn sich in einem Stromkreis mehrere EMKe befinden. Die resultierende EMK

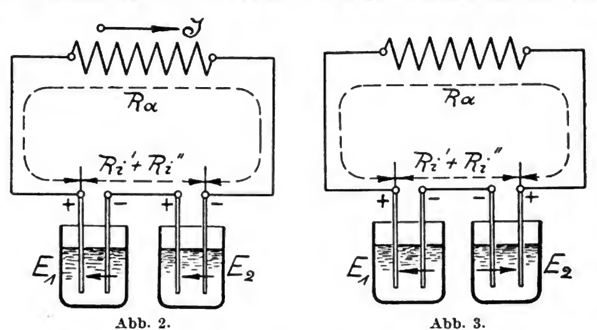


Abb. 2. Abb. 3.

in einem solchen Kreis ist dann gleich der algebraischen Summe der EMKe der einzelnen Stromquellen. In Abb. 2 sind z. B. zwei Elemente deren EMKe E_1 und E_2 sind, hintereinander geschaltet, in Abb. 3 gegeneinander geschaltet. Im ersten Fall ist die wirksame EMK:

$$E = E_1 + E_2,$$

im zweiten Fall dagegen:

$$E = E_1 - E_2.$$

Sind die inneren Widerstände der Elemente R_i' und R_i'' und der äußere Widerstand R_a, so wird die Stromstärke

$$\text{bei Hintereinanderschaltung } J = \frac{E_1 + E_2}{R_i' + R_i'' + R_a} \text{ Ampere,}$$

$$\text{bei Gegeneinanderschaltung } J = \frac{E_1 - E_2}{R_i' + R_i'' + R_a} \text{ Ampere.}$$

Z. B. wird mit $E_1 = 2$ Volt, $E_2 = 1{,}5$ Volt, $R_i' = 0{,}1$, $R_i'' = 0{,}2$ und $R_a = 3{,}2$ Ohm:

bei Hintereinanderschaltung $J = \frac{2 + 1{,}5}{0{,}1 + 0{,}2 + 3{,}2} = \frac{3{,}5}{3{,}5} = 1$ Ampere,

bei Gegeneinanderschaltung $J = \frac{2 - 1{,}5}{3{,}5} = \frac{0{,}5}{3{,}5} = 0{,}143$ Ampere.

3. Der Widerstand.

Nach dem Ohmschen Gesetz ist der Widerstand das Verhältnis von EMK zur Stromstärke. Aus den geometrischen Abmessungen Länge und Querschnitt läßt sich für ein gegebenes Material, bei bestimmter Temperatur der Widerstand ebenfalls berechnen. Legt man z. B. einen Quecksilberfaden von 1 *qmm* Querschnitt an eine EMK von 1 Volt und ändert die Länge des Fadens, so ergibt sich eine Stromstärke von 1 Ampere bei einer Länge von 1,063 *m* und 0°. Nach den gesetzlichen Bestimmungen ist daher die Widerstandseinheit 1 Ohm dargestellt durch einen Quecksilberfaden von 1 *qmm* Querschnitt und 1,063 *m* Länge bei der Temperatur 0° C. Ein Quecksilberfaden von 1 *m* Länge und 1 *qmm* Querschnitt besitzt einen Widerstand von $\frac{1}{1{,}063} = 0{,}94$ Ohm.

Legt man einen Kupferdraht von 1 *m* Länge und 1 *qmm* Querschnitt an die EMK 1 Volt, so erhält man eine Stromstärke von 57 Ampere, d. h. einen Widerstand von $\frac{1}{57} = 0{,}0175$ Ohm. Der Widerstand des Quecksilbers ist daher $\frac{0{,}94}{0{,}0175} = 53{,}6$ mal so groß als der des Kupfers. Für jedes Material läßt sich der Widerstand pro 1 *m* Länge und 1 *qmm* Querschnitt bestimmen. Man nennt ihn den „spezifischen Widerstand". In der Folge ist er mit s bezeichnet.

Je größer die Drahtlänge, desto größer ist der Widerstand, aber je größer der Querschnitt, desto kleiner ist er.

Bezeichnet l die Länge in Metern, q den Querschnitt in Quadratmillimetern, so ist

$$R = s\frac{l}{q} \text{ Ohm.} \qquad (3)$$

Der Widerstand im allgemeinen und demnach auch der spezifische Widerstand ändert sich nun mit der Temperatur, und zwar nimmt er mit steigender Temperatur bei den Metallen zu, bei Kohle und flüssi-

gen Leitern dagegen ab. Die Widerstandszunahme, die pro Ohm bei 1° Temperaturerhöhung auftritt, bezeichnet man als den „Temperaturkoeffizienten". Ist dieser α und ist der spezifische Widerstand irgendeines Materials bei 0 Grad s_0, so ist der spezifische Widerstand s_t bei t Grad:

$$s_t = s_0 + \alpha \cdot s_0 \cdot t = s_0 (1 + \alpha \cdot t).$$

Werte für s bei 0° und für α.

Material	s	α
Aluminium	0,03	+0,0038
Blei	0,22	+0,0038
Eisendraht	0,13	+0,0048
Gold	0,022	+0,0038
Kupfer, chem. rein . . .	0,0164	+0,0044
Handelskupfer	0,0175	+0,004
Messing	0,05 bis 0,08	+0,0016
Neusilber	0,15 bis 0,36	+0,0002 bis 0,0004
Nickel	0,13	+0,0037
Platin	0,094	+0,0024
Quecksilber	0,94	+0,00091
Silber	0,0159	+0,0038
Zink	0,06	+0,00365
Kohle	40,00 bis 120,00	—0,0003 bis —0,0008
Nickelin	0,44 ÷ 0,56	+0,00018 bis 0,00028
Manganin	0,43	+0,00002

Beispiel. Wie groß ist der Widerstand einer Telegraphenleitung aus Eisen von 3 *mm* Durchmesser und 20 *km* Länge bei 20° C?

Lösung: Spezifischer Widerstand für Eisen bei 0° = 0,13 Ohm, Temperaturkoeffizient = 0,0048.

Bei 20° beträgt dann der spezifische Widerstand:

$$s_{20} = s_0 (1 + \alpha \cdot t) = 0{,}13 (1 + 0{,}0048 \cdot 20)$$
$$s_{20} = 0{,}1424$$

Widerstand der Telegraphenleitung:

$$w = \frac{s \cdot l}{q} = \frac{0{,}1424 \cdot 20000}{\frac{3^2 \pi}{4}} = 404 \text{ Ohm}.$$

Den reziproken Wert des spezifischen Widerstandes nennt man spezifisches Leitungsvermögen:

$$k = \frac{1}{s}.$$

Gleichung (3) schreibt sich damit

$$R = \frac{l}{k \cdot q} \text{ Ohm.} \qquad (3a)$$

Für Kupfer ist $k = \frac{1}{0,0175} = 57.$

4. Der Spannungsverbrauch.

Im ersten Kapitel wurde erwähnt, daß die EMK die Aufgabe hat, die elektrische Druckdifferenz zwischen den Klemmen der Strom-

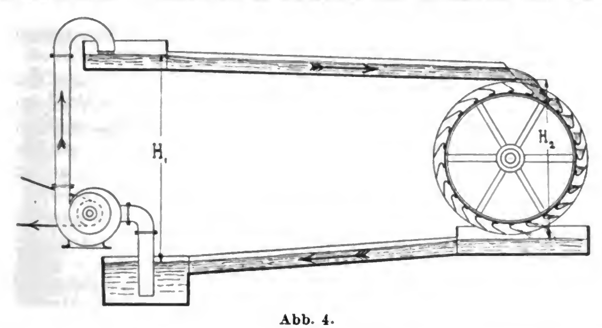


Abb. 4.

quelle, die als Klemmenspannung bezeichnet wird, hervorzubringen. Diese Klemmenspannung setzt dann, wenn der Stromkreis geschlossen wird, den Strom im äußeren Teil des Kreises in Bewegung. In dem in Abb. 4 gezeichneten Wasserstromkreis fällt diese Funktion der Höhen- oder Druckdifferenz H_1 zwischen den beiden Wasserspiegeln zu. Hier treibt die Höhendifferenz das Wasser von dem oberen Bassin durch den Zulauf nach dem Wasserrad und durch den Ablauf nach dem unteren Bassin.

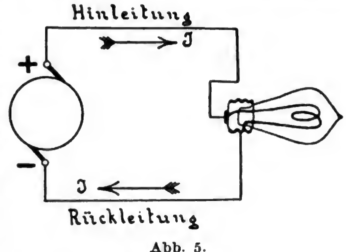


Abb. 5.

Am Wasserrad wird dabei nicht die volle Höhendifferenz als nutzbares Gefälle zur Geltung kommen, sondern nur ein Teil H_2 davon, weil im Zu- und Ablaufkanal zur Überwindung der Widerstände, die sich der Wasserbewegung entgegensetzen, ein geringer Teil

verbraucht wird. Auch bei dem elektrischen Stromkreis (Abb. 5) wird in der Hin- und Rückleitung zur Überwindung des elektrischen Widerstands eine gewisse Spannung verbraucht, um welche dann die Spannung an der Glühlampe geringer als die Klemmenspannung ist. Ferner wird die wasserbewegende Kraft der Pumpe, solange Wasser nach dem oberen Behälter gefördert wird, stets größer als die Druckdifferenz zwischen den Behältern sein, weil sie ja außerdem noch die Widerstände, die das Wasser bei der Bewegung in den inneren Teilen der Pumpe findet, überwinden muß. Bei dem elektrischen Stromkreis findet man analoge Verhältnisse. Solange in dem Kreis Strom fließt, wird von der EMK ein Teil den inneren Widerstand der Stromquelle, die in Abb. 5 als Dynamomaschine gedacht ist, überwinden müssen. Die Klemmenspannung wird dann um diesen Teil kleiner als die EMK.

Wendet man auf den Stromkreis in Abb. 5 das Ohmsche Gesetz an und bezeichnet E die EMK der Stromquelle, R_i den Widerstand derselben, R_1 den der Hinleitung, R_2 den der Glühlampe und R_3 den der Rückleitung, so ist die Stromstärke:

$$J = \frac{E}{R_i + R_1 + R_2 + R_3} \quad \text{oder}$$

$$E = J \cdot R_i + J \cdot R_1 + J \cdot R_2 + J \cdot R_3, \tag{4}$$

d. h. die EMK zerfällt in vier Teile. Der erste $J \cdot R_i$ dient offenbar dazu, den Strom durch die Stromquelle selbst zu treiben, während die drei anderen den Strom im äußeren Kreis durch die Hinleitung, die Glühlampe und die Rückleitung bewegen. Diese letzteren Teile stellen die Klemmenspannung E_k dar, also

$$E_k = J \cdot R_1 + J \cdot R_2 + J \cdot R_3.$$

Aus Gleichung (4) folgt dann

$$E_k = E - J \cdot R_i. \tag{5}$$

Da die Teilspannung $\varepsilon = J \cdot R_i$ für den äußeren Stromkreis verloren ist, so bezeichnet man sie gewöhnlich als Spannungsverlust in der Stromquelle.

Die Klemmenspannung ist

$$E_k = J\,(R_1 + R_2 + R_3) \quad \text{also}$$

$$J = \frac{E_k}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Ist die Klemmenspannung bekannt, so läßt sich mit Hilfe der äußeren Widerstände die Stromstärke berechnen. $J \cdot R_1$ und $J \cdot R_3$ sind die Spannungsverluste in den Leitungen, $J \cdot R_2 = E_k'$ ist die

Spannung, die nützlich in dem Stromverbrauchsapparat z. B. der Glühlampe verwendet wird. Aus $E_k' = J \cdot R_2$ ist auch

$$J = \frac{E_k'}{R_2}.$$

Aus allen diesen Gleichungen läßt sich die Folgerung ziehen: „Das Ohmsche Gesetz gilt nicht nur für den geschlossenen Stromkreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil desselben. Immer bekommt man die Stromstärke, die durch einen Leiter hindurchfließt, wenn man die Spannung, die zwischen den Enden des Leiters vorhanden ist, durch den Widerstand des Leiters dividiert."

Umgekehrt ist die Spannung, die den Strom durch einen Leiter hindurchtreiben soll, gleich dem Produkt aus der Stromstärke und dem Widerstand des Leiters. Um diesen Betrag fällt die Spannung in dem Widerstand ab, er wird, wie bereits erwähnt, zur Überwindung des Widerstandes verbraucht. Verrichtet der Strom in dem Widerstand selbst keine Nutzarbeit, so bezeichnet man die verbrauchte Spannung auch als Spannungsverlust.

Beispiel. In Abb. 5 soll der Widerstand einer Anzahl parallel geschalteter Glühlampen 2 Ohm, der Widerstand der Hin- und Rückleitung je 0,2 Ohm, der Widerstand der Stromquelle 0,1 Ohm und die EMK 125 Volt betragen. Die Stromstärke und die Verteilung der Spannung auf die einzelnen Teile des Kreises soll ermittelt werden.

Lösung. Im Kreis fließt ein Strom von

$$J = \frac{E}{R_a + R_i} = \frac{125}{0{,}2 + 2 + 0{,}2 + 0{,}1}$$

$$J = 50 \text{ Ampere.}$$

In der Stromquelle selbst beträgt der Spannungsverlust:

$$J \cdot R_i = 50 \cdot 0{,}1 = 5 \text{ Volt.}$$

Als Klemmenspannung stehen für den äußeren Teil des Kreises zur Verfügung: $E_k = E - J \cdot R_i = 125 - 5 = 120$ Volt.

Die Spannungsverluste in der Leitung betragen

$$J \cdot R_1 = J \cdot R_3 = 50 \cdot 0{,}2 = 10 \text{ Volt.}$$

Zusammen also $J(R_1 + R_3) = 20$ Volt, so daß an den Lampen noch

$$E_k' = E_k - J(R_1 + R_3) = 120 - 20 = 100 \text{ Volt}$$

zur Verfügung stehen.

5. Die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung.

Unter mechanischer Arbeit versteht man das Produkt von Kraft mal Weg, unter Kraft das Produkt von Masse mal Beschleunigung.

Die Krafteinheit 1 Dyn wird erhalten, wenn der Masse 1 *g* in der Sekunde die Geschwindigkeitszunahme 1 *cm*/Sek. erteilt wird.

Wirkt 1 Dyn auf dem Weg 1 *cm*, so ist die geleistete Arbeit 1 *cm*dyn oder 1 Erg. Dies ist die absolute Arbeitseinheit. Da sie sehr klein ist, faßt man 10^7 Erg zur praktischen elektrischen Arbeitseinheit 1 Joule zusammen. Die praktische mechanische Arbeitseinheit ist das Meterkilogramm (*mkg*). Die Erdbeschleunigung ist in der Sekunde 981 *cm*/Sek., die Masse von 1 *kg* = 1000 *g* wird also von der Erde angezogen mit einer Kraft von

$$1000 \times 981 = 981\,000 \text{ Dyn.}$$

Die Arbeitseinheit 1 *mkg* umfaßt daher 100 × 981 000 Erg oder

$$9{,}81 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

Da 10^7 Erg = 1 Joule, so ist

1 *mkg* = 9,81 Joule.

Nach dem mechanischen Wärmeäquivalent sind 427 *mkg* gleichbedeutend mit einer Kilogramm-Kalorie. Auf eine Kalorie entfallen nach obigem

$$9{,}81 \times 427 = 4190 \text{ Joule.}$$

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{4190} \cong 0{,}24 \cdot 10^{-3} \; kg\text{-Kalorien.}$$

1 Joule = 0,24 *g*-Kalorien.

Unter der Leistung versteht man die Arbeit pro Sekunde. Die Einheit der elektrischen Leistung ist 1 Joule/Sek. = 1 Watt.

$$1 \; mkg/\text{Sek.} = 9{,}81 \text{ Joule/Sek.} = 9{,}81 \text{ Watt.}$$

Da 75 *mkg*/Sek. = 1 PS, so ist

1 PS = 75 × 9,81 = 736 Watt.

Mit den gefundenen Zahlenwerten kann man mechanische Leistung in elektrische und umgekehrt elektrische in mechanische umrechnen. Fallen in einer Wasserkraftanlage Q Liter Wasser über ein Gefälle von h Meter, so ist die vom Wasser geleistete Arbeit Q · h *mkg*. Der Wassermenge entspricht im elektrischen Stromkreis die Elektrizitätsmenge und nach Kap. 4 der Fallhöhe des Wassers die Spannung. Die elektrische Arbeit muß sich daher ergeben zu

$$A = Q \cdot E_k \text{ Joule.} \tag{6}$$

Dividiert man Gleichung (6) auf beiden Seiten durch die Zeit t, so wird die Leistung

$$L = \frac{A}{t} = \left(\frac{Q}{t}\right) \cdot E_k \text{ Joule pro Sekunde oder Watt.}$$

Nach Gleichung (1) war $J = \frac{Q}{t}$, also

$$\mathbf{L = J \cdot E_k \; Watt.} \qquad (7)$$

Setzt man $Q = J \cdot t$ in (6) ein, so wird

$$\mathbf{A = J \cdot E_k \cdot t \; Joule.} \qquad (8)$$

Da 1 Joule = 0,24 *g*-Kalorien, so wird auch

$$A = 0{,}24 \cdot J \cdot E_k \cdot t \; g\text{-Kalorien.}$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist $E_k = J \cdot R$, wenn E_k die Spannung an den Enden des Widerstandes R. Damit

$$\mathbf{A = 0{,}24 \cdot J^2 \cdot R \cdot t \; \mathit{g}\text{-Kalorien.}} \qquad (9)$$

Man nennt Gleichung (9) das Joulesche Gesetz, weil der englische Physiker Joule den Zusammenhang zwischen der Arbeit, den elektrischen Größen und der Zeit zum erstenmal experimentell feststellte. Ein Joule oder eine Wattsekunde ist wieder eine recht kleine Einheit, daher rechnet man in der Praxis mit den größeren Einheiten 1 Wattstunde, 1 Hektowattstunde, 1 Kilowattstunde.

1 Wattstunde = 3600 Joule,
1 Hektowattstunde = 360 000 Joule,
1 Kilowattstunde = 3 600 000 Joule.

In einem geschlossenen Kreise setzt die EMK E den Strom J in Bewegung. Die in diesem Kreise geleistete Arbeit pro Sekunde ist dann das Produkt $J \cdot E$. Dieser Effekt verteilt sich auf die einzelnen Teile des Stromkreises, Auskunft über die Verteilung ergibt das Ohmsche Gesetz. Für den Stromkreis in Abb. 5 gilt:

$$J = \frac{E}{R_i + R_1 + R_2 + R_3}, \quad \text{hieraus}$$

$$E = J \cdot R_i + J \cdot R_1 + J \cdot R_2 + J \cdot R_3.$$

Multipliziert man jedes Glied mit J, so wird:

$$J \cdot E = J^2 \cdot R_i + J^2 \cdot R_1 + J^2 \cdot R_2 + J^2 \cdot R_3.$$

Die Gesamtleistung JE zerfällt also in vier Summanden, $J^2 \cdot R_i$ ist die Leistung innerhalb der Stromquelle, $J^2 \cdot R_1$ die Leistung in der Hinleitung, $J_2 \cdot R_2$ die Leistung in den Glühlampen und $J^2 \cdot R_3$ die Leistung in der Rückleitung. Hiervon ist $J^2 \cdot R_2$ die Nutzleistung, für welche man in den Glühlampen Wärme und Licht erhält. Die drei anderen Beträge werden gleichfalls in Wärme umgesetzt; sie gehen jedoch verloren, weshalb man sie möglichst klein halten soll. Diese Beträge, die man auch als Effektverluste bezeichnet, gehen aus den Span-

nungsverlusten hervor, wenn man diese noch mit der Stromstärke multipliziert.

Beispiel. In ein Gefäß, welches mit 2 *l* Wasser von 12° C gefüllt ist, wird eine Nickelinspirale von 5 Ohm Widerstand getaucht. Durch einen Strom von 10 Ampere, der durch die Nickelinspirale fließt, soll das Wasser zum Sieden gebracht werden. In welcher Zeit erfolgt dies und welche Kosten verursacht der Strom, wenn der Preis für 1 Kilowattstunde 20 Pfennig beträgt?

Lösung: Das Wasser muß um 100 — 12 = 88° erwärmt werden, für 2 *l* sind erforderlich

$$2000 \times 88 = 176000 \; g\text{-Kalorien} \quad \text{oder}$$

$$\frac{176000}{0{,}24} = 734000 \text{ Joule.}$$

Die Spannung an den Enden des Widerstandes muß sein

$$E_k = 5 \times 10 = 50 \text{ Volt.}$$

Aus Gleichung (8) ergibt sich die Zeit zu:

$$t = \frac{A}{J \cdot E_k} = \frac{734000}{10 \cdot 50}$$

$$t = 1468 \text{ Sek.} = 24^1/_2 \text{ Minute.}$$

Oder aus Gleichung (9) ergibt sich sofort:

$$t = \frac{176000}{0{,}24 \cdot 10^2 \cdot 5} = 1468 \text{ Sek.}$$

Die Arbeit des Stromes in Kilowattstunden beträgt

$$\frac{734000}{3600000} \cong 0{,}2.$$

Die Kosten sind damit

$$0{,}2 \cdot 20 = 4 \text{ Pfennig.}$$

6. Stromverzweigungen.

In dem bisher besprochenen Stromkreis sind die Widerstände so verbunden, daß von der Stromquelle aus dem Strom durch den äußeren Teil des Kreises nur ein Weg zur Verfügung steht. Eine solche Schaltung, bei welcher also immer das Ende des einen Widerstandes mit dem Anfang des folgenden verbunden ist, bezeichnet man als „Hintereinander-, Reihen- oder Serienschaltung".

Kann sich der Strom an irgendeiner Stelle des Stromkreises z. B. in A (Abb. 6) teilen, so spricht man von einer Stromverzweigung.

Diese Schaltung der Widerstände heißt „Nebeneinander- oder Parallelschaltung". Zur raschen Ermittelung der Stromverhältnisse in einer Stromverzweigung dienen besondere, zum Teil aus dem Ohmschen Gesetz abgeleitete Regeln, die unter dem Namen „Kirchhoffsche Gesetze" bekannt sind.

a) Erstes Kirchhoffsches Gesetz.

An jedem Punkt eines elektrischen Stromkreises ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden.

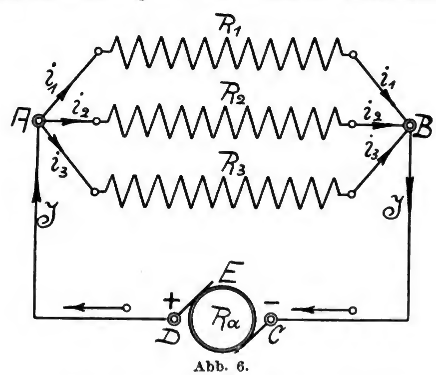


Abb. 6.

In Abb. 6 gilt also für den Verzweigungspunkt A:

$$J = i_1 + i_2 + i_3,$$

Ebenso für den Verzweigungspunkt B:

$$i_1 + i_2 + i_3 = J.$$

b) Zweites Kirchhoffsches Gesetz.

In jedem in sich geschlossenen Teil eines Stromnetzes ist die Summe der Produkte aus Stromstärke mal Widerstand gleich der Summe der in diesem Stromkreise vorhandenen EMKe. Dabei sind die im Sinne des Uhrzeigers tätigen EMKe positiv, die entgegengesetzten negativ zu rechnen.

Ist in Abb. 6 der Widerstand der Hin- und Rückleitung R_l, der Widerstand der Stromquelle R_a, so gelten für die drei geschlossenen Stromkreise nach diesem Gesetz die Gleichungen:

Stromkreis $A\,R_1\,B\,C\,D\,A$: $E = J \cdot R_a + J \cdot R_l + i_1 \cdot R_1$
Stromkreis $A\,R_2\,B\,C\,D\,A$: $E = J \cdot R_a + J \cdot R_l + i_2 \cdot R_2$
Stromkreis $A\,R_3\,B\,C\,D\,A$: $E = J \cdot R_a + J \cdot R_l + i_3 \cdot R_3$.

Hieraus ist $i_1 \cdot R_1 = i_2 \cdot R_2 = i_3 \cdot R_3 = E_k$ = Spannung zwischen den Punkten A und B. Aus obigen drei Gleichungen folgt

$$E_k = E - J(R_a + R_l),$$

d. h. die Spannung an den Verzweigungspunkten ist um die Spannungsverluste, die in der Hin- und Rückleitung und in der Stromquelle auftreten, kleiner als die EMK der Stromquelle. Ist E_k bekannt und sind ferner auch die Widerstände der Stromzweige gegeben, so können die Stromstärken mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes berechnet werden. So fließen im oberen Zweig:

$$i_1 = \frac{E_k}{R_1},$$

im mittleren
$$i_2 = \frac{E_k}{R_2},$$

im unteren
$$i_3 = \frac{E_k}{R_3}. \qquad \text{a)}$$

Zwei Stromzweige für sich betrachtet, bilden ebenfalls einen geschlossenen Kreis, in welchem jedoch eine EMK nicht vorhanden ist. Mit Rücksicht auf das Vorzeichen erhält man für den oberen und mittleren Zweig $A R_1 B R_2 A$:

$$0 = i_1 \cdot R_1 - i_2 \cdot R_2$$

oder
$$i_1 \cdot R_1 = i_2 \cdot R_2.$$

Schreibt man diese Gleichung als Proportion, so wird:

$$i_1 : i_2 = R_2 : R_1.$$

Dasselbe ergibt sich auch für den mittleren und unteren, bzw. für den oberen und unteren Zweig. Immer gilt die Regel:

Die Teilströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände der entsprechenden parallel geschalteten Stromzweige.

Von besonderer Wichtigkeit ist der Widerstand, den die drei Stromzweige zusammen dem Hindurchfließen des Stromes entgegensetzen. Dieser „resultierende Widerstand" ist jedenfalls kleiner als jeder einzelne Widerstand, da ja durch die Parallelschaltung der Durchflußquerschnitt vergrößert wird. Ersetzt man die Widerstände der drei Zweige durch den resultierenden Widerstand, so darf dadurch in den Strom- und Spannungsverhältnissen keine Änderung eintreten. Durch diesen Widerstand muß dieselbe Spannung E_k den ungeteilten Strom J hindurchtreiben.

Bezeichnet man diesen Ersatzwiderstand mit R, so ist nach dem Ohmschen Gesetz

$$J = \frac{E_k}{R}. \qquad \text{b)}$$

Setzt man die Gleichungen a) und b) in die Beziehung

$$J = i_1 + i_2 + i_3$$

ein, so wird

$$\frac{E_k}{R} = \frac{E_k}{R_1} + \frac{E_k}{R_2} + \frac{E_k}{R_3}$$

oder

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \qquad (10)$$

Aus dieser Gleichung, die selbstverständlich für jede beliebige Anzahl Stromzweige Gültigkeit hat, läßt sich der resultierende Widerstand berechnen.

$\frac{1}{R_1}$, $\frac{1}{R_2}$, $\frac{1}{R_3}$ stellen das Leitungsvermögen des betreffenden Zweiges dar, $\frac{1}{R}$ das Leitungsvermögen der ganzen Verzweigung. Es ist also das Leitungsvermögen der ganzen Verzweigung gleich der Summe der Leitungsvermögen der einzelnen Zweige.

Sind die parallel geschalteten Widerstände alle gleich, so ist bei vier Widerständen das resultierende Leitungsvermögen:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} = \frac{4}{R_1},$$

der resultierende Widerstand

$$R = \frac{R_1}{4}.$$

Abb. 7.

Bei n gleichen Widerständen ist also der resultierende Widerstand gleich dem nten Teil eines Widerstandes.

Wenn die Verzweigung nur zwei Zweige besitzt, so ergibt sich der resultierende Widerstand dieser Schleife aus der Gleichung:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

zu

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (11)$$

Von dieser Schaltung macht man z. B. häufig bei der Anfertigung von kleinen Präzisionswiderständen, bei welchen die genaue Abgleichung der Drahtlänge Schwierigkeit bereitet, Gebrauch. Man fertigt den Widerstand etwas größer an und schaltet dann einen zweiten Widerstand, der verhältnismäßig groß ausfällt, parallel. Der resul-

tierende Widerstand entspricht dann der verlangten Größe. Soll dieser z. B. 1 Ohm sein, so macht man R_1 in Abb. 7 etwas größer als 1, vielleicht 1,05 Ohm. Der parallel zu schaltende Widerstand R_2 ergibt sich dann aus:

$$1 = \frac{1{,}05 \cdot R_2}{1{,}05 + R_2}$$

$$1{,}05 + R_2 = 1{,}05\,R_2$$

$$1{,}05 = 0{,}05\,R_2$$

$$R_2 = \frac{1{,}05}{0{,}05} = 21 \text{ Ohm.}$$

Die Drahtlänge dieses Widerstandes läßt sich hinreichend genau abpassen. Selbst wenn ein größerer Fehler dabei gemacht wird, ist der Fehler im Gesamtwiderstand noch klein. Z. B. werde beim Abgleichen von R_2 ein Fehler von 5% gemacht, d. h. R_2 = 22,05 Ohm statt 21 Ohm. Es ist dann:

$$R = \frac{1{,}05 \cdot 22{,}05}{1{,}05 + 22{,}05} = 1{,}0023 \text{ Ohm.}$$

Der Fehler im Gesamtwiderstand ist also nur 0,23%.

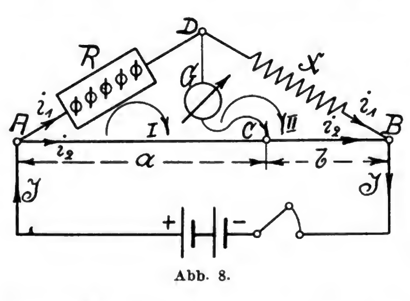


Abb. 8.

7. Die Wheatstonesche Brücke.

Nach Kap. 3 läßt sich der Widerstand aus den Dimensionen des Materials berechnen, mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes auch messen durch Ermittelung der Spannung an den Enden und der durchfließenden Stromstärke. Kennt man die Größe eines Widerstandes, so zeigt Abb. 8 die Schaltung zur einfachen Messung eines beliebigen anderen Widerstandes.

AB ist ein ausgespannter, blanker Draht, auf dem der Kontakt C hin- und hergeschoben werden kann. Dieser Draht ist mit den beiden Polen einer Batterie verbunden, und parallel zu AB liegen die beiden Widerstände R und x, die ihrerseits hintereinander geschaltet sind. R ist bekannt, x soll bestimmt werden. Von dem Punkte D zwischen den beiden Widerständen geht ein Draht nach einem Galvanometer und vom Galvanometer ein weiterer Draht nach C. Man verschiebt C

so lange, bis das Galvanometer keinen Ausschlag mehr zeigt. Von D nach C fließt dann kein Strom, sondern i_1 von A über D nach B, i_2 von A über C nach B. In dem Stromkreis I von A über DCA ist dann nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz

$$i_1 \cdot R - i_2 \cdot a = 0 .$$

Im Stromkreis II von D über BCD ist

$$i_1 x - i_2 \cdot b = 0 ,$$

also

$$i_1 \cdot R = i_2 \cdot a ,$$

$$i_1 \cdot x = i_2 \cdot b .$$

Dividiert man beide Gleichungen durcheinander, so folgt

$$\frac{R}{x} = \frac{a}{b}$$

oder

$$x = \frac{b}{a} \cdot R .$$

Da die Widerstände a und b den gleichen Querschnitt haben, so kann man statt der Widerstände die Längen setzen. Gewöhnlich macht man AB = 100 *cm*, die Länge b ist dann (100 — a) *cm*, daher

$$x = \left(\frac{100 - a}{a}\right) R \text{ Ohm.} \qquad (12)$$

8. Die Schaltung von Elementen.

Je nach dem Verwendungszweck schaltet man die einzelnen Elemente einer Batterie in verschiedener Weise. Ist der äußere Widerstand groß, so wählt man zur Erzielung einer möglichst großen Stromstärke Hintereinanderschaltung (Abb. 9). Die einzelnen EMKe addieren sich, ebenso die inneren Widerstände. Da der innere Widerstand eines Elementes klein ist, so wird auch die Summe gegenüber dem großen äußeren Widerstande klein bleiben.

Ist E die EMK eines Elementes,
n die Anzahl der Elemente,
R_i der innere Widerstand eines Elementes,
R_a der äußere Widerstand,

so ist der Gesamtwiderstand $R_a + n \cdot R_i$ und die Stromstärke

$$J = \frac{n \cdot E}{R_a + n \cdot R_i} \text{ Ampere.} \qquad (13)$$

Ist dagegen der äußere Widerstand klein, so wählt man Parallelschaltung (Abb.10), weil erstens die Spannung nur klein zu sein braucht

und zweitens bei Hintereinanderschaltung der innere Widerstand $n \cdot R_i$ gegenüber R_a zu groß werden würde. Bei Parallelschaltung

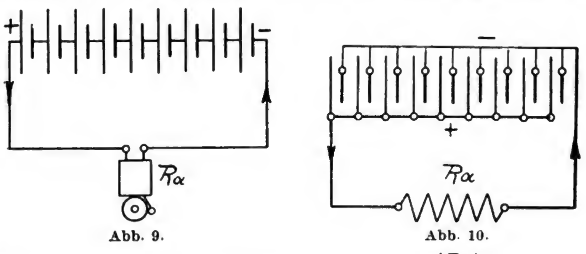


Abb. 9. Abb. 10.

dagegen wird der innere Gesamtwiderstand nur $\left(\frac{R_i}{n}\right)$. Die Stromstärke wird

$$J = \frac{E}{R_a + \frac{R_i}{n}} \text{ Ampere.} \tag{14}$$

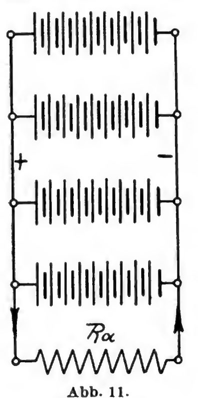


Abb. 11.

Als dritte Schaltung kann noch die gemischte nach Abb. 11 angewendet werden. Hier muß zur Erzielung der maximalen Stromstärke der innere Widerstand genau so groß sein als der äußere. Dementsprechend ist die Zahl parallel geschalteter Gruppen zu wählen. Bezeichnet m die Zahl paralleler Gruppen, so ist die Zahl hintereinander geschalteter Elemente jeder Gruppe $\frac{n}{m}$.

Der innere Widerstand einer Gruppe also $\left(\frac{n}{m}\right) \cdot R_i$ Ohm.

Da m Gruppen parallel liegen, so ist der gesamte innere Widerstand $\frac{\left(\frac{n}{m}\right) R_i}{m}$ oder $\frac{n}{m^2} \cdot R_i$ Ohm.

Die gesamte EMK ist $\left(\frac{n}{m}\right)$ E Volt und die Stromstärke

$$J = \frac{\frac{n}{m} \cdot E}{\frac{n}{m^2} R_i + R_a}.$$

Multipliziert man Zähler und Nenner der rechten Seite mit m, so wird

$$J = \frac{n \cdot E}{\frac{n}{m} \cdot R_i + m \cdot R_a}. \qquad (15)$$

Der Nenner wird am kleinsten, wenn $m \cdot R_a = \frac{n}{m} \cdot R_i$, d. h. wenn der innere und äußere Widerstand gleich sind. Ist z. B. $n = 40$, $R_i = 0{,}4$ und $R_a = 1$ Ohm, $E = 2$ Volt, so wird für den maximalen Strom

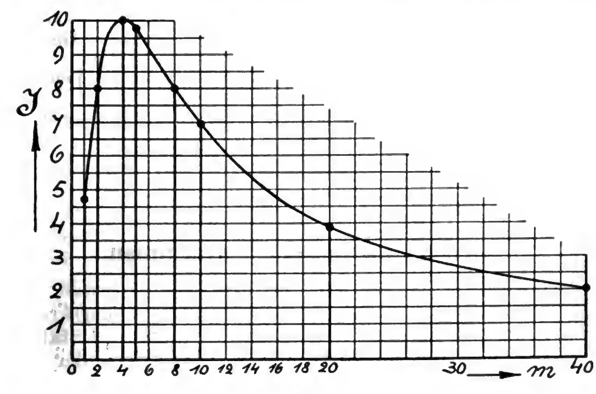


Abb. 12.

$$m = \sqrt{\frac{n \cdot R_i}{R_a}} = \sqrt{\frac{40 \cdot 0{,}4}{1}} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$J = \frac{40 \cdot 2}{\frac{40}{4} \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 1} = \frac{80}{4 + 4} = 10 \text{ Ampere.}$$

Für $m = 1$, also reine Hintereinanderschaltung wird

$$J = \frac{n \cdot E}{n \cdot R_i + R_a} = \frac{40 \cdot 2}{40 \cdot 0{,}4 + 1} = \frac{80}{17} = 4{,}7 \text{ Ampere.}$$

Für $m = 2$ wird

$$J = \frac{40 \cdot 2}{\frac{40}{2} \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 1} = \frac{80}{8 + 2} = 8 \text{ Ampere.}$$

Für m = 10

$$J = \frac{40 \cdot 2}{\frac{40}{10} \cdot 0{,}4 + 10 \cdot 1} = \frac{80}{1{,}6 + 10} = 6{,}9 \text{ Ampere.}$$

Für m = 40 = n, also reine Parallelschaltung ist

$$J = \frac{E}{R_a + \frac{R_i}{n}} = \frac{2}{1 + \frac{0{,}4}{40}} = \frac{2}{1{,}01} \cong 2 \text{ Ampere.}$$

Trägt man auf den Schenkeln eines rechten Winkels m und J ab, so erhält man ein Diagramm (Abb. 12). Für die praktische Ausführung kommen nur solche Werte von m in Betracht, für die $\left(\frac{n}{m}\right)$ eine ganze Zahl wird. Diese Werte von m sind in Abb. 12 stark ausgezogen.

II. Abschnitt.

9. Die magnetischen Kraftlinien.

Unter einem Magneten versteht man einen Eisenstab, der die Eigenschaft besitzt, Eisen anzuziehen. Diese Anziehungskraft tritt am stärksten in zwei Punkten nahe an den Enden des Stabes auf, während sie nach der Mitte zu abnimmt. Die Punkte der größten Kraftwirkung nennt man die Pole des Magneten. Hängt man einen Magnetstab frei beweglich auf, so stellt er sich in die Nord-Südrichtung ein. Den nach Norden zeigenden Pol nennt man den Nordpol, den nach Süden zeigenden den Südpol des Magneten. Untersucht man mittels zweier Magnetstäbe die Wirkung zweier Pole aufeinander, so findet man die Regel:

Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige Pole ziehen sich an.

Den Raum um den Magneten herum, in welchem Kraftwirkungen noch nachzuweisen sind, bezeichnet man als sein magnetisches Feld. In jedem Punkte desselben äußert der Magnet eine gewisse Kraft, die um so größer ist, je näher der Punkt dem Magneten liegt. Der Raum um den Magneten ist also mit magnetischen Kräften erfüllt. Bringt man einen frei beweglichen Pol, z. B. einen Nordpol, in einen solchen magnetischen Raum, so wird er, der auf ihn wirkenden Kraft nachgebend, sich längs eines ganz bestimmten Weges nach dem ihn anziehenden Südpol hinbewegen. Da der Pol auf seinem ganzen Wege der Richtung der Kraft folgen mußte, so wird der Weg die

Kraftrichtung in jedem Punkte angeben. Man nennt ihn daher eine „Kraftlinie“. Als positive Richtung der Kraftlinien bezeichnet man die des frei beweglichen Nordpols. Hätten wir den Pol an einen anderen Punkt des Raumes gebracht, so hätte er sich längs einer anderen Linie bewegt. Es wird sich also um einen Magnet herum eine unendliche Anzahl solcher Linien aufzeichnen lassen. Dieselben sind unsichtbar, man kann sie aber kenntlich machen, indem man auf den Magnet ein Stück Papier legt und Eisenfeilspäne aufstreut. Die

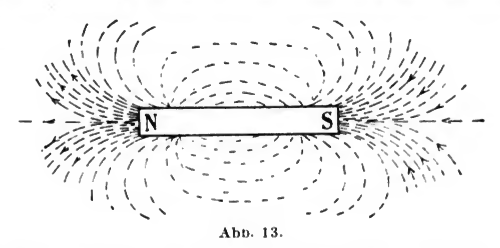


Abb. 13.

Eisenfeilspäne, welche in dem magnetischen Raume selbst zu kleinen Magneten werden, können, da sie nicht frei beweglich sind und zugleich einen Nord- und einen Südpol haben, der Anziehungs- resp. Abstoßungskraft nicht folgen, sie werden sich aber wenigstens in die Richtung der vorhandenen Kraft einstellen und bringen auf diese Weise einen Teil jener Kraftlinien zur Darstellung. Das Bild, welches entsteht (Abb. 13), zeigt, daß die Kraftlinien in Kurven von einem Pol zum anderen verlaufen. Da der Nordpol des Stabmagneten den

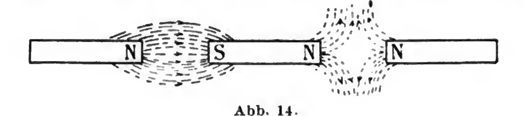


Abb. 14.

frei beweglichen Nordpol abstößt, und diese Richtung als positiv gewählt wurde, so sagt man, die Kraftlinien kommen aus dem Nordpol heraus und gehen in den Südpol wieder hinein. Eine Magnetnadel stellt sich in die Richtung der Kraftlinie ein und gibt durch ihren Nordpol die positive Richtung der Kraftlinien an. Ist die Richtung bekannt, so kann man auch auf die Pole des Magneten schließen.

Die Kraftlinien zweier ungleichnamiger Pole ziehen sich an, die zweier gleichnamiger Pole stoßen sich ab (Abb. 14). Daraus folgt die Regel: Wenn die Pfeile, mit denen man die Richtung der Kraftlinien bezeichnet, gegeneinander (2 Nordpole) oder voneinander

(2 Südpole) zeigen, stoßen sich die Kraftlinien ab, wenn die Pfeile ineinander hineinzeigen, ziehen sich die Kraftlinien an. (Nordpol und Südpol).

Die Kraftlinien zeigen nicht nur die Richtung der magnetischen Kraft an, sondern ihre Dichte wird auch als ein Maß für die Stärke der magnetischen Kraft an irgendeiner Stelle des magnetischen Feldes benutzt. Je näher die betrachtete Stelle den Polen liegt, desto größer ist die magnetische Kraft, desto dichter verlaufen aber auch die Kraftlinien. In demselben Verhältnis, wie die magnetische Kraft mit der Entfernung abnimmt, ändert sich auch die Kraftliniendichte, so daß also die letztere Aufschluß über die Stärke der magnetischen Kraft an der betreffenden Stelle geben kann.

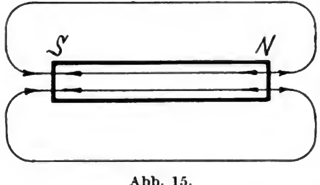


Abb. 15.

Die Größe der Kraft, mit der ein frei beweglicher Nordpol abgestoßen oder angezogen wird, ist der Stärke m des Poles proportional. Bezeichnet man die Feldstärke mit $\mathfrak{H}$, so ist die Kraft

$$P = m \cdot \mathfrak{H} \text{ Dyn.} \quad (16)$$

Ist die Polstärke m = 1, so ist P = $\mathfrak{H}$, d. h. der Zahlenwert der Feldstärke ist gleich der Kraft, die auf den Einheitspol wirkt. Um anzugeben, daß irgendwo die Feldstärke $\mathfrak{H} = 1$ ist, sagt man, an dieser Stelle kommt auf jedes Quadratzentimeter senkrecht zur Richtung des Feldes eine Kraftlinie. Die Feldstärke läßt sich also bequem durch die Zahl der Kraftlinien pro Quadratzentimeter ausdrücken.

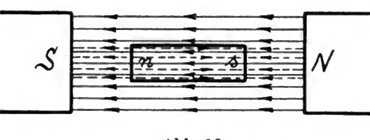


Abb. 16.

Bringt man Eisen in ein magnetisches Feld, so hat es den Anschein, als würden die Kraftlinien aus der umgebenden Luft in das Eisen hineingesaugt. Das Eisen wird selbst zum Magneten und erhält den Südpol da, wo die Kraftlinien eintreten, den Nordpol da, wo sie wieder austreten. Die Kraftlinien des Magneten gehen überall, also außerhalb und innerhalb vom Nordpol nach dem Südpol (Abb. 15). An der Oberfläche des Magneten ändert sich plötzlich die Richtung

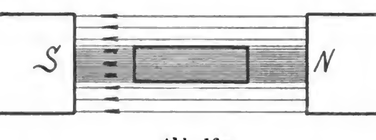


Abb. 16a.

der Kraftlinien. Bringt man daher ein Stück weiches Eisen in ein Feld von überall gleichförmiger Stärke $\mathfrak{H}_0$, so wird das Eisen zum Magneten (Abb. 16), d. h. im Innern des Eisenstücks sind die Kraftlinien einander entgegengerichtet. Hier wird die Feldstärke geschwächt. Zwischen N und n und S und s sind die ursprünglichen und neuen Kraftlinien dagegen gleich gerichtet, das Feld wird verstärkt. Denkt man sich die Kraftlinien durch das Eisen in derselben Richtung fortgesetzt, wie in Figur 16a angedeutet, so kommen nun bedeutend mehr Linien auf jedes Quadratzentimeter, als ohne das Eisen an derselben Stelle vorher vorhanden waren. Das Eisen ist durch Induktion magnetisch geworden und die neuen Linien be-

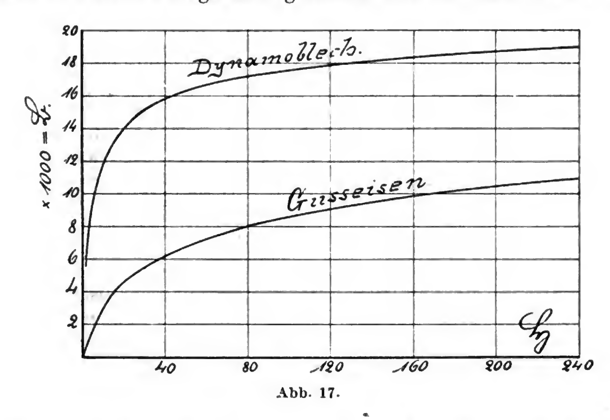


Abb. 17.

zeichnet man als Induktionslinien. Die Zahl der Induktionslinien pro Quadratzentimeter soll mit $\mathfrak{B}$ bezeichnet werden. Das Feld $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - \mathfrak{H}_1$ im Eisen ruft die Induktion $\mathfrak{B}$ hervor. $\mathfrak{B}$ ist ein vielfaches von $\mathfrak{H}$, man schreibt gewöhnlich

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} \qquad (17)$$

und bezeichnet μ als Permeabilität oder magnetische Durchlässigkeit. Für alle unmagnetischen Materialien ist $\mu = 1$, also dem Zahlenwert nach $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$. Für die verschiedenen Eisensorten ist μ verschieden, aber sie hängt auch von dem vorherigen magnetischen Zustand des Eisens ab. In Abb. 17 ist der Zusammenhang von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ für gutes Eisenblech und Gußeisen angegeben, und aus dieser Figur mit Hilfe von

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$$

auch der Zusammenghan von μ und $\mathfrak{B}$ für diese beiden Eisensorten in Abb. 18. Bei großen Werten von $\mathfrak{B}$ wird μ sehr klein, das Eisen ist dann mit Induktionslinien **gesättigt**.

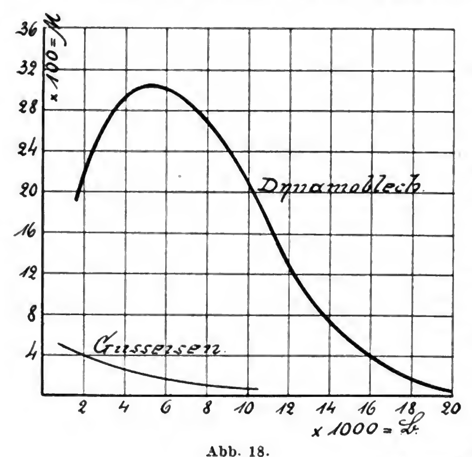


Abb. 18.

Steckt man einen Draht (Abb. 19) senkrecht durch ein Blatt Papier und streut Eisenfeilspäne auf das Papier, während durch den Draht Strom fließt, so ordnen sich die Eisenfeilspäne in konzentrischen Kreisen um den Draht an. Aus dieser Tatsache ist der Schluß zu ziehen, daß auch um einen von dem elektrischen Strom durchflossenen Draht magnetische Kraftlinien vorhanden sein müssen. Sie sind in sich geschlossene Linien im Gegensatz zu den Kraftlinien des permanenten Stabmagneten. Aus der Anordnung der Eisenfeilspäne ist ferner zu ersehen, daß die Kraftliniendichte mit der Entfernung vom Leiter abnimmt. Die Feldstärke ist desto größer, je größer die Stromstärke J durch den Draht und je geringer die Entfernung r des betrachteten Punktes von der Drahtachse.

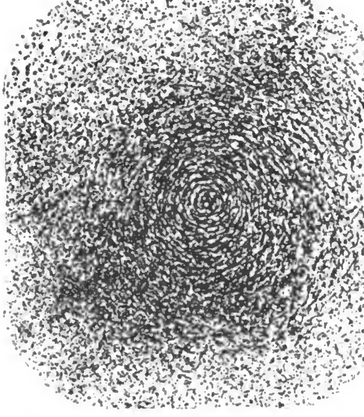


Abb. 19.

$$\mathfrak{H} = c \cdot \frac{J}{r}, \qquad (18)$$

wobei c eine bestimmte Zahl, nämlich 0,2 ist, wenn der Strom in Ampere gemessen wird.

Da das Gesetz, daß entgegengesetzt gerichtete Kraftlinien sich abstoßen, gleich gerichtete sich anziehen, allgemein gültig ist, so müssen zwischen Strom und Magnet, und unter Strömen selbst, ebensolche Kräfte vorhanden sein wie zwischen Magneten.

10. Wechselwirkung zwischen Strom und Magnet.

In Abb. 20 ist ein Stromleiter A B im Punkte a leicht beweglich aufgehängt. Die Aufhängeschnüre können den elektrischen Strom nicht leiten. Dieser Stab wird von vorn nach hinten von der Stromstärke J durchflossen und befindet sich in einem magnetischen Feld, das von oben nach unten gerichtet ist. Wird der Stromschlüssel s geschlossen, so bewegt sich der Draht von rechts nach links mit einer gewissen Kraft P. Diese Kraft ist desto größer, je stärker das Feld, je größer die Stromstärke J und je größer die Länge l des Leiters im Bereich des Feldes.

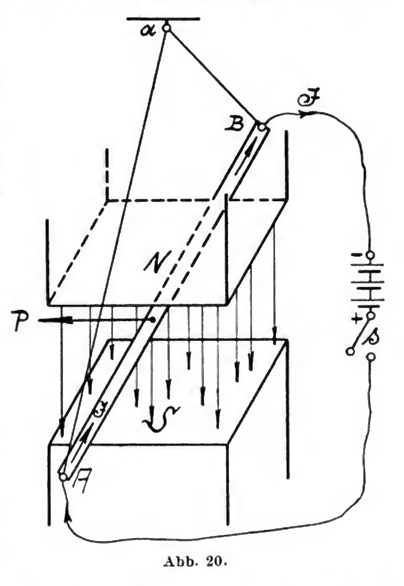


Abb. 20.

$$P = \mathfrak{H} \cdot J \cdot l \,\text{Dyn}. \qquad (19)$$

Ist der Leiter A B fest, dagegen der Magnet leicht beweglich aufgehängt, so bewegt sich bei Stromschluß der Nordpol in Abb. 20 von links nach rechts. In beiden Fällen schneidet der Stromleiter die Kraftlinien des Feldes senkrecht zu ihrer Richtung. Außerdem erfolgt die Bewegung senkrecht zur Richtung des Stromleiters. Um die Bewegungsrichtung jederzeit angeben zu können, bedient man sich am besten einer

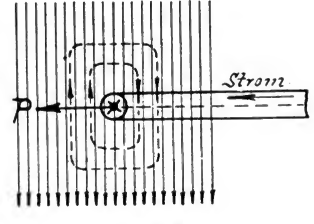


Abb. 21.

Gedächtnisregel. Es handelt sich um drei Größen, 1. um die Kraftlinienrichtung, 2. um die Stromrichtung, 3. um die Bewegungsrichtung. Die Regel lautet:

Man halte die Handfläche der rechten Hand den Kraftlinien entgegen, also nach dem Nordpol zu, die Fingerspitzen in die Stromrichtung, so zeigt der ausgestreckte Daumen die Ablenkungsrichtung des Nordpols an.

Die Bewegungsrichtung des Leiters gibt der ausgestreckte kleine Finger an.

Für die Richtung der Kraftlinien, die vom Strom erzeugt werden, gilt folgende Regel: Man sieht in die Richtung des Leiters. Fließt der Strom vom Beschauer weg, so verlaufen die Kraftlinien im Sinne der Uhrzeigerbewegung. Für die Richtung der Leiterbewegung kann man sich auch folgendes merken: Der Leiter bewegt sich nach der Seite, wo die vom Strome erzeugten Kraftlinien denen des ursprünglichen Feldes entgegengesetzt sind (Abb. 21). Ein vom Beschauer wegfließender Strom wird durch ein Kreuz, ein auf den Beschauer zufließender Strom durch einen Punkt bezeichnet. Die ausgezogenen Kraftlinien stellen das ursprüngliche Feld dar, die vom Strom erzeugten sind gestrichelt gezeichnet.

11. Der Elektromagnetismus.

Biegt man einen Leiter zu einem kreisförmigen Ring und schickt durch diesen Strom, so werden sich die Kraftlinien an allen Stellen in konzentrischen Kreisen, so wie es für die beiden Querschnitte im Grundriß (Abb. 22) angegeben ist, anordnen. Die Kraftlinien treten sämtlich auf der einen Seite in die Ringebene ein und auf der anderen Seite aus der Ringebene aus. Im äußeren Verlauf gleicht dieses Feld demjenigen einer magnetischen Scheibe (Abb. 23), deren Pole in den Stirnflächen liegen. Auf der Seite, wo die Kraftlinien eintreten, befindet sich der Südpol, auf der Seite, wo sie austreten, der Nordpol. Kehrt man die Stromrichtung um, so vertauschen sich auch die beiden Pole. Die Lage des Nord- bzw. Südpols kann man jederzeit durch die folgende Gedächtnisregel bestimmen:

Sieht man auf die Ringebene, so ist die betrachtete Seite ein Nordpol, wenn der Strom der Uhrzeigerbewegung entgegen, ein Südpol, wenn der Strom im Sinne der Uhrzeigerbewegung fließt.

Schaltet man mehrere Kreisringe nach Abb. 22 hintereinander, so erhält man eine Spule und ein Kraftlinienfeld nach Abb. 24, sobald ein Strom durch die Windungen fließt. Dieses Feld hat mit dem eines Stabmagneten große Ähnlichkeit, nur verlaufen im Innern der

Spule die Kraftlinien vom Südpol nach dem Nordpol und nahezu parallel zur Spulenachse. Die Pole einer solchen Spule findet man nach dem vorhergehenden leicht auf folgende Weise: Man sieht in die Richtung der Spulenachse. Fließt der Strom im Sinne der Uhrzeigerbewegung, so ist an der betreffenden Stelle ein Südpol. Die magnetische Wirkung einer solchen Spule wird bedeutend verstärkt, wenn man den Innenraum mit weichem Eisen ausfüllt. Man nennt einen vom elektrischen Strom umflossenen Eisenkern einen „Elektromagnet" (Abb. 25). Bezüglich der Pole gilt dieselbe Regel wie bei der Spule ohne Eisen, links in Abb. 25 ist daher der Südpol, rechts der Nordpol. Biegt man die beiden Enden S und N in Abb. 25 zusammen, so entsteht ein Eisenring, der vom Strom umflossen wird (Abb. 26). Dieser Ring besitzt keine Pole mehr, die Kraftlinien verlaufen vollkommen im Eisen. Nach außen ist eine

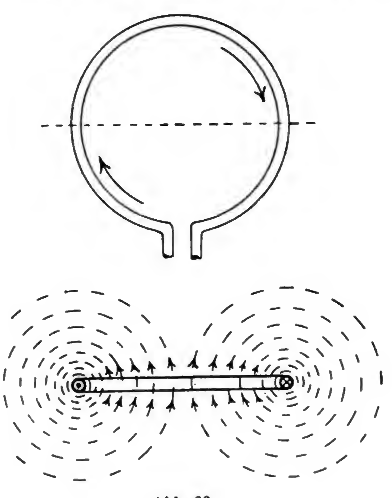


Abb. 22.

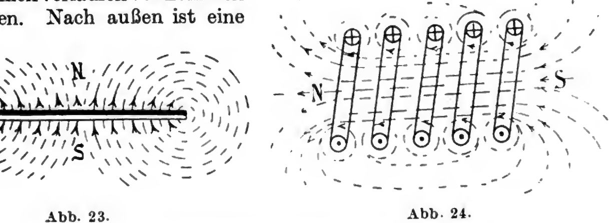


Abb. 23.

Abb. 24.

magnetische Wirkung nicht wahrnehmbar. Jede der w Windungen auf dem Ring wird vom Strom J durchflossen, eine Windung müßte also vom Strome w · J durchflossen sein, um dieselbe Wirkung hervorzubringen. Die Kraftlinien verlaufen wie in Abb. 19, wir denken

uns daher den Strom w · J im Mittelpunkt des Ringes von unten nach oben fließend, (Abb. 27). In der Entfernung r vom Mittelpunkt ist die Feldstärke nach Gleichung (18)

$$\mathfrak{H} = \frac{0{,}2 \cdot w \cdot J}{r}.$$

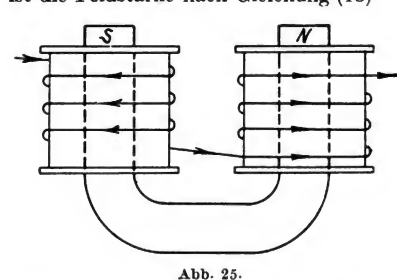


Abb. 25.

Der mittlere Umfang des Eisenringes ist

$$l = 2\,\pi\, r,$$

also

$$r = \frac{l}{2\,\pi}$$

und damit

$$\mathfrak{H} = \frac{0{,}2\, w \cdot J}{\frac{l}{2\,\pi}}$$

oder

$$\mathfrak{H} = \frac{4\,\pi}{10} \cdot \frac{w \cdot J}{l}. \qquad (20)$$

Nach Gleichung 17 ist die magnetische Induktion

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = \frac{4\,\pi}{10} \cdot \frac{w \cdot J}{l} \cdot \mu.$$

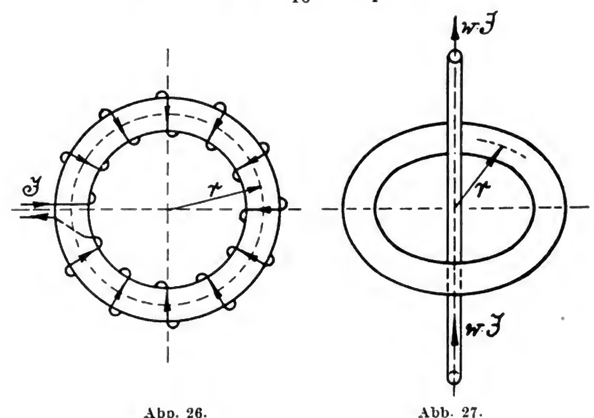


Abb. 26. Abb. 27.

$\mathfrak{B}$ war die Kraftlinienzahl pro Quadratzentimeter, der gesamte Induktionsfluß Φ durch den Querschnitt Q des Eisenringes ist also

$$\Phi = Q \cdot \mathfrak{B} = \frac{4\,\pi}{10} \cdot \frac{w \cdot J}{l} \cdot \mu \cdot Q \qquad (21)$$

oder auch

$$\Phi = \frac{\frac{4\pi}{10} \cdot w \cdot J}{\left(\frac{1}{\mu \cdot Q}\right)}. \qquad (21a)$$

Setzt man zur Abkürzung $\frac{4\pi}{10} \cdot w \cdot J = M$, $\left(\frac{1}{\mu \cdot Q}\right) = R$, so wird

$$\Phi = \frac{M}{R}$$

also die Form des Ohmschen Gesetzes. Man nennt M die „magnetmotorische Kraft" und R den „magnetischen Widerstand".

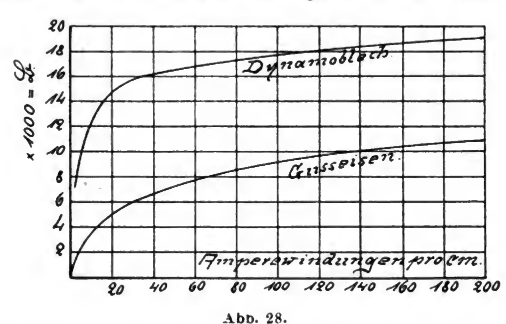


Abb. 28.

Beim elektrischen Widerstand ist die Leitfähigkeit k konstant, dagegen ist μ sehr veränderlich, wie Abb. 18 zeigt. Nach Gleichung (20) ist

$$\mathfrak{H} = \frac{M}{l}$$

also die Feldstärke gleich der magnetmotorischen Kraft pro 1 *cm* Länge der Induktionslinien.

Anstatt wie in Abb. 17 $\mathfrak{H}$ auf dem horizontalen Schenkel des rechten Winkels aufzutragen, kann man auch aus Gleichung (20)

$$\frac{w \cdot J}{l} = \frac{10}{4\pi} \cdot \mathfrak{H} = 0{,}8\,\mathfrak{H} \text{ auftragen.}$$

Man erhält dann ein Diagramm (Abb. 28). Das Produkt $w \cdot J$ bezeichnet man auch als „Amperewindungen" und $\left(\frac{w \cdot J}{l}\right)$ als „Amperewindungen pro Zentimeter", d. h. pro 1 *cm* Länge der erzeugten Induktionslinien.

Ohne Eisen ist $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{w \cdot J}{l}$, also $\mathfrak{B}$ proportional $\frac{w \cdot J}{l}$, d. h. die Abhängigkeit $\mathfrak{B}$ von $\frac{w \cdot J}{l}$ ist eine gerade Linie.

12. Wechselwirkung zweier Ströme.

Bei zwei gleichgerichteten Strömen laufen die Kraftlinien ineinander hinein, daraus folgt:

Gleichgerichtete Ströme ziehen sich an (Abb. 29).

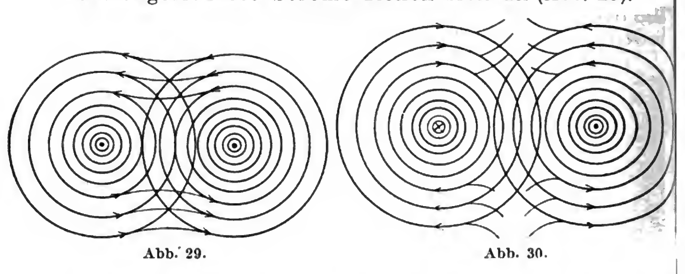


Abb. 29. Abb. 30.

Bei zwei entgegengesetzten Strömen sind auch die Kraftlinien entgegengesetzt gerichtet, daraus folgt:

Entgegengesetzte Ströme stoßen sich ab (Abb. 30).

Kreuzen sich zwei Ströme, so werden diejenigen Winkelschenkel, welche gleichgerichtete Ströme enthalten, sich anziehen, daraus folgt:

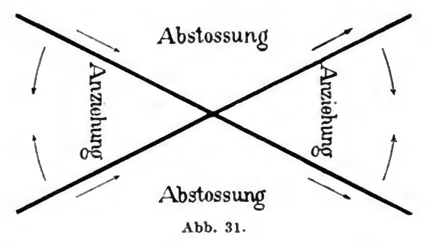


Abb. 31.

Kreuzende Ströme suchen sich parallel zu stellen (Abb. 31).

Wir sehen, daß die Kraftlinientheorie uns einen logischen Zusammenhang liefert für die Wechselwirkungen von Magnet und Strom, sowie für die Wirkung zweier Ströme.

13. Erzeugung von Elektromotorischen Kräften und Strömen durch Induktion.

Zwischen einem Magnetfeld und einem stromdurchflossenen Leiter wirkt eine Kraft, die desto größer ist, je stärker das Magnetfeld, je größer die Stromstärke und je größer die Länge des Leiters im Bereich des Feldes. Nach Gleichung (19) ist also

$$P = \mathfrak{H} \cdot J \cdot l \text{ Dyn.}$$

Bewegt man nun (Abb. 32) den Leiter, der über einen Widerstand CD geschlossen ist, mit der Kraft P von links nach rechts über einen Weg s *cm*, so muß eine Arbeit aufgewendet werden von

$$A_1 = P \cdot s = \mathfrak{H} \cdot J \cdot l \cdot s \; cm\text{-Dyn.} \quad (22)$$

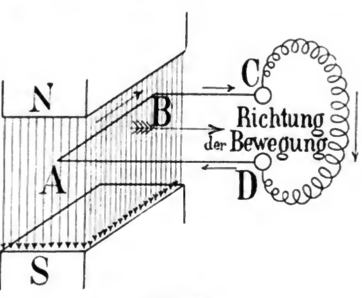


Abb. 32.

Diese Arbeit kann nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit nicht verloren gehen, sondern muß in gleicher Menge in anderer Form wieder erscheinen. Schaltet man zwischen C und D ein Galvanometer, so zeigt es einen Ausschlag, solange die Bewegung dauert, es muß also ein elektrischer Strom im Kreise fließen. Er wird hervorgerufen durch die EMK E die im Leiter AB entsteht. Ist die Zeit zur Zurücklegung des Weges s t Sekunden, so ist die elektrische Arbeit

$$A_2 = E \cdot J \cdot t \; cm\text{-Dyn.} \quad (23)$$

E und J sind in absoluten Einheiten gemessen. Da $A_1 = A_2$ sein muß, folgt

$$\mathfrak{H} \cdot J \cdot l \cdot s = E \cdot J \cdot t$$

oder

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \left(\frac{s}{t}\right) \text{ absolute Einheiten.}$$

Nun ist $\frac{s}{t} = v =$ Geschwindigkeit, mit der der Leiter die Kraftlinien senkrecht schneidet, also

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot v. \quad (24)$$

Man erhält aus (24) die absolute Einheit E = 1 für $\mathfrak{H} = 1$ Kraftlinie pro Quadratzentimeter, l = 1 *cm* und v = 1 *cm*/Sek. Die **absolute** Einheit der EMK ist also eine sehr kleine Größe, weshalb zur prak-

tischen Einheit 1 Volt hundert Millionen solcher absoluter Einheiten zusammengefaßt wurden. Um Volt zu erhalten, ist daher Gleichung (24) noch durch 10^8 zu dividieren, oder mit 10^{-8} zu multiplizieren.

$$\mathbf{E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}\ Volt.} \qquad (25)$$

Die Richtung der EMK und damit die Richtung des Stromes ergibt sich aus folgender Überlegung. Der Stab wurde in Abb. 32 mit der Kraft P von links nach rechts bewegt. Damit die Kraft P ausgeübt werden kann, muß ein gleich großer, entgegengesetzt wirkender Widerstand vorhanden sein. Nach Abb. 20 ist dieser Widerstand nur dann von rechts nach links gerichtet, wenn der Strom von A nach B fließt. In Abb. 32 muß also die Richtung der induzierten EMK auch von A nach B gehen.

Man bestimmt die Richtung der EMK durch folgende Regel:

Man halte die Handfläche der rechten Hand den Kraftlinien entgegen, den Daumen in die Bewegungsrichtung, so zeigen die Fingerspitzen die Richtung der induzierten EMK an.

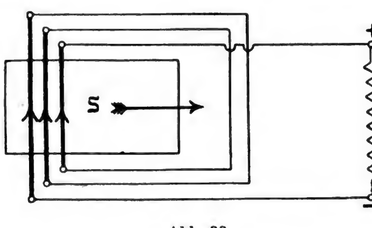


Abb. 33.

Damit in dem Stromkreis ABCDA in Abb. 32 ein elektrischer Strom induziert wird, muß der Leiter AB die Kraftlinien des Feldes schneiden. Dies genügt aber allein nicht, denn bei der Bewegung von AB über den Weg s hat sich die Gesamtkraftlinienzahl durch die Fläche der Windung ABCDA fortwährend verkleinert. Bewegt man AB dann wieder rückwärts um den Weg s, so erhält man den gleichen Strom, aber in entgegengesetzter Richtung. Dabei hat sich die Kraftlinienzahl durch die Windung fortwährend vergrößert. Wir erkennen als wichtige Vorbedingung für die Erzeugung eines Stromes durch Induktion die Veränderung der Gesamtkraftlinienzahl in der Windung beim Schneiden der Kraftlinien. Treten bei der Bewegung durch das Feld auf der einen Seite genau so viel Kraftlinien in die Windung ein, als auf der anderen Seite verschwinden, so wird kein Strom entstehen können.

Nach Gleichung (25) wird E bestimmt durch die drei Faktoren $\mathfrak{H}$, l und v. Die Feldstärke $\mathfrak{H}$ und die Geschwindigkeit v kann man nur bis zu einem bestimmten Wert steigern, ist dieser erreicht, so läßt sich die EMK nur noch durch Vergrößerung der Länge l vermehren. Man schaltet daher einzelne Drähte, genau wie galvanische

Elemente, hintereinander. Die Verbindungen der induzierten Drähte dürfen dabei nicht innerhalb des Magnetfeldes liegen, weil sonst in diesen entgegengesetzte EMKe induziert werden. In Abb. 33 liegen die Verbindungen außerhalb, in Abb. 34 innerhalb des Magnetfeldes. Bei der Darstellung ist angenommen, daß der Südpol in der Papierebene, der Nordpol des Magnetfeldes vor der Papierebene liegt.

Wie man durch Schneiden der Kraftlinien eines Magneten EMK erhalten kann, so ist dies auch möglich, wenn man die Kraftlinien eines Stromes schneidet. Natürlich gilt dafür dieselbe Regel. In A (Abb. 35) ist ein Strom, welcher senkrecht aus dem Papier herauskommt. Die Kraftlinien um denselben verlaufen nach einer früheren Regel in der angegebenen Richtung. Schneidet man mit einem zweiten Draht B nun dieselben in der Richtung von links nach rechts, so muß eine EMK entstehen, welche bei Herstellung eines geschlossenen Kreises einen Strom erzeugt, der dem in A entgegengesetzt ist, also in die Papierebene hinein verläuft, entsprechend der Regel, daß die Fingerspitzen die Stromrichtung anzeigen, wenn man die Handfläche der rechten Hand den Kraftlinien entgegenhält und den Daumen in die Bewegungsrichtung. Entfernt man den Draht B wieder von A, so werden die Kraftlinien in entgegengesetzter Richtung geschnitten, es entsteht also bei der Entfernung ein Strom, der dem in A gleichgerichtet ist.

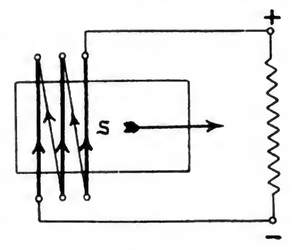


Abb. 34.

Auch hier ist die Entstehung einer EMK nur dann möglich, wenn bei der Bewegung von B die Kraftlinienzahl in der geschlossenen Windung sich ändert.

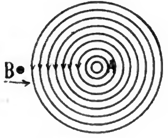


Abb. 35.

Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man nicht den Draht bewegt, sondern die Kraftlinien. Befinden sich zwei Drähte dicht nebeneinander, und läßt man in dem einen Strom entstehen, so wachsen die Kraftlinien ringförmig aus ihm heraus und schneiden dabei den zweiten Draht der Reihe nach. Es muß also dieselbe Wirkung entstehen, als wenn man den Draht B an A nähert, d. h. es entsteht ein dem in A entgegengesetzter Strom. Läßt man den ursprünglichen Strom wieder verschwinden, so schrumpfen die Kraftlinien wieder in den Draht hinein. Es ist dieser Vorgang gleichbedeutend mit der Entfernung des Drahtes B von A, es wird also im Draht B ein dem in A verschwindenden gleichgerichteter Strom entstehen.

Geht ein konstanter Gleichstrom durch den einen Draht, so wird im anderen eine Induktionswirkung nicht eintreten, da in diesem Falle ein Schneiden eines Drahtes durch Kraftlinien nicht stattfindet.

Diese letzteren Gesetze sind besonders wichtig für Wechselstrom, auf ihnen beruht z. B. die Wirkung des Transformators. Auch die Erscheinung der Selbstinduktion erklärt sich durch dieselben.

Schickt man nämlich in einen zu einer Spule aufgewickelten Draht einen Gleichstrom hinein, so können wir uns vorstellen, daß derselbe der Reihe nach in die einzelnen Windungen hineinfließt. Wenn dies auch mit enormer Geschwindigkeit geschieht, so wird doch eine gewisse Zeit erforderlich sein, bis der Strom zur letzten Windung gelangt ist. Jedesmal, wenn nun der Strom in einer neuen Windung entsteht, wachsen die Kraftlinien aus derselben heraus und schneiden alle übrigen Windungen. In denselben muß also eine entgegengesetzte EMK entstehen, welche den Hauptstrom zu verzögern sucht. Ebenso muß eine gleichgerichtete EMK entstehen, wenn der Strom in der Spule unterbrochen wird, da dann die Kraftlinien wieder in die Drähte hineinschrumpfen, also die Nachbardrähte in entgegengesetzter Richtung schneiden. Die Selbstinduktion wird somit einen Strom ebenso am Entstehen wie am Verschwinden hindern.

Man kann die Gleichung für die induzierte EMK noch in einer anderen Form schreiben. Es war in absoluten Einheiten

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot \frac{s}{t}.$$

Nun ist $l \cdot s$ die von dem Leiter während der Bewegung beschriebene Fläche, folglich $\mathfrak{H} \cdot l \cdot s$ die vom Leiter in der Zeit t Sekunden geschnittene Gesamtkraftlinienzahl Φ.

Damit ergibt sich

$$E = \frac{\Phi}{t} \text{ absolute Einheiten} \tag{26}$$

oder

$$E = \frac{\Phi}{t} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die Anzahl der sekundlich geschnittenen Kraftlinien ist also ein Maß für die EMK.

Werden in einer Sekunde 100 Millionen Kraftlinien geschnitten, so wird ein Volt an EMK erzeugt.

III. Abschnitt.

14. Einfachster Fall einer Dynamomaschine.

Zwischen zwei Polen befindet sich eine drehbare Drahtschleife, deren Enden in je einen Ring münden. Dreht man die Schleife im Sinne des Uhrzeigers um 180°, so schneidet man mit den Draht-

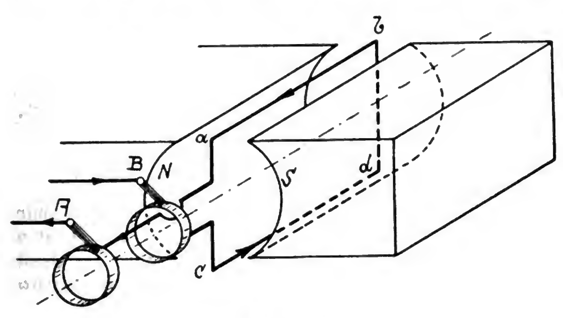


Abb. 36.

stücken ab und cd die vom Nordpol nach dem Südpol gehenden Kraftlinien; es muß also in diesen Stücken eine EMK induziert werden, welche nach der Induktionsregel: „Man halte die rechte Handfläche den Kraftlinien entgegen, den Daumen in die Bewegungsrichtung, so zeigen die Fingerspitzen die induzierte Stromrichtung an,“ die in der Abb. 36 bezeichnete Richtung haben muß. Läßt man auf den Ringen Federn schleifen und verbindet dieselben miteinander, so muß ein Strom von A nach B durch den Draht fließen.

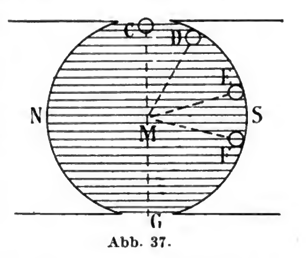


Abb. 37.

Sobald die Drehung um 180° ausgeführt ist, also das Stück cd an die Stelle kommt, wo in der Figur das Stück ab sich befindet, geht bei weiterer Drehung der Strom nicht mehr von c nach d, sondern von d nach c. Ebenso kehrt in diesem Augenblicke der Strom in ab seine Richtung um, er geht also auch im äußeren Stromkreis bei einer weiteren Drehung um 180° nicht mehr von A nach B, sondern von B nach A. Der Strom wechselt bei fortgesetzter Drehung jedesmal bei

der in Abb. 36 bezeichneten Stellung und in einer dazu um 180° verdrehten Stellung die Richtung.

Wir haben gesehen, daß die induzierte EMK um so größer ist, je mehr Kraftlinien in der Zeiteinheit geschnitten werden. Es bewege sich der Draht in der Zeiteinheit um einen Winkel CMD. (Abb. 37). Während dieser Drehung werden weniger Kraftlinien geschnitten als bei der Drehung um einen gleich großen Winkel EMF. In der Stellung C und G wird keine Kraftlinie geschnitten, in der Stellung senkrecht

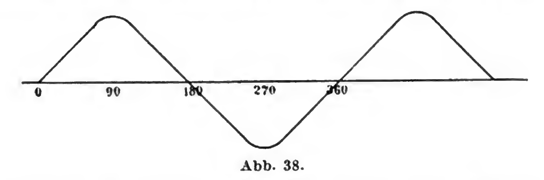


Abb. 38.

zu CG dagegen die meisten; es wird also auch hier das Maximum der EMK induziert, während bei C und G keine EMK erzeugt werden kann. Man kann sich hiervon wieder eine graphische Darstellung machen, wenn man auf der Wagerechten eines Achsenkreuzes den Drehwinkel, auf der Senkrechten die induzierte EMK aufträgt, und zwar die EMK in der einen Richtung nach oben, in der anderen nach unten (Abb. 38). Da der Widerstand des Verbindungsdrahtes zwischen A und B derselbe bleibt, so ist der Strom stets genau proportio-

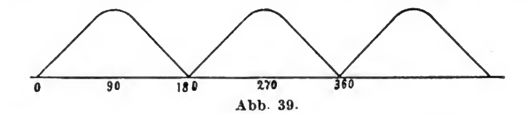


Abb. 39.

nal der EMK. Abb. 38 stellt daher zugleich den Stromverlauf dar. Die Ströme, welche man auf diese Weise erhält, nennt man Wechselströme.

Diese Wechselströme kann man in gleichgerichtete Stromstöße verwandeln (Abb. 39) unter Zuhilfenahme eines Stromwenders oder Kommutators (Abb. 40). Statt zweier Schleifringe wendet man nur einen an; derselbe ist aber in der Mitte gespalten in zwei Hälften l und r. Während der Drehung um die ersten 180° geht der induzierte Strom in die Schleiffeder A hinein und durch B zurück; die Stromrichtung im äußeren Kreis geht also von A nach B. Während der Drehung von 180° bis 360° berührt die Feder A den Kontakt r; zu gleicher Zeit hat sich aber der Strom aus der Richtung cd in die Richtung dc umgewandelt. Er geht also abermals in die Schleiffeder A

hinein und durch B zurück. Der Strom im äußeren Kreis behält seine Richtung von A nach B bei.

Da bei dieser Anordnung die Kraftlinien einen sehr großen Luftzwischenraum überspringen müßten, die Luft aber ein sehr schlechter Leiter der magnetischen Kraftlinien ist, so füllt man die Stromschleife

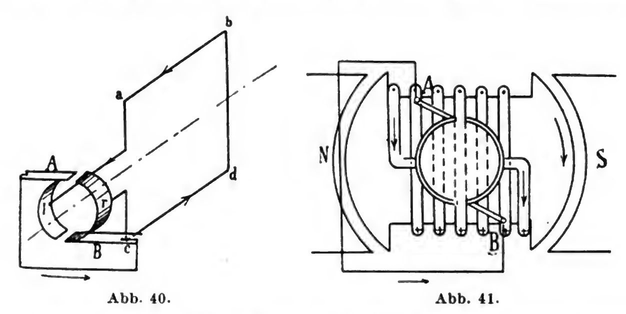


Abb. 40.

Abb. 41.

mit Eisen aus (Abb. 41). Ferner läßt man die Schleife nicht nur aus einer Windung bestehen, sondern aus einer möglichst großen Anzahl, um mehr EMK zu erhalten. Dies ist der von Siemens im Jahre 1857 erfundene Doppel-T-Anker und zugleich der einfachste Fall einer Maschine mit offener Wicklung.

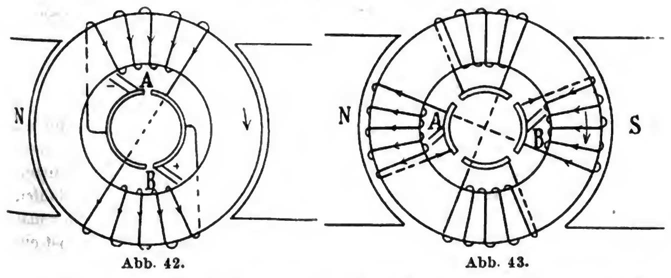


Abb. 42.

Abb. 43.

Unter Maschinen mit offener Wicklung versteht man solche, bei denen die Ankerwicklung nicht in sich selbst zurückläuft, also nicht einen Draht ohne Ende bildet, sondern erst mit dem äußeren Widerstand AB einen geschlossenen Stromkreis bildet. Im Gegensatz hierzu stehen die Maschinen mit geschlossener Wicklung, bei welchen die Wicklung selbst einen in sich geschlossenen Kreis bildet.

Der Doppel-T-Anker ist zugleich auch der einfachste Vertreter des Trommeltypus. Außer den Trommelankern gibt es noch einen

zweiten Typus von Ankern, die Ringanker. Eine Maschine mit denselben elektrischen Eigenschaften, nur als Ringmaschine ausgebildet, zeigt Abb. 42.

Diese Maschinen liefern nicht einen konstanten Geichstrom, sondern einen pulsierenden Strom, welcher immer von Null zu einem Maximum wächst und wieder auf Null zurücksinkt. Man kann allerdings durch Anwendung mehrerer Spulenpaare eine größere Gleichmäßigkeit erzielen; z. B. bei zwei Spulenpaaren (Abb. 43), welche rechtwinklig zueinander stehen, macht zwar jedes der beiden Paare dieselben Schwankungen von Null bis zum Maximum durch, dieselben sind aber um 90° gegeneinander versetzt und der Kommutator, welcher jetzt aus vier Teilen besteht, liefert an die Schleiffedern die EMK abcdefg (Abb. 44). Denn die Schleiffedern sind mit den Segmenten des Kommutators nur während derjenigen Drehung um 90° in Verbindung, während welcher die dazugehörige Wicklung durch das Maximum der Induktion geht. Die Stromschwankungen sind schon bedeutend geringer und können durch Anwendung von noch mehr Paaren noch bedeutend vermindert werden.

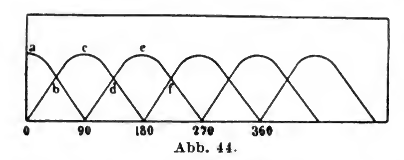


Abb. 44.

Maschinen mit offener Wicklung wurden in Deutschland als Gleichstrommaschinen fast gar nicht gebaut, wohl aber in England und Amerika. (Brush und Thomson-Houston.)

15. Die Wirkungsweise des Ringankers.

Abb. 45 stellt eine geschlossene Ringwicklung dar. Dieselbe ist von Gramme und Pacinotti unabhängig voneinander angegeben worden. In einem Magnetfelde rotiert ein Eisenring. Die Kraftlinien, welche ihren Weg lieber durch Eisen als durch Luft suchen, verlaufen vom Nordpol in den Ring hinein, folgen der Biegung des Ringes und treten aus dem Ring wieder aus in den Südpol. Auf den Ring ist ein Draht ohne Ende gewickelt. Sobald der Ring rotiert, so schneiden die auf der Außenseite des Ringes liegenden Teile der Wicklung die Kraftlinien, da das Kraftlinienfeld unbeweglich stehen bleibt. Es müssen also EMKe induziert werden, welche nach der Induktionsregel die in der Abb. 45 angegebene Richtung haben, bei Rotation im Sinne des Uhrzeigers. Man sieht, daß die in der oberen Hälfte erzeugten EMKe denen in der unteren Hälfte entgegengesetzt sind, in A treffen sie aufeinander, in B laufen beide voneinander weg. Es kann also innerhalb des Wicklungsdrahtes ein zirkulierender Strom

nicht stattfinden, da die beiden induzierten EMKe sich gegenseitig aufheben. Jede Hälfte der Wicklung hat in vorstehender Figur 10 Windungen. In jeder Windung wird eine gewisse EMK erzeugt; in der Nähe der Punkte A und B allerdings so gut wie keine, weil da keine Kraftlinien rechtwinklig geschnitten werden. Am stärksten wird die Induktion in den Windungen senkrecht zur Zone AB sein. Wir wollen aber einmal annehmen, es würde in jeder Windung gleich viel EMK induziert, wir können dann jede Windung ersetzen durch ein Element. (Abb. 46). Die Elemente der oberen Hälfte senden ihren Strom dem Uhrzeiger entgegen, die Elemente der unteren Hälfte im Sinne des Uhrzeigers.

Ist nun die EMK jedes Elementes resp. jeder Windung z. B. 2 Volt, so ist zwischen den Punkten A und B, da alle Elemente resp. Windungen hintereinander

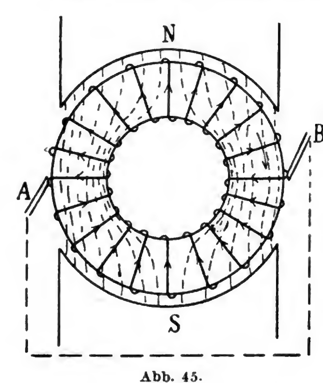


Abb. 45.

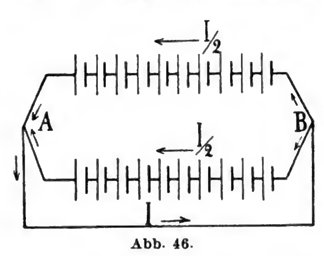


Abb. 46.

geschaltet sind, eine Spannung von 2 · 10 = 20 Volt vorhanden. Man hat es hier somit mit zwei parallel geschalteten Stromquellen von 20 Volt zu tun, die Spannung zwischen den Punkten A und B ist daher 20 Volt. Innerhalb des in sich geschlossenen Kreises der beiden Stromquellen kann kein Strom entstehen, weil die beiden EMKe gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind.

Verbindet man aber A mit B durch einen Draht, so fließt ein Strom von A nach B. Genau so liegen die Verhältnisse beim Ring. Macht man die Drahtwindungen auf der Außenseite des Ringes blank und läßt in A und B zwei Schleiffedern, sogenannte Bürsten, schleifen, so wird durch eine Verbindung von A mit B ein Strom fließen. Die Spannung zwischen den Bürsten ist gerade so groß wie die in jeder Ringhälfte erzeugte Spannung, denn beide Hälften sind parallel geschaltet. Fließt durch den Verbindungsdraht AB der Strom J, so fließt durch die einzelnen Windungen der Wicklung der Strom $\frac{J}{2}$.

Ist der Widerstand des gesamten auf den Ring gewickelten Drahtes R_1, so ist der Widerstand der Wicklung von Bürste zu Bürste gemessen $\frac{R_1}{4}$. Denn erstens ist die Länge des Drahtes von Bürste zu Bürste nur halb so lang als der Gesamtdraht, und zweitens sind zwei Drähte parallel zueinander geschaltet, wir haben also eine Schleife, deren beide Zweige den Widerstand $\frac{R_1}{2}$ haben. Nun ist der Widerstand einer Schleife nach Gleichung (11), Seite 15

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Also in diesem Falle

$$R = \frac{\frac{R_1}{2} \cdot \frac{R_1}{2}}{\frac{R_1}{2} + \frac{R_1}{2}} = \frac{R_1}{4}.$$

Aus praktischen Gründen ist es im allgemeinen nicht möglich, die Bürsten direkt auf der blank abgedrehten Wicklung schleifen zu lassen. Man ordnet dann einen besonderen Stromabnehmer an, den Kollektor. Derselbe besteht aus einer Anzahl kreisförmig angeordneter voneinander und von der Welle isolierter Segmente aus Kupfer. Dieselben sind durch einen Draht in leitender Verbindung mit den Windungen des Ankers. (Abb. 47) Bei großen Maschinen hat jede Windung ihr besonderes Kollektorsegment, bei kleineren Maschinen kann auch nur jede zweite, dritte usw. Windung mit einem Kollektorsegment verbunden sein. Man nennt dann die zwischen zwei Segmenten liegenden Windungen ein Umfangselement. Abb. 48 besitzt 12 solcher Umfangselemente und ebenso viele Kollektorlamellen. In diesem Fall liefert ein Umfangselement drei Drähte auf dem äußeren Teile des Ringes, es sind daher $3 \times 12 = 36$ Umfangsdrähte vorhanden. Zahl der Umfangselemente x, Zahl der Umfangsdrähte z, dann ist hier $z = 3\,x$.

Der Stromverlauf in Abb. 47 ist folgender: Der von der Bürste A durch den äußeren Schließungsdraht nach der Bürste B gehende Strom gelangt zunächst in die unter der Bürste B befindliche Kollektorlamelle. Dieselbe ist nach allen Seiten isoliert, der Strom kann also nur durch den von der Lamelle nach der Wicklung führenden Verbindungsdraht. Hier spaltet sich der Strom in zwei Teile, die eine Hälfte durchläuft den oberen Teil der Wicklung, die andere den unteren. Beide Hälften treffen auf der B gegenüberliegenden Seite wieder zusammen, gehen vereint durch den Verbindungsdraht nach

der unter der Bürste A liegenden Lamelle und durch diese wieder in die Bürste. Also auch in diesem Falle hat man es mit zwei Zweigen zu tun, welche EMKe enthalten, die parallel geschaltet sind.

Nennt man die Verbindung der Mitten beider Magnetpole die magnetische Achse der Maschine, so nennt man eine Ebene senkrecht dazu durch die beiden Bürsten, die neutrale Zone. Denn in dieser Ebene werden keine Kraftlinien von Drähten geschnitten, es wird also auch in den durch diese Zone gehenden Windungen keine EMK induziert.

Der Strom, den wir mit einer solchen Maschine erhalten, ist im äußeren Kreis ein konstanter Gleichstrom. Da auf jeder Ringhälfte stets dieselbe Zahl Windungen sich im magnetischen Feld bewegt, so

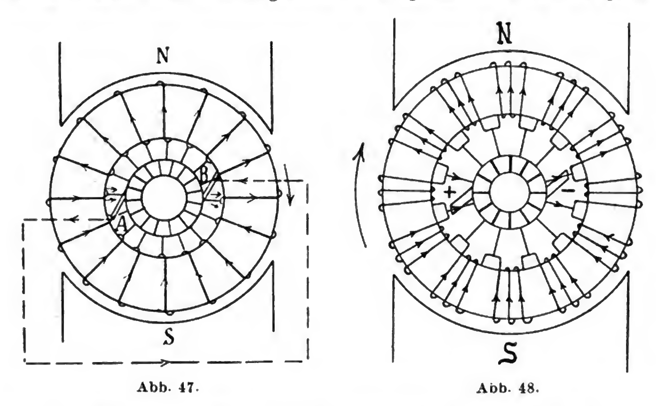


Abb. 47. Abb. 48.

wird stets dieselbe EMK in jeder Ringhälfte induziert. Wenn aber die EMK konstant ist, muß es auch der Strom sein, solange an den Widerstandsverhältnissen nichts geändert wird. Letztere bedingen die Stärke des Stromes nach dem Ohmschen Gesetz.

16. Die Wirkungsweise des Trommelankers.

Die Ringwicklung hat den Nachteil, daß nur der auf der Außenseite liegende Teil der Wicklung für die Induktion wirksam ist, da er allein von Kraftlinien geschnitten wird. Die beiden Stirnflächen und der innere Teil sind nur zur Fortleitung des induzierten Stromes vorhanden. Es wäre sogar nachteilig, wenn auch der innere Teil der Wicklung durch Kraftlinien geschnitten würde, welche auf der Innenseite des Ringes wieder austreten. Denn die EMK, welche hierbei induziert

würde, ist der auf der Außenseite induzierten entgegengesetzt und würde dieselbe schwächen. Es müssen deshalb eiserne Konstruktionsteile im Innern des Ringes vermieden werden, da dieselben den Kraftlinien einen bequemen Weg bieten und ein Austreten auf der Innenseite veranlassen könnten. Man macht die Arme im Innern des Ringes aus Bronze.

Der Gedanke, diesen innen liegenden Teil der Wicklung ebenfalls auf die Außenseite zu bringen und dadurch wirksam zu machen, hat zu der Trommelwicklung geführt.

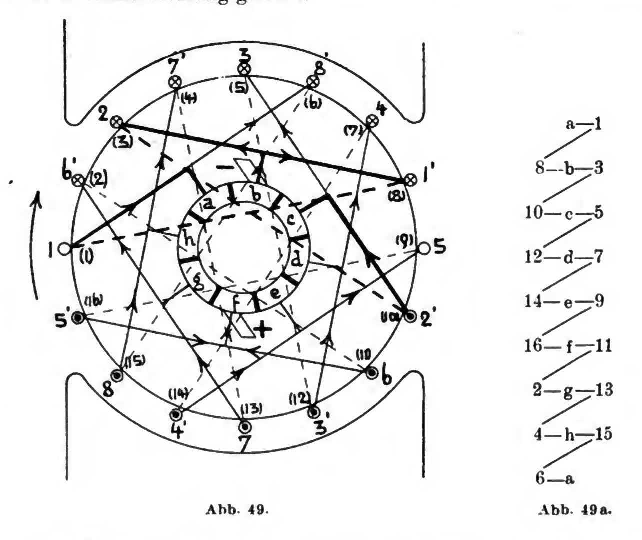


Abb. 49. Abb. 49a.

Die Wicklung befindet sich auf der Oberfläche eines eisernen Zylinders. Von jeder Spule schneiden dann immer die auf den Mantelflächen liegenden Seiten die Kraftlinien. Damit sich die in diesen Seiten induzierten EMKe addieren, dürfen dieselben niemals gleichzeitig in dem Bereich eines Poles liegen. Deshalb legt man die zweite Seite einer jeden Spule möglichst an die diametral gelegene Stelle der zweipoligen Trommel. Die Spulen müssen ferner gleichmäßig auf den Umfang der Trommel verteilt und so miteinander verbunden werden, daß eine in sich geschlossene Wicklung entsteht. Sind z. B. 8 Spulen aufzuwickeln, so muß der Umfang in 16 Abteilungen (Wicklungsfelder) eingeteilt werden. In Abb. 49 besitzt der Einfachheit halber jede Spule nur eine Windung, und ferner ist die erste induzierte Seite

der ersten Spule mit 1, die zweite Seite mit 1′, die erste Seite der zweiten Spule mit 2, die zweite Seite mit 2′ usw. bezeichnet. Das Ende der vorhergehenden Spule und der Anfang der folgenden Spule ist wie bei der Ringwicklung, immer an ein Segment des Kollektors angeschlossen. Bei einer Drehung des Ankers im Sinne des Uhrzeigers werden in den Spulenseiten auf der oberen Hälfte des Ankers EMKe induziert, welche in die Papierebene hineinzeigen, auf der unteren Hälfte solche, welche aus der Papierebene herauszeigen. Versieht man auf der Kollektorseite die Verbindungen der Spulen mit Pfeilen, entsprechend den in den wirksamen Seiten induzierten EMKe, so findet man, daß in dem Verbindungsdraht der Seite 1′ und 2 die EMKe voneinander weg, in dem Verbindungsdraht der Seiten 5′ und 6 dieselben aufeinander zeigen. Nach Analogie der Ringwicklung wird auf dem Segment f die positive und auf dem Segment b die negative Bürste aufliegen müssen. Die Wicklung wird also auch hier durch die Bürsten in zwei Zweige zerlegt, deren EMKe einander entgegengesetzt gerichtet sind. Verbindet man die beiden Bürsten, so fließt durch diese Verbindung ein Strom von der positiven Bürste zu der negativen. Von der negativen Bürste gelangt der Strom nach dem Segment b, in welchem er sich in zwei Teile spaltet. Der eine Teil fließt durch

1′ 1—8′ 8—7′ 7—6′ 6 nach f,

der andere durch

2 2′—3 3′—4 4′—5 5′ nach f.

In den beiden genannten Zweigen müssen die beiden entgegengesetzt gerichteten EMKe gleiche Größe besitzen, weil sonst durch die Differenz in der Wicklung selbst ein Strom zum Fließen gelangt. Außerdem verlangt man von den beiden Zweigen auch gleichen Widerstand, damit sich der Strom an der negativen Bürste in zwei gleiche Teile spaltet. Beide Forderungen müssen für jede Stellung des Ankers erfüllt sein, und das ist der Fall, wenn sich in den beiden Ankerstromzweigen immer je zwei Spulen in bezug auf Induktion und Widerstand gleichen. Für die angenommene Lage des Ankers in Abb. 49 entsprechen sich die Spulen 1 und 5, 4 und 8, 3 und 7, 2 und 6.

Die Verhältnisse liegen demnach bei der Trommel genau so wie bei dem Ring, nur sind bei der Trommel die beiden Ankerstromzweige nicht so übersichtlich voneinander getrennt. Wird in jedem Zweig eine EMK von E Volt induziert, so ist die Spannung zwischen den Bürsten, da die zwei Zweige parallel geschaltet sind, ebenfalls E Volt. Fließt von einer Bürste zur andern ein Strom von J Ampere, so ist der Strom in jedem Zweig $\frac{J}{2}$. Ist R_1 der Widerstand des gesamten



auf die Trommel gewickelten Drahtes, so ist der Widerstand von Bürste zu Bürste durch den Anker hindurch $\frac{R_1}{4}$ Ohm.

Bei der Darstellung der Wicklung ist es nun gebräuchlich, nicht die Spulen zu betrachten, sondern nur die wirksamen Seiten derselben. Die letzteren bezeichnet man als „Umfangselemente". Da jede Spule zwei Umfangselemente liefert, so ist die Zahl der Umfangs-

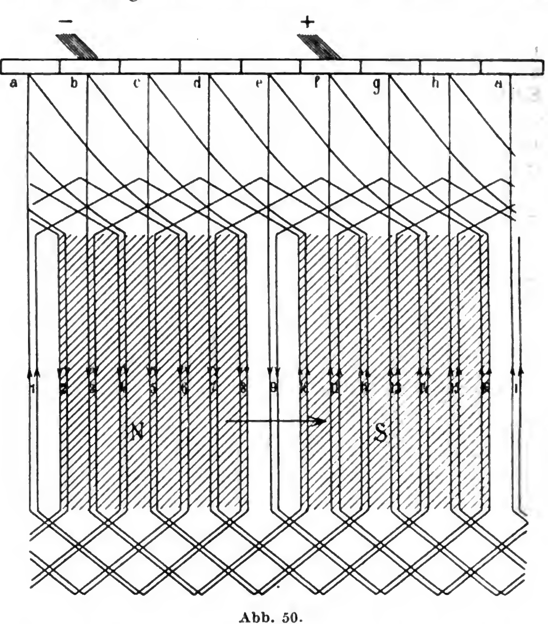


Abb. 50.

elemente doppelt so groß, als die der Spulen. Jeder Spule entspricht ein Kollektorsegment, so daß der Kollektor halb so viel Lamellen besitzt als Umfangselemente vorhanden sind. Die Umfangselemente werden mit fortlaufenden Zahlen numeriert, so wie es in Abb. 49 durch die in Klammer gesetzten Zahlen geschehen ist; die ersten Seiten der Spulen sind dann mit ungeraden Zahlen, die zweiten Seiten mit geraden Zahlen bezeichnet. Die Verbindung der so bezeichneten Umfangselemente auf den beiden Stirnflächen der Trommel erfolgt nach der in Abb. 49a angegebenen Wicklungstabelle.

Die horizontalen Striche geben die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche des Ankers (Kollektorseite), die schrägen Striche auf der hinteren Stirnfläche des Ankers an.

Um die Stromverhältnisse noch deutlicher hervortreten zu lassen, wickelt man den Ankerumfang in der Ebene ab. Diese Darstellungsart der Trommelwicklung ist in Abb. 50 gezeichnet. Die Wicklung ist nach der Wicklungstabelle in Abb. 49a angefertigt und unterscheidet sich von der Wicklung in Abb. 49 nur dadurch, daß jedes Umfangselement nicht aus einem Umfangsdraht, sondern aus zwei Umfangsdrähten besteht. Unter sonst gleichen Verhältnissen wird in diesem Fall doppelt soviel EMK erzeugt. Um höhere Spannungen zu erzeugen, setzt man demnach jede Spule aus mehreren Windungen, also jedes Umfangselement aus mehreren Umfangsdrähten zusammen.

17. Vor- und Nachteile von Ring und Trommel.

Die Frage, welcher von beiden Ankern den Vorzug besitzt, muß dahin beantwortet werden, daß beide Armaturen gewisse Vorteile in sich bergen, welche in einem gegebenen Fall bald die eine, bald die andere zweckmäßiger erscheinen lassen.

Als charakteristische Vorzüge des Ringes sind zu erwähnen:

1. Die Spannung zwischen zwei benachbarten Drähten ist ungefähr nur der m^{te} Teil der Bürstenspannung, wenn m die Anzahl der Drähte zwischen zwei Bürsten bedeutet. Der Ring eignet sich deshalb sehr wohl für Maschinen mit hoher Spannung.

2. Die Reparaturen sind beim Ring sehr einfach, da jedes Umfangselement für sich herausgenommen werden kann.

Als Nachteile wären zu nennen:

1. Die Drähte, welche im Innern des Ringes liegen, vermehren unnötigerweise den Widerstand des Ankers. Sie können sogar direkt schädlich wirken, wenn die Kraftlinien bei etwas starker Sättigung im Innern des Ringes wieder austreten.

2. Der Durchmesser des Ringes muß aus praktischen Rücksichten verhältnismäßig groß sein, da man sonst die Drähte im Innern des Ringes nicht unterbringt.

3. Der Ankerstern muß aus unmagnetischem Material sein.

Die Vorteile der Trommel sind:

1. Eine günstige Ausnutzung des auf den Anker gewickelten Kupfers.

2. Eine gedrungene Anordnung der ganzen Maschine.

3. Der Ankerstern darf aus Eisen sein.

Als Nachteile sind hervorzuheben:

1. Die größere konstruktive Schwierigkeit beim Bewickeln der Trommel und die größeren Kosten etwaiger Reparaturen der Be-

wickelung, da, abgesehen von den Schablonenwicklungen, meist die ganze Trommel abgewickelt werden muß.

2. Die größere Schwierigkeit der Isolation, da zwischen den beiden jeweils in der neutralen Zone gelegenen Umfangselementen die totale Bürstenspannung herrscht.

18. Theorie der zweipoligen Wicklungen.

a) Die Ringwicklung.

Die zweipolige Ringwicklung ist außerordentlich einfach. Die Wicklung wird spiralig als Draht ohne Ende auf den Ring gewickelt. Die Bürsten liegen ungefähr senkrecht zur Magnetachse. Jede Windung oder jede zweite, dritte, vierte usw. ist, ein Umfangselement bildend, mit einer Lamelle des Kollektors verbunden, so daß, wenn x Umfangselemente vorhanden sind, die Zahl der Umfangsdrähte z ebenfalls = x oder entsprechend 2 x, 3 x, 4 x usw. beträgt. Der Kollektor hat stets soviel Lamellen als der Ring Umfangselemente besitzt.

b) Die Trommelwicklung.

In Abb. 51 ist die Wicklung der Abb. 49 nochmals in zwei Arten dargestellt. Die Umfangselemente sind fortlaufend numeriert. Dabei ist es gleichgültig, welches Umfangselement mit 1 und welche Lamelle mit a bezeichnet wird. Der Symmetrie halber ist das Segment a in die Mitte zwischen die beiden Umfangselemente 1 und 6 gelegt. Bei der Verbindung der Umfangselemente auf der Vorder- und Rückseite des Ankers muß man am Umfang eine bestimmte Anzahl Umfangselemente überschreiten, und diesen Schritt bezeichnet man als „Wicklungsschritt". In Abb. 51 schreitet man auf der Rückseite um 8 — 1 = 7 Umfangselemente vorwärts, auf der Kollektorseite um 8 — 3 = 5 Umfangselemente rückwärts. Durch das Vor- und Rückwärtsschreiten bildet man auf dem Umfang des Ankers Schleifen, weshalb diese Wicklung auch „Schleifenwicklung" genannt wird. Eine symmetrische Wicklung erhält man auch dann, wenn man auf der Rückseite von 1 nach 10 und auf der Vorderseite von 10 nach 3 schreitet. In diesem Falle ist der Wicklungsschritt auf der Rückseite 9 und auf der Vorderseite 7. Stets ist bei der Schleifenwicklung der Schritt auf der Vorderseite um 2 kürzer als auf der Rückseite. Ist letzterer mit y_1, ersterer mit y_2 bezeichnet, so ist

$$y_2 = y_1 - 2. \qquad (27)$$

Der Wicklungsschritt selbst kann nur ungerade sein, weil bei geradem Wicklungsschritt nur die mit ungeraden Zahlen bezeichneten Umfangselemente verbunden würden.

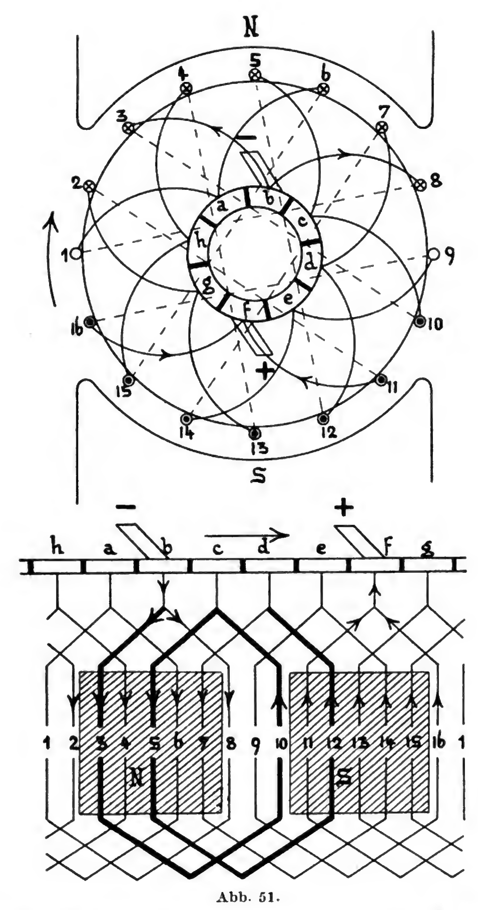


Abb. 51.

Auf der Rückseite macht man y_1 möglichst gleich $\frac{x}{2}$, wenn x Umfangselemente auf dem Anker unterzubringen sind. Ist $\frac{x}{2}$ selbst gerade, so muß man die benachbarten ungeraden Zahlen wählen.

In diesem Fall wird also der Wicklungsschritt auf der Rückseite

$$y_1 = \frac{x}{2} \pm 1 \text{ sein.} \tag{28}$$

Ist $\frac{x}{2}$ ungerade, so ist

$$y_1 = \frac{x}{2}. \tag{29}$$

In Abb. 51 ist $x = 16$;

$$y_1 = \frac{16}{2} - 1 = 7,$$

$$y_2 = 7 - 2 = 5.$$

Man kann auch

$$y_1 = \frac{16}{2} + 1 = 9; \; y_2 = 9 - 2 = 7 \text{ wählen.}$$

Für $x = 30$ wird

$$y_1 = \frac{30}{2} = 15$$

$$y_2 = 15 - 2 = 13.$$

Die Wicklung in Abb. 49 wird auch dann geschlossen und vollkommen symmetrisch sein, wenn man die Seite 1′ nicht mit der Seite 2, sondern mit der Seite 8 usw. verbindet. Diese Wicklung ist in Abb. 52 dargestellt und wird als „Wellenwicklung" bezeichnet. Der Wicklungsschritt wird auf Vorder- und Rückseite stets vorwärts gemacht. Ist $\frac{x}{2}$ gerade, so sind die beiden Wicklungsschritte gleich groß, nämlich

$$y_1 = y_2 = \frac{x}{2} \pm 1. \tag{30}$$

Ist $\frac{x}{2}$ bereits ungerade, so muß y_2 um 2 kleiner angenommen werden als y_1, weil man sonst beim Wickeln schon nach einem Umgang auf das erste Umfangselement zurückkommt. In Abb. 52 ist für $x = 16$ der Wicklungsschritt auf der Rückseite

$$y_1 = \frac{16}{2} - 1 = 7,$$

auf der Vorderseite

$$y_2 = y_1 = 7.$$

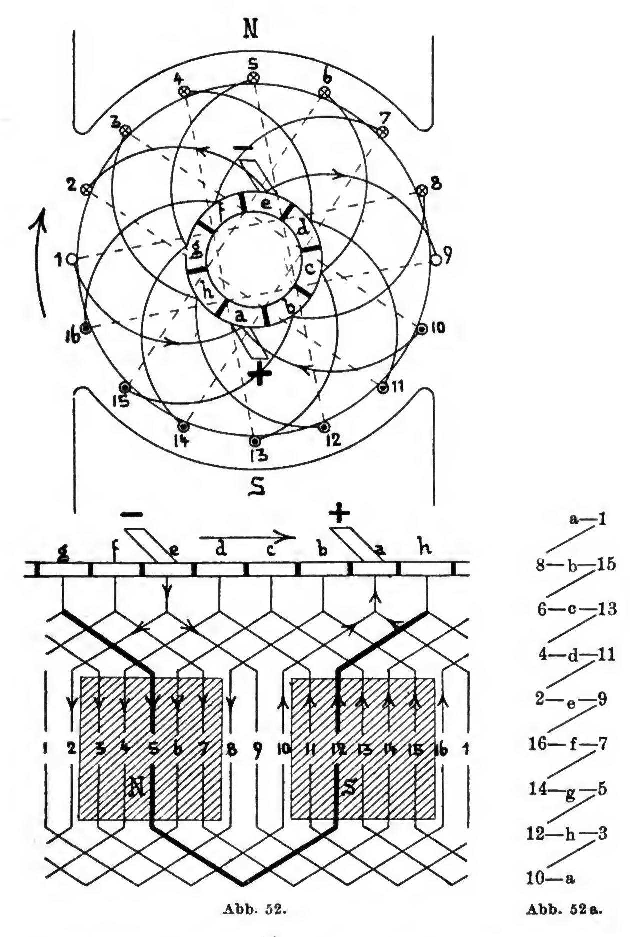


Abb. 52.

Abb. 52a.

Ebenso kann für $y_1 = \frac{16}{2} + 1 = 9$ und für $y_2 = y_1 = 9$ gewählt werden. Diese Wicklung unterscheidet sich von der vorigen mit dem Schritt 7 nur durch den Wicklungssinn.

Für $x = 30$ ist bei der Wellenwicklung auf der Rückseite

$$y_1 = \frac{30}{2} = 15,$$

auf der Vorderseite

$$y_2 = 15 - 2 = 13.$$

Diese Wicklung kann auch als Schleifenwicklung aufgefaßt werden.

Die Umfangselemente legt man aus magnetischen Gründen in Nuten ein, die gleichzeitig den Drähten auch einen guten Halt geben. In den bisherigen Figuren sind der Einfachheit halber die Umfangs-

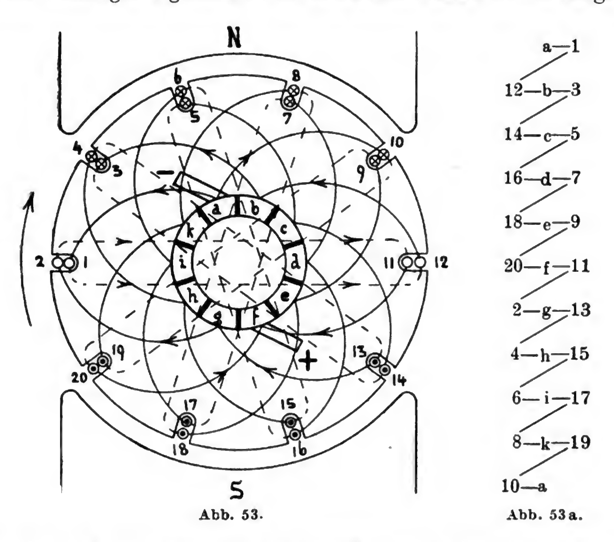


Abb. 53. Abb. 53a.

elemente auf den glatten Umfang der Trommel gezeichnet. Wenn man nun jedes Umfangselement in eine besondere Nut auf den Anker legt, so ist die Zahl der Umfangselemente natürlich eine beschränkte. Da man zur Erzeugung höherer Spannungen deren ziemlich viele braucht, so läßt sich ein Ausweg darin finden, daß man zwei Umfangselemente in einer Nut, welche dann die doppelte Tiefe erhält, unterbringt. Eine solche Wicklung, die auch als „Doppelnutenwicklung“ bezeichnet wird, stellt Abb. 53 dar.

20 Umfangselemente sind in 10 Nuten unterzubringen. Die Numerierung der Umfangselemente ist so vorgenommen, daß alle ungeraden Zahlen, das sind die ersten Seiten der Spulen, unten, und alle

geraden Zahlen, das sind die zweiten Seiten der Spulen, oben liegen. Auf der Rückseite ist der Wicklungsschritt, wenn Schleifenwicklung angenommen wird,

$$y_1 = \frac{20}{2} \pm 1, \text{ gewählt } y_1 = 11,$$

auf der Vorderseite

$$y_2 = y_1 - 2 = 11 - 2 = 9.$$

Im übrigen unterscheidet sich diese Wicklung durch nichts von einer solchen, bei welcher die 20 Umfangselemente in 20 Nuten nebeneinander auf dem Umfang liegen.

Nur die praktische Ausführung ist unter Umständen unmöglich. Wie eine Verfolgung der Wicklung zeigt, verläuft dieselbe von a nach 1, 12, b usw. Der Draht 12 liegt aber in der Nut oben, unter ihm liegt der Draht 11, der erst später gewickelt wird. Nun ist es aber bei Handwicklungen nicht möglich, einen Draht erst oben, dann einen unten in die Nut zu legen.

Hat man es mit einer „Stabwicklung“ zu tun, bei welcher jedes Umfangselement aus nur einem Stab besteht, wie das bei größeren Stromstärken zutrifft, so legt man erst alle 20 Umfangsstäbe ein und verbindet dieselben nachträglich auf Vorder- und Rückseite dem Wicklungsschema entsprechend. In diesem Falle fällt die Schwierigkeit fort. Es läßt sich auch eine Drahtwicklung herstellen, sobald jedes Umfangselement aus nur einem Draht besteht. Dann befestigt man sämtliche Drähte an den Kollektorlamellen, legt dieselben in die entsprechenden Nuten, wie z. B. den von a in 1, den von b in 3 usw. Nun macht man auf der Rückseite den halben Wicklungsschritt nach vorwärts mit sämtlichen Drähten, bindet dieselben auf die Welle fest, biegt alle rückwärts, vollendet vollends den Wicklungsschritt und legt sämtliche Drähte wieder in die entsprechenden Nuten, also den Draht a—1 in die Nut 12, in welcher der Draht 11 bereits liegt, den Draht b—3 in die Nut 14, in welcher unten bereits der Draht 13 liegt usw. Endlich werden auf der Vorderseite die Drähte wieder nach den entsprechenden Lamellen zurückgeführt.

Diese Art der Ausführung ist bei Handwicklung nicht mehr möglich, sobald ein Umfangselement aus mehreren Drähten besteht nach Art der Abb. 50. Die bestehende Schwierigkeit könnte man kurzerhand dadurch erledigen, daß man eben den Draht, der zuerst in eine Nut entfällt, unten hereinlegt.

In Abb. 54 liegt das Umfangselement 12, das beim Handwickeln zuerst in die Nut kommt, unten. Dasselbe ist der Fall mit den Umfangselementen 14, 16, 18 und 20. Während also in den ersten fünf Nuten die ungeraden Elemente unten liegen, müssen von der sechsten Nut ab die geraden Elemente unten liegen.

Dies birgt aber einen Nachteil in sich, der die Wicklung schlecht macht. Verfolgt man in der gezeichneten Stellung von der Bürste a ab die beiden Zweige der Wicklung, so zeigt sich, daß die Elemente des einen Zweiges a—1—12—3—14—5—16—7—18—9—20—f alle unten, die Elemente des anderen Zweiges a—10—19—8—17—6—15—4—13—2—11—f alle oben liegen. Die Folge davon ist, daß im außen liegenden Zweige mehr EMK induziert wird, weil diese Elemente größere Geschwindigkeit besitzen, und es tritt innerhalb der

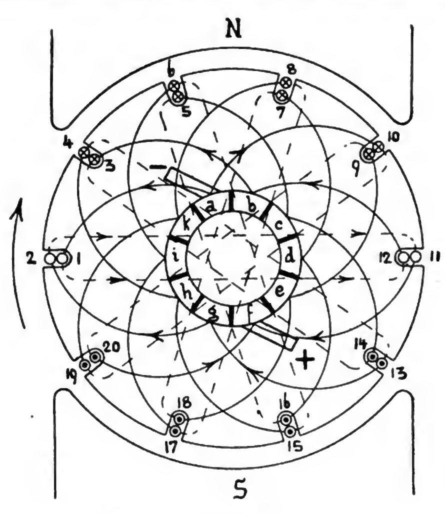


Abb. 54.

geschlossenen Wicklung ein Strom auf, der gleich der Differenz der in den Zweigen induzierten EMK ist, dividiert durch den Widerstand R_1 des Wicklungsdrahtes. Dieser Strom erwärmt den Anker außerordentlich, und gibt außerdem Veranlassung zu sehr starken Funken am Kollektor.

Soll deshalb die Induktion in beiden Zweigen gleich groß sein, so müssen in jedem Zweig unten und oben liegende Umfangselemente stets abwechseln.

Hierzu ist es erforderlich, die Umfangselemente zu numerieren, wie es in Abb. 55 angegeben ist. Dann wickelt man zuerst Spule a 1 12 b. Über diese Spule legt man dann von der anderen Seite des Kollektors beginnend Spule f 11 2 g. In den folgenden Nuten wickelt

man unten g 13 4 h und oben b 3 14 c genau wie es die Tabelle angibt. Vollkommen symmetrisch wird diese Wicklung nur dann, wenn die halbe Anzahl Nuten ungerade ist. Ist letztere gerade, so tritt eine kleine Unsymmetrie auf, die aber bei einer größeren Anzahl Umfangselemente ohne Bedeutung ist.

Da sich jedes Umfangselement aus mehreren Drähten (jede Spule aus mehreren Windungen) zusammensetzt, so bezeichnet man die Wicklung als „Drahtwicklung".

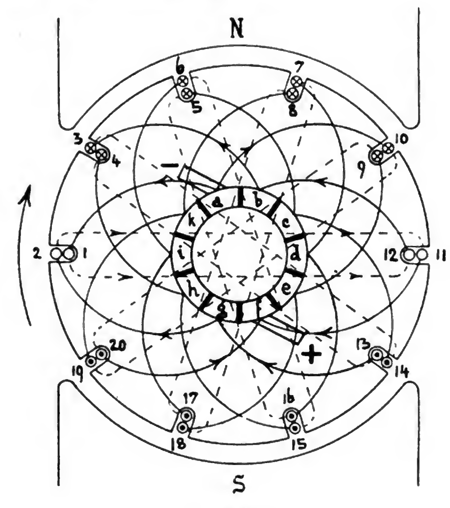


Abb. 55.

Wird die Spule nicht direkt auf die Trommel gewickelt, sondern werden die Spulen vor dem Aufbringen auf den Anker auf einer besonderen Schablone angefertigt (Abschnitt IV, 22) so können dieselben auch nach dem Schema der Stabwicklung in Abb. 53 auf den Anker gebracht werden.

Anstatt 2 Umfangselemente legt man auch häufig 4, 6 und sogar 8 Umfangselemente in eine Nut. Eine vierfache Nutenwicklung entsteht aus dem Schema Abb. 53 dadurch, daß man die Umfangselemente in benachbarten Nuten in eine gemeinsame Nut legt, so z. B. 1 und 2 mit 3 und 4, ferner 5 und 6 mit 7 und 8 usw. Der Anker erhält dann 5 Nuten, in welchen immer 4 Umfansgelemente, also 4 Spulenseiten untergebracht sind. Werden die nebeneinander liegen-

den Spulenseiten vor dem Auflegen auf den Anker durch Isolierband miteinander vereinigt, so müssen natürlich in dem Schema auch die zu 1 und 3 gehörigen zweiten Spulenseiten ebenfalls in eine Nut zusammen kommen. Bei dem in Abb. 53 angenommenen Wicklungsschritt $y_1 = 11$ trifft das nicht zu. Wählt man denselben aber zu $y_1 = 9$, so fallen auch die zu 1 und 3 gehörigen Umfangselemente 10 und 12 in eine gemeinsame Nut.

Nicht unerwähnt soll bleiben, daß auch Wicklungen mit sogenanntem verkürztem Wicklungsschnitt (Sehnenwicklung) möglich sind. Z. B. kann bei einer Schleifenwicklung der Wicklungsschritt statt

$$y_1 = \frac{x}{2} - 1 \text{ auch } y_1 = \frac{x}{2} - 3 \text{ oder } y_1 = \frac{x}{2} - 5$$

sein. Zu beachten ist hierbei, daß der Wicklungsschritt auf der Rückseite mindestens so groß zu nehmen ist, daß nicht etwa zwei eine Spule bildende Umfangselemente in dem Bereich eines Poles liegen.

IV. Abschnitt.

19. Mehrpolige Wicklungen mit Parallelschaltung.

Das Bestreben, Maschinen von immer größerer Leistung zu bauen, hat zur Konstruktion der mehrpoligen Maschinen geführt. Man unterscheidet mehrpolige Maschinen mit Parallelschaltung und mehrpolige Maschinen mit Serienschaltung.

a) Der Ring mit Parallelschaltung.

Jeder Ring, welcher nach den bisherigen Wicklungsdiagrammen entworfen ist, kann ebenso gut für 4, 6, 8 usw. Pole benutzt werden, wie für 2. Nur die Zahl der Stromabnahmestellen wird eine größere, und zwar braucht man ebenso viel Bürstenpaare als Polpaare vorhanden sind. Abb. 56 zeigt die Wicklung eines vierpoligen Ringes mit Parallelschaltung.

Die Richtung der induzierten EMK ist nach der in Abschnitt II, 13, angegebenen Regel die in Abb. 56 eingezeichnete. Von den beiden Stellen B und B′ sind die EMKe nach beiden Seiten den Punkten A und A′ zu gerichtet. Innerhalb des Ringes kann ein Strom nicht entstehen, weil die vier induzierten EMKe sich gegenseitig aufheben. Es entspricht das ganze Schema vier Elementen, welche alle parallel geschaltet sind (Abb. 57).

In den Punkten A und A′ treffen je zwei Ströme zusammen. Dieselben vereinigen sich und fließen von beiden Seiten nach dem

Punkte C. In C findet abermals eine Vereinigung statt; in D trennen sich die Ströme wieder, fließen nach den Punkten B und B′ und von

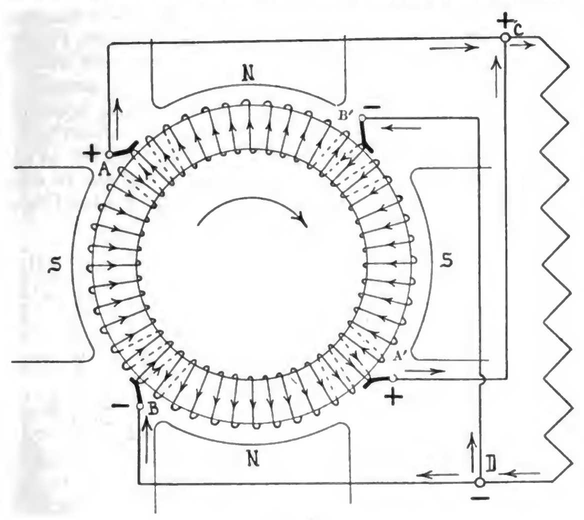


Abb. 56.

da wieder in je zwei Zweigen zurück in die Elemente. Abb. 57a zeigt den Verlauf mit größerer Übersichtlichkeit.

Die Wicklung (Abb. 56) besteht aus 48 Windungen und es sei der Einfachheit halber wieder angenommen, daß in jeder Windung gleich viel EMK induziert würde, z. B. je 5 Volt. Setzt man nun voraus, daß die Punkte B und B′ sich auf der absoluten Spannung Null befinden und daß die Spannungszunahme in jeder Windung 5 Volt beträgt, so wächst die Spannung von B nach A hin von Null bis 60 Volt, ebenso von B nach A′ hin und desgleichen von B′ nach A und nach A′. Während also die Punkte B und B′ auf der Spannung Null sind, befinden sich die Punkte A und A′ auf der Spannung 60 Volt.

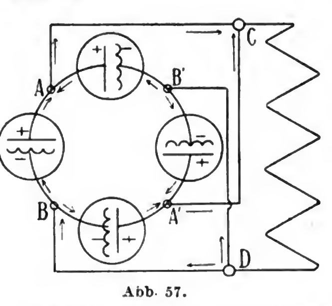


Abb. 57.

Da man Punkte gleicher Spannung verbinden kann, ohne daß durch die Verbindung ein Strom geht, so wird durch die Verbindungsdrähte AA′ und BB′ zunächst noch kein Strom fließen. Erst wenn man die Klemmen C mit D verbindet, ist ein Leiter zwischen zwei Punkte ungleicher Spannung gebracht; jetzt kann der Strom erst ins Fließen kommen von C nach D durch den äußeren Schließungsdraht.

Bei mehrpoligen Maschinen mit Parallelschaltung braucht man so viel Bürstenpaare als Polpaare vorhanden sind. Sämtliche positiven Bürsten und sämtliche negativen Bürsten werden je miteinander verbunden. Diese Verbindungen führen zugleich zu den Polklemmen der Maschine. (In Abb. 56 sind es die Punkte C und D.)

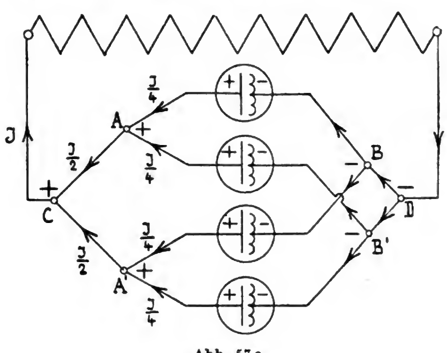


Abb. 57a.

Bei den mehrpoligen Maschinen kann man die Bürsten entweder direkt auf dem blank abgedrehten Ring schleifen lassen, oder man kann genau in derselben Weise wie bei den zweipoligen Maschinen einen Kollektor anordnen. (Abb. 58.)

Bei sehr großen Dimensionen des Ringes kommt man, da der Ring mit magnetischen Massen umgeben werden muß, auf sehr schwere Konstruktionen des Magnetgestells. Deshalb hat man auch schon die Magnete in das Innere des Ringes hineingelegt. Solche Maschinen nennt man Innenpolmaschinen. Bei denselben läßt man fast immer die Bürsten direkt auf dem Ringe schleifen.

Die Spannungs-, Strom- und Widerstandsverhältnisse des vierpoligen Ringes ergeben sich folgendermaßen: In jedem der vier Zweige der Wicklung in Abb. 56 wird eine EMK von E = 60 Volt induziert. Da die vier Zweige parallel geschaltet sind, so ist die Spannung zwischen den beiden Klemmen C und D nicht größer als ebenfalls E Volt. Ist die Stromstärke, die von C nach D fließt, J Ampere,

so ist der Strom in den Zweigen DB und DB′ je $\frac{J}{2}$ Ampere. In B und B′ findet abermals eine Verzweigung in zwei Teile statt, so daß der Strom in den Zweigen BA und BA′, B′A und B′A′ nur $\frac{J}{4}$ ist. Daraus folgt: Will man eine zwei- und eine vierpolige Maschine konstruieren, die beide denselben Strom J im äußeren Stromkreise leisten können, so erhalten die Ankerdrähte bei der zweipoligen Maschine den

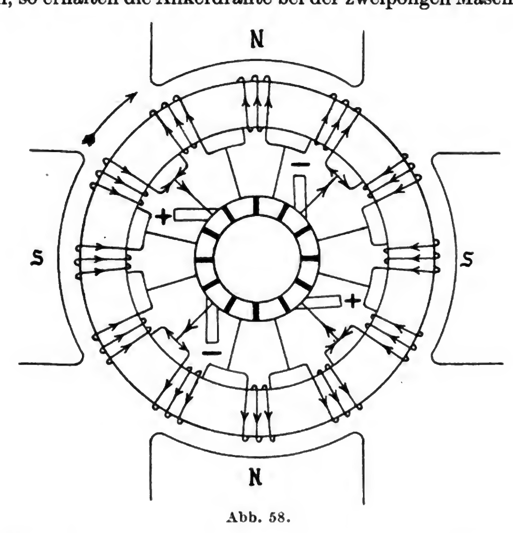


Abb. 58.

Strom $\frac{J}{2}$, bei der vierpoligen mit Parallelschaltung nur $\frac{J}{4}$ Ampere, sie brauchen daher, die gleiche Amperezahl pro Quadratmillimeter Querschnitt vorausgesetzt, bei letzteren nur halb so starken Querschnitt zu haben. Oder umgekehrt: bei Verwendung desselben Ankerdrahtes für eine zwei- wie eine vierpolige Maschine mit Parallelschaltung verträgt die vierpolige nochmal so viel Strom als die zweipolige.

Der Widerstand des gesamten auf den vierpoligen Anker mit Parallelschaltung gewickelten Drahtes sei R_1 Ohm. Aus diesem Drahte werden vier parallel geschaltete Zweige hergestellt, von denen jeder demnach einen Widerstand von $\frac{R_1}{4}$ Ohm haben muß. Das

Leitungsvermögen einer solchen vierfachen Schleife ist nach Abschnitt I, 6 Gleichung (10)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{R_1}{4}} + \frac{1}{\frac{R_1}{4}} + \frac{1}{\frac{R_1}{4}} + \frac{1}{\frac{R_1}{4}} \text{ oder } \frac{1}{R} = 4 \cdot \frac{1}{\frac{R_1}{4}}$$

oder

$$\frac{1}{R} = \frac{16}{R_1},$$

somit der Widerstand der Schleife

$$R = \frac{R_1}{16}.$$

Dem Stromdurchfluß von D nach C (Abb. 56) durch den Anker wird sich der Widerstand dieser vierfachen Schleife entgegensetzen, es ist somit der Ankerwiderstand $R_A = \frac{R_1}{16}$.

Für Maschinen mit Parallelschaltung und mit 2 p Polen gelten folgende allgemeine Formeln:

Eine Maschine mit 2 p Polen hat $p = \frac{2\,p}{2}$ Polpaare.

Die Zahl der Zweige der Ankerwicklung ist $2\,p' = 2\,p$.

Die Zahl der Stromabnahmestellen ist ebenfalls $= 2\,p'$.

Die EMK der Maschine ist E Volt, wenn in jedem der $2\,p'$ Zweige eine EMK von E Volt erzeugt wird.

Die Stromstärke i_a in den Ankerdrähten ist $i_a = \frac{J}{2\,p'}$, wenn J der Strom im äußeren Schließungsdraht ist.

Der Widerstand des Ankers ist $R_a = \frac{R_1}{4\,p'^2}$, wenn R_1 der Widerstand des gesamten auf den Anker gewickelten Drahtes ist.

Es ist die Möglichkeit vorhanden, bei mehrpoligen Maschinen mit Parallelschaltung die Zahl der Bürsten zu reduzieren. Im Inneren des Ringes müssen dann Querverbindungen angebracht werden, welche nach dem Erfinder dieser Schaltung den Namen Mordeyverbindungen tragen. Diese Verbindungen werden an dem Kollektor vorgenommen. Im allgemeinen können alle diejenigen Segmente verbunden werden, zwischen denen während der Drehung des Ankers keine Spannungen auftreten. Diese Segmente liegen um den doppelten Bürstenwinkel voneinander entfernt. Bei der vierpoligen Wicklung können demnach alle gegenüberliegenden Segmente in Verbindung gebracht werden. Wird nun eine Bürste weggelassen, so nimmt der Strom seinen Weg durch den betreffenden Verbinder nach der anderen gleichnamigen Bürste (Abb. 59). Bei einer sechspoligen Maschine

sind alle um 120° gegeneinander versetzte Kollektorsegmente zu verbinden. Damit jedes Segment seine Verbindung erhält, muß die Zahl der Segmente durch 3 teilbar sein. Allgemein muß die Zahl der Segmente ein Vielfaches der Polpaarzahl sein.

Wird in den einzelnen Ankerzweigen infolge magnetischer Unsymmetrien nicht die gleiche EMK induziert, so bringen diese Mordeyverbindungen ferner den Vorteil, daß sich die Spannungen zwischen den einzelnen Zweigen bereits in der Maschine ausgleichen können.

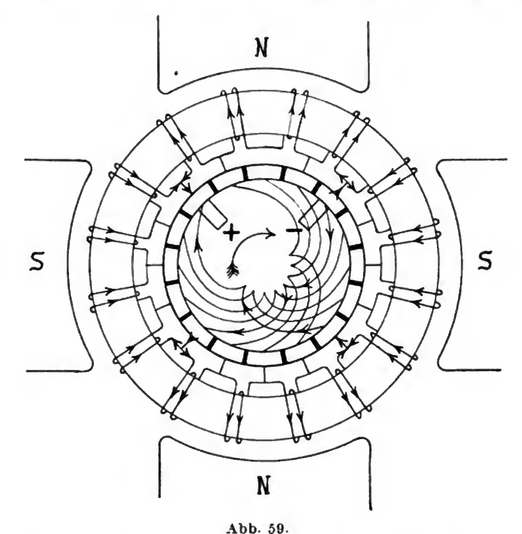


Abb. 59.

Sind diese Verbinder (Ausgleicher) nicht vorhanden, so erfolgt der Ausgleich durch die Bürsten, was zu starken Funken am Kollektor Veranlassung gibt.

b) Die Trommel mit Parallelschaltung.

Die mehrpolige Trommelwicklung, bei der ebensoviel Ankerzweige wie Pole vorhanden sind, läßt sich leicht aus der zweipoligen Wicklung ableiten. Man erhält z. B. eine vierpolige Wicklung mit Parallelschaltung dadurch, daß man zwei zweipolige in der Längsrichtung der Trommel aufschneidet und aneinander setzt (Abb. 60).

Da jede der beiden zweipoligen Wicklungen je zwei Bürsten hat, so erhält man jetzt, wie beim Ring, vier Bürsten, durch welche die

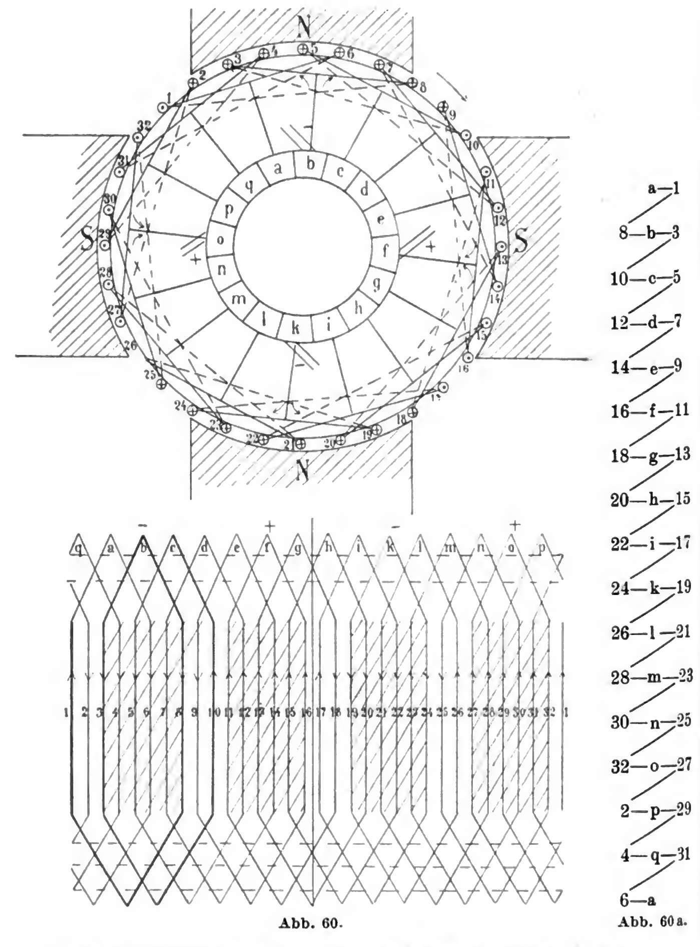


Abb. 60. **Abb. 60a.**

Wicklung in vier parallel geschaltete Zweige geteilt wird. Die beiden positiven liegen bei f und o, die beiden negativen bei b und k. Um einen Strom zu erhalten, hat man zwischen die Verbindung der beiden positiven Bürsten und die der beiden negativen Bürsten den äußeren

Stromkreis zu legen. Durch die positiven Bürsten f und o tritt der Strom aus den Ankerzweigen aus, durch die negativen Bürsten b und k in die Ankerzweige ein und nimmt in den Zweigen folgenden Verlauf:

$$-\left\langle \begin{array}{l} b \left\langle \begin{array}{l} 3 - 10 - 5 - 12 - 7 - 14 - 9 - 16 \\ 8 - 1 - 6 - 31 - 4 - 29 - 2 - 27 \end{array} \right\rangle f \\ k \left\langle \begin{array}{l} 24 - 17 - 22 - 15 - 20 - 13 - 18 - 11 \\ 19 - 26 - 21 - 28 - 23 - 30 - 25 - 32 \end{array} \right\rangle o \end{array} \right\rangle +$$

Wird in jedem Ankerzweig eine EMK von E Volt induziert, so ist die Spannung an den Polklemmen ebenfalls E Volt. Bezüglich der Strom- und Widerstandsverhältnisse gilt dasselbe, was bereits beim Ring mit Parallelschaltung hierüber angegeben ist.

Bei der Ausführung der Wicklung in Abb. 60 schreitet man auf der Rückseite vorwärts und auf der Vorderseite rückwärts; es handelt sich also um eine „Schleifenwicklung" mit den Wicklungsschritten $y_1 = 7$ und $y_2 = 5$. Der Wicklungsschritt, der, wie bei den zweipoligen Wicklungen, nur **ungerade** sein kann, besitzt auf der Rückseite etwa die Länge von Mitte Nordpol bis zu Mitte Südpol. Bei der vierpoligen Wicklung schreitet man dabei um $\frac{x}{4}$ Umfangselemente weiter. Ist $\frac{x}{4}$ gerade, so kann der Wicklungsschritt auf der Rückseite nur

$$y_1 = \frac{x}{4} \pm 1 \text{ sein.}$$

Auf der Vorderseite beträgt er:

$$y_2 = y_1 - 2.$$

In Abb. 60 ist für $x = 32$:

$$y_1 = \frac{32}{4} - 1 = 7; \quad y_2 = 7 - 2 = 5 \text{ gewählt.}$$

Sind 36 Umfangselemente aufzuwickeln, so kann

$$y_1 = \frac{36}{4} = 9,$$

$$y_2 = 9 - 2 = 7$$

angenommen werden.

Bei p Polpaaren, also 2 p Polen, beträgt der Wicklungsschritt auf der Rückseite, wenn $\frac{x}{2p}$ gerade ist:

$$\mathbf{y_1 = \frac{x}{2p} \pm 1.} \qquad (31)$$

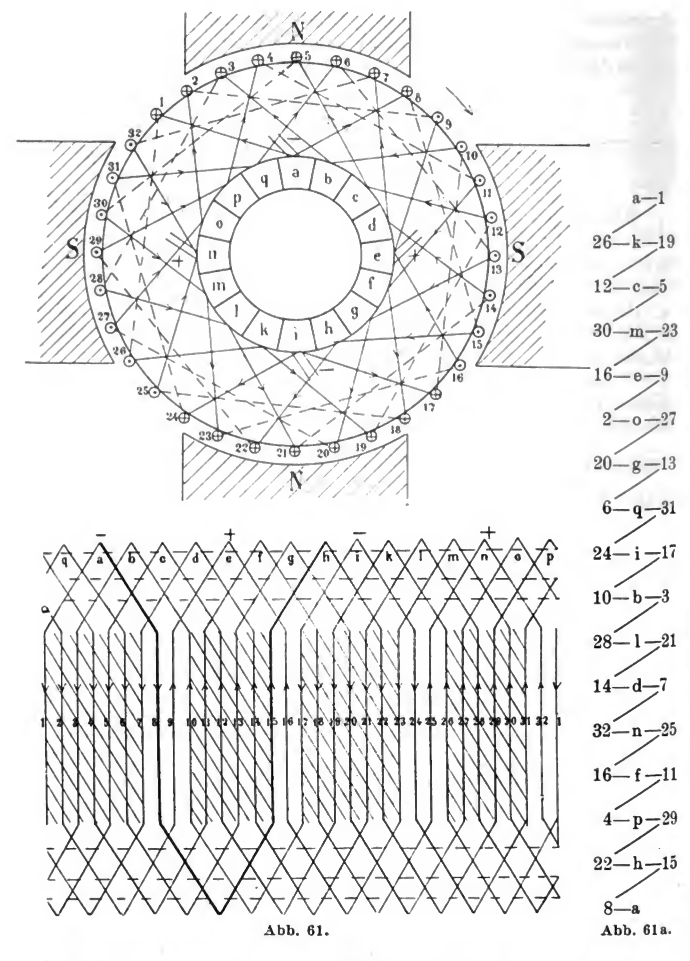


Abb. 61. Abb. 61a.

Auf der Vorderseite ist er bei der Schleifenwicklung stets:

$$y_2 = y_1 - 2. \tag{32}$$

Ist z. B. bei einer sechspoligen Maschine x = 72, so kann

$$y_1 = \frac{72}{6} \pm 1 = 11 \text{ oder } 13$$

und $$y_2 = 11 - 2 = 9 \text{ oder } y_2 = 13 - 2 = 11$$

gewählt werden.

Die Bürstenzahl kann man ebenso wie bei der Ringwicklung durch Mordeyverbindungen reduzieren. Die Lamellenzahl muß dabei durch die Polpaarzahl ohne Rest teilbar sein. Treten ungleiche EMKe in den Spulen der Ankerzweige auf, so gleichen sich die Differenzen

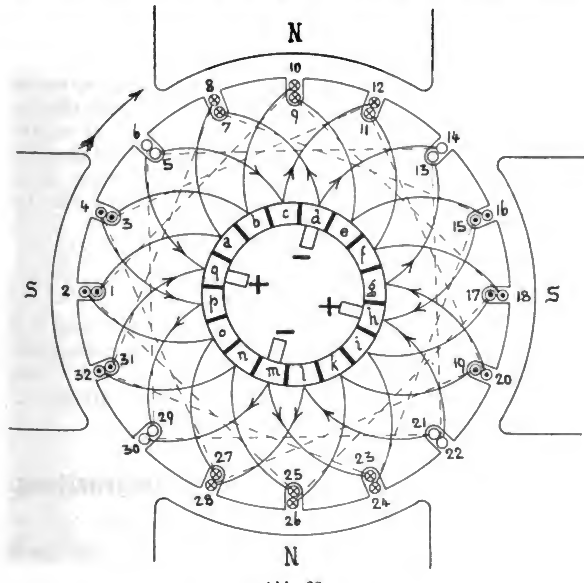


Abb. 62.

durch die hergestellten Verbindungen aus. Solche Fehler lassen sich auch dadurch vermindern, daß man die Umfangselemente, die zu einem Ankerzweig gehören, gleichmäßig auf alle Pole verteilt. Bei dieser Wicklung schreitet man in Abb. 61 auf der Vorderseite nicht um 5 rückwärts, sondern um den gleichen Schritt wie auf der Rückseite vorwärts. Diese Wicklung besitzt den Charakter einer „Wellenwicklung". Der Wicklungsschritt beträgt auf der Rück- und Vorderseite, wenn $\frac{x}{2p}$ gerade ist:

$$y_1 = y_2 = \frac{x}{2p} \pm 1. \tag{33}$$

Damit eine einfach geschlossene Wicklung entsteht, dürfen y_1 bzw. y_2 und x keinen gemeinschaftlichen Teiler besitzen. In Abb. 61 ist die Wicklung für x = 32 mit den Wicklungsschritten

$$y_1 = y_2 = \frac{32}{4} - 1 = 7$$

dargestellt.

Ebenso wie bei dem zweipoligen Trommelanker kann man auch bei dem mehrpoligen das System der Doppelnuten verwenden. Besitzen die Spulen mehrere Windungen, so wickelt man die Spulen auf besondere Schablonen, die man dann auf den Anker so aufbringt, daß die eine Spulenseite unten und die andere Spulenseite oben in der betreffenden Nut zu liegen kommt. Hierzu müssen alle ungeraden Umfangselemente unten, alle geraden Umfangselemente oben in den Nuten liegen. Abb. 62 zeigt eine Doppelnutenwicklung für einen vierpoligen Anker mit 32 Umfangselementen und den Wicklungsschritten

$$y_1 = \frac{32}{4} + 1 = 9,$$

$$y_2 = 9 - 2 = 7.$$

Vereinigt man in Abb. 62 mit den Spulenseiten 1 und 2 resp. 9 und 10 die in den benachbarten Nuten liegenden Spulenseiten 3 und 4 resp. 11 und 12 in je einer Nut, so entsteht eine vierfache Nutenwicklung. Um die 32 Umfangselemente unterzubringen, genügen dann 8 Nuten.

20. Mehrpolige Wicklungen mit Serienschaltung.

a) Der Ring mit Serienschaltung.

Bei dieser Schaltung werden die Umfangselemente auf dem Anker so verbunden, daß nur zwei Ankerstromzweige entstehen. In der Hälfte aller Umfangselemente addieren sich dann die EMKe, so daß die Serienschaltung da anzuwenden ist, wo hohe Spannungen zu erzeugen sind.

Die Ringwicklung mit Serienschaltung führt auf komplizierte Schaltungsdiagramme, welche der praktischen Ausführung nicht unerhebliche Schwierigkeiten bieten. Die praktisch am leichtesten durchführbare und daher auch am häufigsten verwendete Wicklung ist die von Perry.

Abb. 63 zeigt eine solche Wicklung für eine vierpolige Maschine mit 13 Umfangselementen.

Um nur zwei Ankerzweige zu erhalten, müssen bei der Verbindung der Umfangselemente eine Anzahl derselben übersprungen werden, und zwar schreitet man am Umfang immer in demselben Sinn weiter um den Schritt

$$y = \frac{x \pm 1}{p}. \qquad (34)$$

Abb. 63.

a — 1 — h
h — 7 — b
b — 13 — i
i — 6 — c
c — 12 — k
k — 5 — d
d — 11 — l
l — 4 — e
e — 10 — m
m — 3 — f
f — 9 — n
n — 2 — g
g — 8 — a

Abb. 63a.

Nach dieser Wicklungsformel ist nur eine solche Zahl von Umfangselementen verwendbar, welche um 1 vermehrt oder vermindert durch die Polpaarzahl p teilbar ist. In Abb. 63 sind deshalb 13 Spulen gewählt. Als Wicklungsschritt ist

$$y = \frac{13 - 1}{2} = 6$$

angenommen.

Geht man von dem ersten Umfangselement aus, so schreitet man zunächst zum Element 7, dann zum Element 13 usw., bis man schließlich zum Element 1 zurückgelangt. Am Kollektor beträgt selbstverständlich der Wicklungsschritt ebenfalls 6. Die Wicklung ist in der Tabelle Abb. 63a zusammengestellt.

Durch Verfolgung der Richtung der induzierten EMK findet man, daß die positive Bürste auf dem Segment d und die negative Bürste auf dem Segment a aufliegt. Beide Bürsten liegen genau um 90° voneinander entfernt.

Es sind also zwei parallel geschaltete Ankerzweige vorhanden. Wird in jedem Zweig E Volt induziert, so ist die Spannung zwischen den Bürsten ebenfalls E Volt. Der durch die negative Bürste in die Ankerwicklung gelangende Strom spaltet sich in zwei Teile, welche die Spulen in der nachstehenden Reihenfolge durchfließen.

$$\longrightarrow \overset{-}{a} < \begin{matrix} 1 - 7 - 13 - 6 - 12 - 5 - - \\ 8 - 2 - \;\; 9 - 3 - 10 - 4 - 11 \end{matrix} > \overset{+}{d} \longrightarrow$$

Damit der Strom sich gleichmäßig auf die beiden Ankerzweige verteilt, und damit ferner in der Wicklung selbst kein Strom entstehen kann, müssen die beiden Ankerzweige gleichen Widerstand und gleiche Induktion besitzen. Diese Forderungen sind in dem gewählten Beispiel nicht erfüllt, da in dem unteren Zweig ein Umfangselement mehr eingeschaltet ist als in dem oberen Zweig. Diese Unsymmetrie, die bei größerer Anzahl Elemente unwesentlich ist, tritt stets auf, wenn die Polpaarzahl gerade ist. Eine vollständige Symmetrie ist bei den Maschinen mit ungerader Polpaarzahl, also bei 6, 10 usw. poligen möglich, wenn der ungerade Wert des Wicklungsschrittes gewählt wird. Sieht man von der Unsymmetrie der beiden Ankerzweige in Abb. 63 ab, so fließt von dem Strom J des äußeren Teiles des Kreises durch jeden Ankerzweig, also auch durch jeden Ankerdraht $\frac{J}{2}$ Ampere. Ist ferner R_1 der Widerstand des ganzen auf den Anker gewickelten Drahtes, so ist der Widerstand eines Zweiges $\frac{R_1}{2}$, der Widerstand beider Zweige zusammen von Bürste zu Bürste, also der Ankerwiderstand

$$R_A = \frac{\frac{R_1}{2} \cdot \frac{R_1}{2}}{\frac{R_1}{2} + \frac{R_1}{2}} = \frac{R_1}{4}.$$

Ein Vergleich der vierpoligen Maschine mit Serienschaltung mit einer solchen mit Parallelschaltung ergibt, daß unter sonst gleichen Verhältnissen bei gleicher Drahtstärke und gleicher Umfangsdrahtzahl die Maschine mit Serienschaltung zwar nur halb so viel Strom im äußeren Schließungskreis zuläßt, als die mit Parallelschaltung, dagegen doppelt so viel EMK entwickelt. Man wird also bei Erzeugung starker Ströme mit Vorteil die Parallelschaltung, bei Erzeugung hoher Spannungen die Serienschaltung verwenden.

Zieht man wieder zum Vergleich galvanische Elemente heran (Abb. 64), so entspricht die vierpolige Wicklung mit Serienschaltung vier Elementen, von denen je zwei hintereinander geschaltet sind, und diese zwei Gruppen unter sich wieder parallel.

Allgemein kann man für Maschinen mit Serienschaltung mit 2p Polen folgende Regeln aufstellen.

Eine Maschine mit 2 p Polen hat $p = \frac{2\,p}{2}$ Polpaare.

Die Zahl der Zweige der Ankerwicklung ist stets $2\,p' = 2$. Die Zahl der Stromabnahmestellen ist ebenfalls $= 2$, ihre Versetzung beträgt $\frac{360^\circ}{2\,p}$ oder ein ungerades Vielfaches davon.

Die EMK der Maschine ist E Volt, wenn in jedem der zwei Zweige E Volt erzeugt werden.

Die Stromstärke in den Ankerdrähten ist $\frac{J}{2\,p'} = \frac{J}{2}$, wenn J der Strom im äußeren Schließungsdraht ist.

Der Widerstand des Ankers ist $R_A = \frac{R_1}{4\,p'^2} = \frac{R_1}{4}$, wenn R_1 der Widerstand des gesamten auf den Anker gewickelten Drahtes ist.

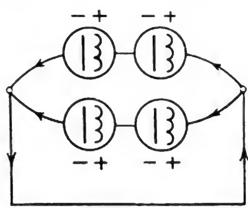


Abb. 64.

In Abb. 65 ist eine sechspolige Serienwicklung mit 16 Umfangselementen aufgezeichnet. Die Wicklung schreitet stets um

$$y = \frac{16 - 1}{3} = 5 \text{ weiter.}$$

Die positive und negative Bürste schließen dabei entweder einen Winkel von $\frac{360}{2 \cdot 3} = 60^\circ$ oder von $3 \cdot 60 = 180^\circ$ oder von $5 \cdot 60 = 300^\circ$ ein. In Abb. 65 ist z. B. die negative Bürste anstatt auf das Segment m auf das Segment a gelegt, so daß der Bürstenwinkel $3 \cdot 60 = 180^\circ$ beträgt.

Dreht man in Abb. 63 den Anker so weit, daß die negative Bürste gleichzeitig die beiden Segmente a und n berührt, so werden hierdurch die beiden Umfangselemente, die an den Segmenten a und n angeschlossen sind, in einen fast widerstandslosen Kreis für sich geschlossen; man sagt, die Bürste schließt die Umfangselemente kurz. Bei der vierpoligen Maschine werden von jeder Bürste immer 2 Umfangselemente, bei der 2p poligen Maschine allgemein p Umfangs-

elemente kurz geschlossen. Durch diesen Kurzschluß wird nicht allein die Zahl der hintereinander geschalteten Umfangselemente in jedem Ankerzweig vermindert, sondern derselbe ist auch (siehe Abschnitt V, 24) die wesentliche Ursache, daß am Kollektor Funken entstehen. Je mehr Umfangselemente gleichzeitig kurz geschlossen sind, desto stärker machen sich diese Wirkungen bemerkbar. Prof. E. Arnold hat nun eine Schaltung angegeben, bei welcher von jeder Bürste immer nur ein Umfangselement kurz geschlossen

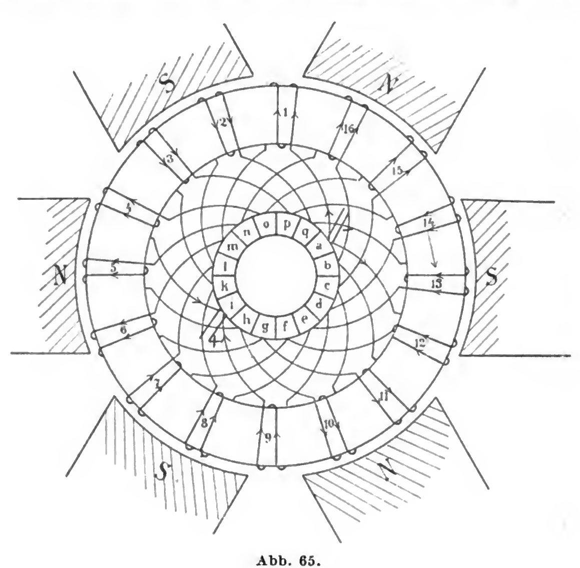


Abb. 65.

wird. Jedes Umfangselement kann alsdann aus einer größeren Anzahl Umfangsdrähte sich zusammensetzen, wodurch die Anzahl der Umfangselemente eine geringere wird. Durch diese Verringerung wird sowohl die Herstellung, als auch die Isolation der Wicklung erleichtert.

In Abb. 66 ist diese Wicklung für 9 Umfangselemente gezeichnet. Anfang und Ende einer jeden Spule ist an je einem besonderen Kollektorsegment angeschlossen, so daß die Zahl der Segmente doppelt so groß ist als die Zahl der Umfangselemente. Die Verbindung der Umfangselemente erfolgt dann durch Verbindung der entsprechen-

den Kollektorsegmente. Dabei schreitet man in diesem Falle immer um

$$y = \frac{9 + 1}{2} = 5$$

Umfangselemente weiter. In der Abb. 66 sind die zu verbindenden Segmente mit gleichen Buchstaben bezeichnet.

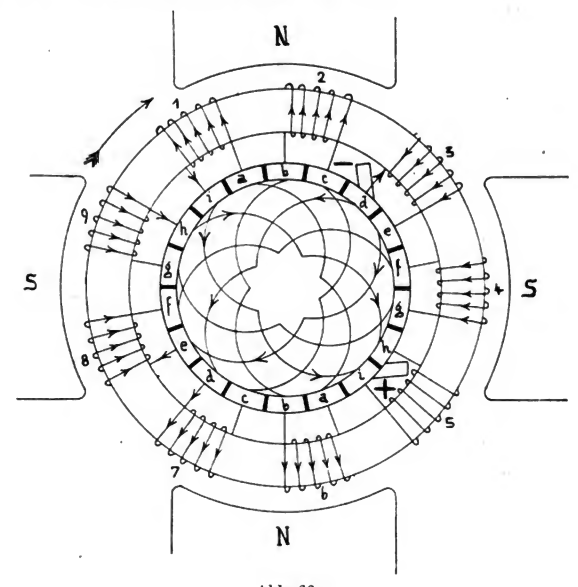


Abb. 66.

Um nun auch bei der Wicklung in Abb. 63 oder in Abb. 65 zu erreichen, daß von jeder Bürste immer nur ein Umfangselement kurz geschlossen wird, ordnet man in der Regel ebenso wie bei der Parallelschaltung in jeder neutralen Zone, eine Bürste an. Die gleichnamigen Bürsten werden dann, wie in Abb. 56, durch je einen Kupferring verbunden. Jedes Umfangselement wird dann für sich durch zwei gleichnamige Bürsten und durch den Sammelring kurz geschlossen.

Über die bei der Ringwicklung mögliche Elementenzahl x, sowie über den Wicklungsschritt y, gibt nachstehende Tabelle Aufschluß für 4, 6, 8 und 10-polige Maschinen.

4 Pole		6 Pole		8 Pole		10 Pole	
Elementenzahl x	Schritt y	Elementenzahl x	Schritt y	Elementenzahl x	Schritt y	Elementenzahl x	Schritt y
51	25 od. 26	59 od. 61	20	79 od. 81	20	99 od. 101	20
53	26 „ 27	62 „ 64	21	83 „ 85	21	104 „ 106	21
55	27 „ 28	65 „ 67	22	87 „ 89	22	109 „ 111	22
57	28 „ 29	68 „ 70	23	91 „ 93	23	114 „ 116	23
59	29 „ 30	71 „ 73	24	95 „ 97	24	119 „ 121	24
61	30 „ 31	74 „ 76	25	99 „ 101	25	124 „ 126	25
63	31 „ 32	77 „ 79	26	103 „ 105	26	129 „ 131	26
65	32 „ 33	80 „ 82	27	107 „ 109	27	134 „ 136	27
67	33 „ 34	83 „ 85	28	111 „ 113	28	139 „ 141	28
69	34 „ 35	86 „ 88	29	115 „ 117	29	144 „ 146	29
71	35 „ 36	89 „ 91	30	119 „ 121	30	149 „ 151	30
73	36 „ 37	92 „ 94	31	123 „ 125	31	154 „ 156	31
75	37 „ 38	95 „ 97	32	127 „ 129	32	159 „ 161	32
77	38 „ 39	98 „ 100	33	131 „ 133	33	164 „ 166	33
79	39 „ 40	101 „ 103	34	135 „ 137	34	169 „ 171	34
81	40 „ 41	104 „ 106	35	139 „ 141	35	174 „ 176	35
83	41 „ 42	107 „ 109	36	143 „ 145	36	179 „ 181	36
85	42 „ 43	110 „ 112	37	147 „ 149	37	184 „ 186	37
87	43 „ 44	113 „ 115	38	151 „ 153	38	189 „ 191	38
89	44 „ 45	116 „ 118	39	155 „ 157	39	194 „ 196	39
91	45 „ 46	119 „ 121	40	159 „ 161	40	199 „ 201	40
93	46 „ 47	122 „ 124	41	163 „ 165	41	204 „ 206	41
95	47 „ 48	125 „ 127	42	167 „ 169	42	209 „ 211	42
97	48 „ 49	128 „ 130	43	171 „ 173	43	214 „ 216	43
99	49 „ 50	131 „ 133	44	175 „ 177	44	219 „ 221	44
101	50 „ 51	134 „ 136	45	179 „ 181	45	224 „ 226	45
103	51 „ 52	137 „ 139	46	183 „ 185	46	229 „ 231	46
105	52 „ 53	140 „ 142	47	187 „ 189	47	234 „ 236	47
107	53 „ 54	143 „ 145	48	191 „ 193	48	239 „ 241	48
109	54 „ 55	146 „ 148	49	195 „ 197	49	244 „ 246	49

b) Die Trommel mit Serienschaltung.

Bei der mehrpoligen Trommelwicklung mit Serienschaltung sind die Verhältnisse bezüglich der EMK, des Stromes und des Ankerwiderstandes genau so, wie bei der mehrpoligen Ringwicklung mit Serienschaltung.

Der Wicklungsschritt ist stets gleich groß und auf der Vor- wie Rückseite nach vorwärts zu machen. Derselbe ist:

$$y = \frac{x \pm 2}{2p}, \qquad (35)$$

d. h. die Anzahl der Umfangselemente muß $x = 2py \pm 2$ sein, wenn überhaupt eine Wicklung möglich sein soll.

Dabei ist x stets gerade, während y immer ungerade sein muß.

In Abb. 67 sind x = 22 Umfangselemente angenommen. Von den beiden Wicklungsschritten

$$y = \frac{22 - 2}{4} = 5 \text{ und } y = \frac{22 + 2}{4} = 6$$

ist nur y = 5 verwendbar. Die Wicklung wird durch die beiden Bürsten, die auf den Segmenten f und i aufliegen, in zwei Zweige zer-

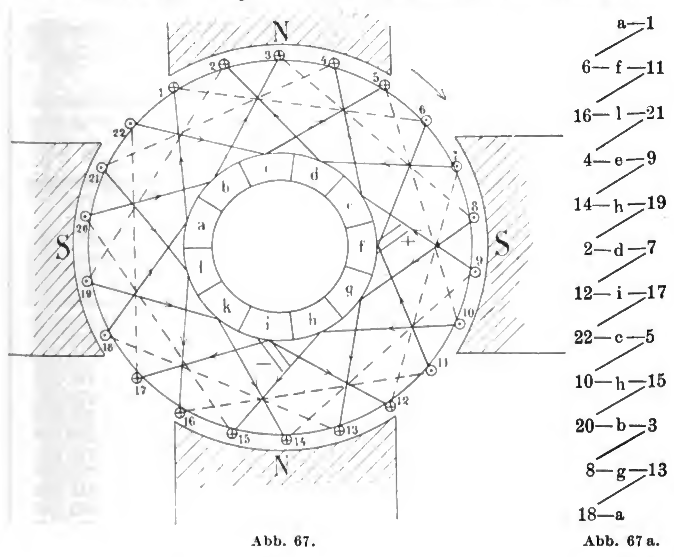


Abb. 67. Abb. 67 a.

legt. Der durch das Segment i eintretende Strom durchfließt für die gezeichnete Stellung die Ankerwicklung in der folgenden Weise:

$$\longrightarrow \overset{-}{i} < \begin{matrix} 17-22-5-10-15-20-3-8-13-18-1-6 \\ 12-7-2-19-14-9-4-21-16-11----- \end{matrix} > \overset{+}{f} \longrightarrow$$

In dem oberen Zweige sind 2 Umfangselemente mehr enthalten, was aber bei einer größeren Zahl von Umfangselementen ohne Bedeutung ist.

Die Zahl der Ankerzweige ist stets zwei, wie vielpolig auch die Maschine sein mag. Die Stromabnahmestellen sind um $\frac{360^\circ}{2\,p}$ oder um ein ungerades Vielfaches davon, also bei der vierpoligen Wicklung

um $\frac{360}{4} = 90^\circ$ oder $3 \cdot 90 = 270^\circ$ versetzt. Um zu verhindern, daß während des Kurzschlusses mehrere Umfangselemente hintereinander geschaltet werden, ordnet man meistens auch hier, wie dies bereits beim Ring erwähnt wurde, in jeder neutralen Zone eine Bürste an.

Die von Arnold angegebene Wicklung zur Verringerung der Anzahl der Umfangselemente kann auch für die Trommel verwendet werden. Die Anzahl der Kollektorsegmente wird bei der vierpoligen Maschine zweimal, bei der 2p poligen Maschine p mal so groß als die Zahl der Umfangselemente.

Nachfolgende Tabelle gibt die Anzahl x der Umfangselemente, sowie den dazu gehörigen Wicklungsschritt y von 4, 6, 8 und 10-poligen Maschinen mit Serienschaltung der Trommel an.

4 Pole		6 Pole		8 Pole		10 Pole	
Umfangs-elemente x	Wicklungs-schritt y	Umfangs-elemente x	Wicklungs-schritt y	Umfangs-elemente x	Wicklungs-schritt y	Umfangs-elemente x	Wicklungs-schritt y
50 od. 54	13	76 od. 80	13	102 od. 106	13	128 od. 132	13
58 „ 62	15	88 „ 92	15	118 „ 122	15	148 „ 152	15
66 „ 70	17	100 „ 104	17	134 „ 138	17	168 „ 172	17
74 „ 78	19	112 „ 116	19	150 „ 154	19	188 „ 192	19
82 „ 86	21	124 „ 128	21	166 „ 170	21	208 „ 212	21
90 „ 94	23	136 „ 140	23	182 „ 186	23	228 „ 232	23
98 „ 102	25	148 „ 152	25	198 „ 202	25	248 „ 252	25
106 „ 110	27	160 „ 164	27	214 „ 218	27	268 „ 272	27
114 „ 118	29	172 „ 176	29	230 „ 234	29	288 „ 292	29
122 „ 126	31	184 „ 188	31	246 „ 250	31	308 „ 312	31
130 „ 134	33	196 „ 200	33	262 „ 266	33	328 „ 332	33
138 „ 142	35	208 „ 212	35	278 „ 282	35	348 „ 352	35
146 „ 150	37	220 „ 224	37	294 „ 298	37	368 „ 372	37
154 „ 158	39	232 „ 236	39	310 „ 314	39	388 „ 392	39
162 „ 166	41	244 „ 248	41	326 „ 330	41	408 „ 412	41
170 „ 174	43	256 „ 260	43	342 „ 346	43	428 „ 432	43
178 „ 182	45	268 „ 272	45	358 „ 362	45	448 „ 452	45
186 „ 190	47	280 „ 284	47				
194 „ 198	49	292 „ 296	49				
202 „ 206	51	304 „ 308	51				

Auch bei der Serienwicklung lassen sich mehrere Umfangselemente in eine Nut legen. Bei der vierpoligen Maschine können 2 oder 6 Umfangselemente in einer Nut vereinigt werden. Abb. 68 stellt im Schema für x = 54 eine Nutenwicklung mit 6 Umfangselementen pro Nut dar. Bei dieser Wicklung, die mit dem Schritt y = 13 auszuführen ist, sollen die drei nebeneinander liegenden Spulenseiten vor

dem Einlegen vereinigt werden. Damit das möglich ist, müssen natürlich auch die zweiten Seiten dieser Spulen in eine gemeinschaftliche

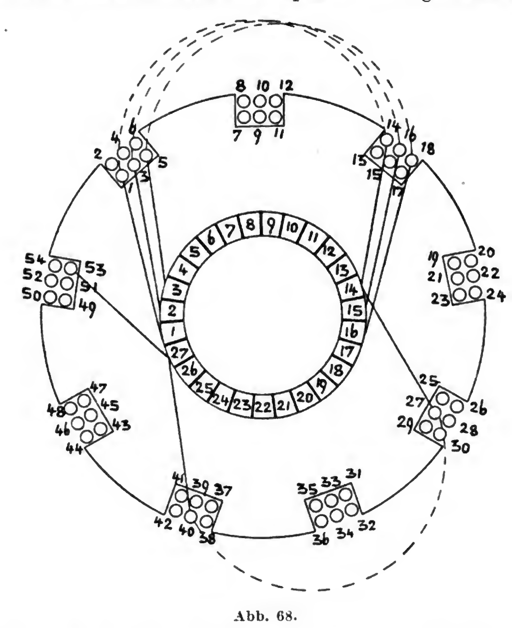


Abb. 68.

Nut fallen, was stets der Fall ist, wenn der Wicklungsschritt, vermindert um 1, durch die Zahl der Umfangselemente in einer Nut ohne Rest teilbar ist.

21. Die Arnoldschen Wicklungen mit Serien-Parallelschaltung.

Bei der Berechnung von Gleichstrommaschinen ist es wichtig, eine passende Stromstärke i_a pro Ankerzweig zu erhalten. Nach dieser Stromstärke richtet sich der Querschnitt des Ankerleiters. Ist die Stromstärke zu groß, so ist die Kommutierung nicht ohne Funkenbildung möglich, ist die Stromstärke zu klein, so wird der Querschnitt des Ankerleiters zu klein und der Raum, den die Isolierung einnimmt im Vergleich zu dem Raumbedarf des Kupfers zu groß.

Der verfügbare Raum wird schlecht ausgenutzt. Gute Verhältnisse werden erzielt mit

$$i_a > 100 \text{ aber } < 200 \text{ Ampere.}$$

Es kann nun vorkommen, daß bei der Serienschaltung mit $2p' = 2$ der Strom i_a zu groß, dagegen bei Parallelschaltung mit $2p' = 2p$ der Strom i_a zu klein wird. In einem solchen Falle kann man sich mit der Serienparallelschaltung helfen, denn hier ist die Zahl der Ankerstromzweige $2p'$ unabhängig von der Polzahl. $2p'$ ist als jedes Vielfache von 2 ausführbar. Damit erhält der Strom i_a den gewünschten Wert, und die Wicklung kann so ausgeführt werden, daß die Ankerabmessungen möglichst klein werden.

a) Der Ring mit Serien-Parallelschaltung.

Bei der Verbindung der Umfangselemente schreitet man immer vorwärts wie bei der Serienschaltung. Nach einem Umgang gelangte man dort neben die dem Anfang benachbarte Spule (Abb. 63, 65, 66). Bei der Serienparallelschaltung dagegen kommt man zu der übernächsten, der drittnächsten usw.

Kommt man nach einem Umgang zur p' ten Spule neben dem Ausgangspunkt, so hat die Wicklung $2p'$ parallele Ankerabteilungen. Es muß daher

$$y \cdot p = x \pm p' \text{ sein}$$

oder

$$y = \frac{x \pm p'}{p} \qquad (36)$$

x kann gerade oder ungerade sein, damit die Wicklung einfach geschlossen wird, dürfen y und x keinen gemeinschaftlichen Teiler haben.

In Abb. 69 ist eine solche Wicklung gezeichnet für $2p = 6$ und $x = 25$. Wir wählen $2p' = 4$ parallele Ankerzweige, dann ist

$$y = \frac{25 \pm 2}{3} = \frac{27}{3} = 9.$$

Vom Umfangselement 1 ausgehend kommt man über das Kollektorsegment g nach 10, dann über q nach 19 usf., bis man zum Ende von 1 zurückgelangt. Die Wicklung ist einfach geschlossen, weil $y = 9$ und $x = 25$ keinen gemeinschaftlichen Teiler haben.

Durch Eintragung der EMKe ergeben sich auf den Kollektorsegmenten n und v die positiven Bürsten, auf a und i die negativen Bürsten. Es ergeben sich dadurch 4 parallele Stromkreise, die in folgendem Schema angegeben sind:

```
      a  4—k—13—t—22—c— 6—m—15—v ——————————
 –  |   20—r—11—h— 2—y—18—p— 9—f—25—w—16—n     |  +
    |    3—z—19—q—10—g— 1—x—17—o— 8—c—24—v     |
      i 12—s—21—b— 5—l—14—u—23—d— 7—n ———
```

Der Widerstand der Ankerzweige ist wieder nicht gleich, bei der praktisch vorkommenden großen Zahl von Umfangselementen ist diese Unsymmetrie nicht wesentlich.

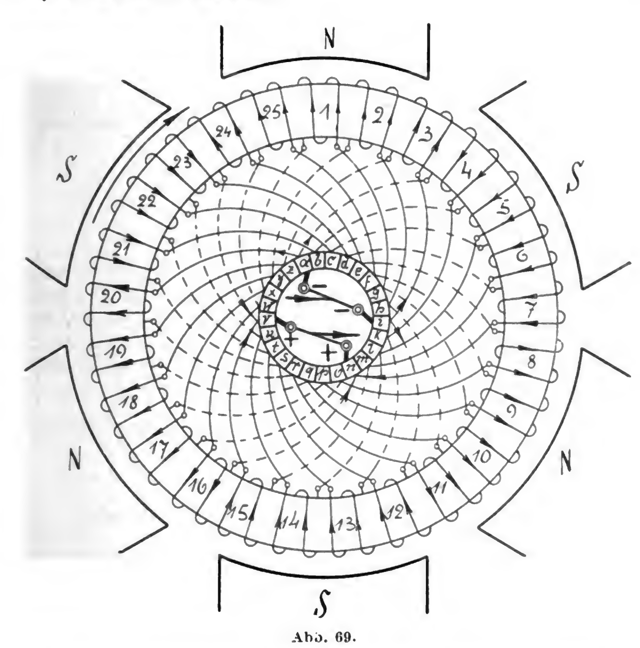


Abb. 69.

Ist R_1 der Widerstand des ganzen auf den Anker gewickelten Drahtes, so ist, abgesehen von der Unsymmetrie, der Widerstand eines Zweiges

$$\frac{R_1}{2\,p'} = \frac{R_1}{4}.$$

Da $2\,p' = 4$ Abteilungen parallel liegen, so ist der Ankerwiderstand

$$R_a = \frac{R_1}{4\,p'^2} = \frac{R_1}{16}.$$

b) Die Trommel mit Serien-Parallelwicklung.

Bei der Trommel gilt als Zahl der Umfangselemente x die Spulenseitenzahl. Zählen wir in Abb. 69 Anfang und Ende als Spulenseiten,

so kommen wir nach einem Umgang bei 2 p′ parallelen Ankerabteilungen um 2 p′ weiter als der Anfang der Wicklung. Der Wicklungsschritt umfaßt auch nur ca. die Polteilung, daher muß sein

$$2\,p \cdot y = x \pm 2\,p' \text{ oder}$$

$$y = \frac{x \pm 2\,p'}{2\,p}. \tag{37}$$

Es ist nicht nötig, den Wicklungsschritt auf beiden Seiten gleich zu machen, sondern man kann setzen

$$2\,y = y_1 + y_2 \text{ also}$$

$$y_1 + y_2 = \frac{x \pm 2\,p'}{p}. \tag{38}$$

Wenn die Wicklung einfach geschlossen sein soll, müssen y_1 und y_2 ungerade sein, d. h. $(y_1 + y_2)$ ist gerade. Da x ebenfalls gerade, haben $(y_1 + y_2)$ und x den gemeinschaftlichen Teiler 2. Außer dieser Zahl dürfen beide keinen gemeinschaftlichen Teiler mehr haben. y und x müssen teilerfremd sein. Um die Ankerzweige symmetrisch zu erhalten, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. Alle Zweige erhalten die gleiche Leiterzahl, d. h. $\frac{x}{2\,p'}$ muß eine ganze Zahl sein.
2. Die Zahl der Bürstenbolzen muß gleich 2 p sein.
3. Wenn möglich soll $\frac{\text{Nutenzahl}}{p'}$ eine ganze Zahl sein.

1. läßt sich immer erfüllen, 2. fast immer, dagegen 3. nicht immer.

In Abb. 70 ist eine solche Wicklung gezeichnet für x = 90, 2 p′ = 6 und 2 p = 12.

Alle Zweige erhalten $\frac{x}{2\,p'} = \frac{90}{6} = 15$ Leiter.

$$y_1 + y_2 = \frac{90 \pm 6}{6} = \frac{84}{6} \text{ oder } \frac{96}{6}$$

$$y_1 + y_2 = 14 \text{ oder } 16.$$

Beide Schritte sind brauchbar, denn außer der Zahl 2 haben x und $(y_1 + y_2)$ keinen gemeinschaftlichen Teiler. Die Wicklung ist einfach geschlossen. Wir wählen

$$y_1 = y_2 = 7.$$

Fängt man mit Leiter 1 an, so geht der erste Schritt auf der Kollektorseite nach 8, dann auf der entgegengesetzten nach 15 usw., bis man nach einem vollen Umgang nach 85 gekommen ist. Zwischen

Anfang und Ende des ersten Umganges liegen also $2p' = 6$ **Zwischenräume**. Bei einer Drehung des Ankers im Uhrzeigersinne ergeben sich die Richtungen der EMKe wie in der Abb. eingetragen. Die 12 Bürsten sind gleichmäßig am Kollektorumfang verteilt, auf eine

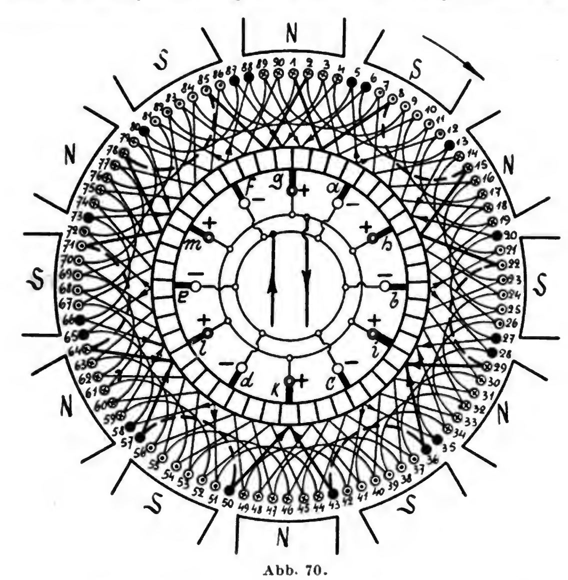


Abb. 70.

positive folgt eine negative. Verfolgt man die einzelnen Zweige, so ergeben sich 6 parallele Abteilungen.

Durch die Bürsten a und f werden 5—88 kurz geschlossen,
durch e ,, d ,, 58—65,
,, b ,, c ,, 28—36,
,, h ,, i ,, 20—27,
,, i ,, k ,, 36—43,
,, k ,, l ,, 50—58,
,, l ,, m ,, 66—73,
,, m ,, g ,, 80—87,
,, g ,, h ,, 6—13.

Es werden also zusammen 18 Leiter kurz geschlossen, d. h. wirkungslos gemacht. In jedem der 6 Zweige sind $\frac{90-18}{6} = 12$ Leiter wirksam.

Sie verteilen sich nach folgendem Schema auf die 6 Abteilungen:

	a	12	19	26	33	40	47	54	61	68	75	82	89	g	
	b	21	14	7	90	83	76	69	62	55	48	41	34	i	
—	c	42	49	56	63	70	77	84	1	8	15	22	29	i	+
	d	51	44	37	30	23	16	9	2	85	78	71	64	l	
	e	72	79	86	3	10	17	24	31	38	45	52	59	l	
	f	81	74	67	60	53	46	39	32	25	18	11	4	g	

Legt man nur $2p' = 6$ Bürsten auf, so werden die 6 Stromzweige nicht ganz gleichmäßig. Je kleiner die Zahl der Bürsten im Vergleich zur Polzahl, desto größer wird die Unsymmetrie. Es ist wünschenswert, wenn auch die Serienparallelwicklungen mit Mordeyverbindungen ausgerüstet werden.

22. Die praktische Ausführung der Wicklung.

Der Ringanker wird nur noch selten ausgeführt, wir beschränken die Betrachtung daher auf die Ausführung der Trommelanker. Hier unterscheiden wir zwischen Wicklungen, die von Hand ausgeführt werden und solchen, die auf Schablonen gewickelt und in Form gebracht und dann in die Ankernuten eingelegt werden. Die Handwicklung wird nur noch bei zweipoligen, kleinen Maschinen verwendet. In jeder Nut liegen 2, 4, 6 oder mehr Spulenseiten. Um ein gutes Aussehen des Wickelkopfes zu erhalten, muß nach bestimmtem Schema gewickelt werden. Zwei oder vier Spulenseiten in einer Nut ergeben das beste Aussehen der Wickelköpfe.

Gegen die Handwicklung zeichnet sich die Schablonenwicklung durch vorzügliche Isolation und leichte Auswechselbarkeit beschädigter Ankerspulen aus. Außerdem erhalten die Spulen alle gleiche Drahtlänge und gleiche Lage auf dem Anker, wodurch für die Ankerzweige eine volle Symmetrie hinsichtlich des Widerstandes und der Induktion erreicht wird.

Bei der Schablonenwicklung unterscheidet man Drahtwicklung und Stabwicklung. Bei ihrer Ausführung bereitet die Führung der Verbindungen der Spulenseiten auf den Stirnflächen des Ankers die meisten Schwierigkeiten. Diese Verbindungen müssen in 2 Ebenen geführt werden. Das kann entweder in 2 konzentrischen Zylinderflächen oder in 2 Ebenen parallel zu den Stirnflächen erfolgen. Erstere Führungsart bezeichnet man als Mantel- oder Faßwicklung, (Abb. 71) letztere als Stirnflächenwicklung (Abb. 72).

Eine Drahtspule mit Stirnflächenwicklung (Abb. 73) kann auf einer Schablone aus Holz, die dem Ankerumfang genau angepaßt ist, gewickelt werden. An den Seiten trägt die Schablone Lappen und

Stifte, um welche herum die Drähte gewickelt werden. Die Verbindungen auf den Stirnseiten werden nach Evolventenbögen gekrümmt, da diese einen gleichmäßigen Abstand ergeben. Natürlich muß das Holzgestell der Schablone so eingerichtet sein, daß sich auch die fertig

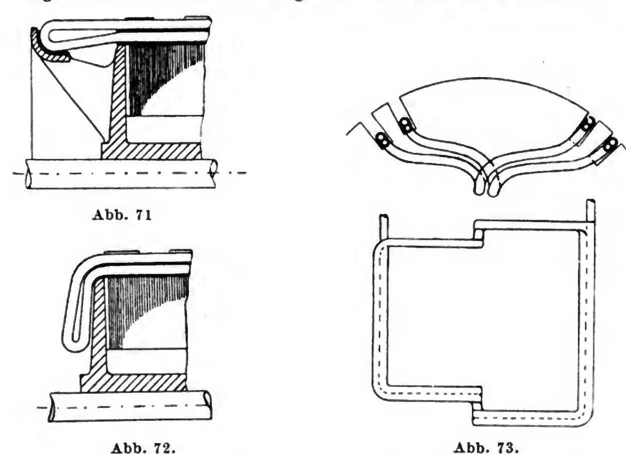


Abb. 71

Abb. 72.

Abb. 73.

gewickelte Ankerspule herabnehmen läßt, was durch Zusammensetzung der Schablone aus mehreren Teilen erreicht werden kann. Die Drähte der Spule werden durch Umwickeln mit Isolierband zusammengehalten. Nachdem die Spulen alle mit einem Isolierlack getränkt worden sind, werden sie in die Ankernuten eingelegt.

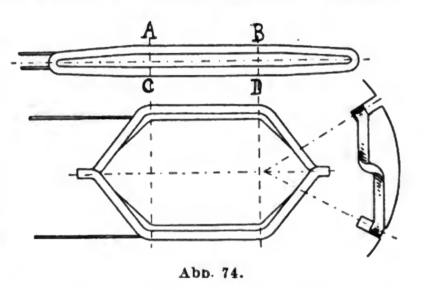


Abb. 74.

Eine Formspule für Mantelwicklung läßt sich bequemer herstellen, doch ergibt eine derartige Wicklung eine breitere Maschine. Bei Spulen mit wenigen und dünnen Drähten benutzt man vorteilhaft eine Scherenschablone. Der Draht wird zunächst auf einer Schablone zu einer Spule von der Form (Abb. 74) gewickelt. Mit Hilfe einer Schere, deren Backen die Spulenseiten von A bis B und von C bis D fassen, werden dann die Spulenseiten auseinander ge-

zogen und meistens gleich in die gegenseitige Lage gebracht, die dem Ankerumfang entspricht.

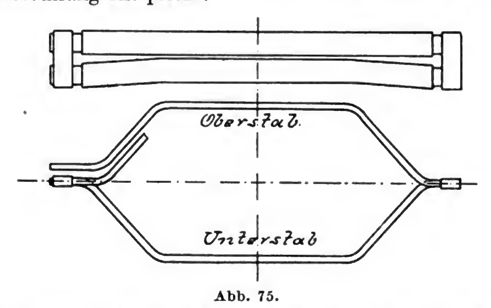


Abb. 75.

Für dickere Drähte sind Drahtwicklungen nicht mehr gut auszuführen, weshalb man bei größeren Querschnitten der Ankerdrähte

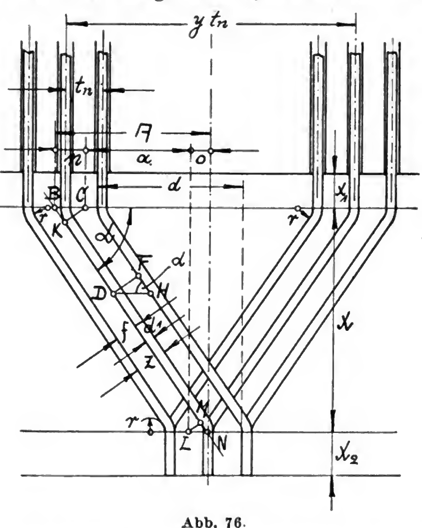


Abb. 76.

zu den Stabwicklungen übergeht. Sie können natürlich auch als Mantel- oder Stirnflächenwicklungen ausgeführt werden.

Ist der Stabquerschnitt noch klein, so kann eine Windung aus einem Stück hergestellt werden, bei größeren Querschnitten dagegen

bestehen die Wickelköpfe bei Stirnflächenwicklung aus leicht zu biegenden Kupferbändern.

Bei Mantelwicklungen setzt man eine Windung aus zwei Stäben zusammen, die durch einen Kupferbügel an den Enden zusammengehalten werden (Abb. 75).

Besonders wichtig bei dem Entwurf einer Maschine ist die axiale Länge des Wickelkopfes. Um an Material zu sparen, soll die Ausladung des Wickelkopfes so klein wie möglich sein, anderseits muß die Wicklung noch gut auszuführen sein und genügende Ventilation besitzen, damit die entstehende Wärme auch sicher abgeführt wird. Besonders gilt dies für die Kommutatorseite, weil hier die Wärme des Kollektors noch zu der Wärmeentwicklung der Ankerwicklung hinzukommt. Mit Hilfe der Abb. 76 soll daher eine von Kis angegebene Formel für die Länge des Wickelkopfes bei Mantelwicklungen abgeleitet werden.

Es bedeutet:

d_1 = Dicke des nackten Drahtes,
f = Abstand zweier benachbarter blanker Stäbe im Wickelkopf,
α = Neigungswinkel der Stäbe,
r = Abrundungsradien am Anker und Kollektor,
t_n = Nutenteilung in Nutenmitte,
x = gesuchte axiale Länge des Kopfes zwischen den Abbiegungen.

Die Wicklung ist auf einem Zylinder vom mittleren Radius

$$R_m = \frac{1}{2}\,(D - \text{Nutenhöhe})$$

liegend gedacht. D = äußerer Ankerdurchmesser.

Aus Abb. 76 ist:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{A}$$

$$A = n + a + o$$

$$d = 2r + a + d_1 = \frac{y \cdot t_n}{2}$$

$$y = \text{Nutenschritt!}$$

$$a = \frac{y \cdot t_n}{2} - 2r - d_1.$$

Aus dem △ BCK ist:

$$\sin\alpha = \frac{d_1 + r}{n},$$

daher

$$n = \frac{d_1 + r}{\sin\alpha}.$$

Aus dem △ LMN ist:

$$\sin\alpha = \frac{LM}{LN} = \frac{r}{o},$$

also

$$o = \frac{r}{\sin\alpha}.$$

Setzt man die Werte in die Gleichung für A ein, so wird:

$$A = \frac{y \cdot t_n}{2} - (2r + d_1) + \frac{d_1 + r}{\sin\alpha} + \frac{r}{\sin\alpha}$$

$$A = \frac{y \cdot t_n}{2} - (2r + d_1) + (2r + d_1)\frac{1}{\sin\alpha}$$

oder

$$A = \frac{y \cdot t_n}{2} - (2r + d_1)\left(1 - \frac{1}{\sin\alpha}\right).$$

Aus dem △ DFH ist:

$$\sin\alpha = \frac{DF}{DH} = \frac{d_1 + f}{t_n}$$

$$A = \frac{y \cdot t_n}{2} - (2r + d_1)\left(1 - \frac{t_n}{d_1 + f}\right).$$

Nach dem pythagoreischen Lehrsatz ist im △ DFH

$$FH = \sqrt{DH^2 - DF^2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{DF}{HF} = \frac{d_1 + f}{\sqrt{t_n^2 - (d_1 + f)^2}}$$

$$x = A \cdot \operatorname{tg}\alpha = \left[\frac{y \cdot t_n}{2} - (2r + d_1)\left(1 - \frac{t_n}{d_1 + f}\right)\right]\frac{d_1 + f}{\sqrt{t_n^2 - (d_1 + f)^2}}.$$

Setzt man $(d_1 + f) = Z$, so wird:

$$x = \left[\frac{y \cdot t_n}{2} - (2r + d_1)\frac{Z - t_n}{Z}\right]\frac{Z}{\sqrt{t_n^2 - Z^2}}$$

oder

$$x = \left[\frac{y \cdot t_n \cdot Z}{2(t_n - Z)} + 2r + d_1\right]\sqrt{\frac{t_n - Z}{t_n + Z}}. \qquad (39)$$

Die gesamte Länge des Wickelkopfes ist $x + x_1 + x_2$, wobei

$$x_1 \cong 10\ mm$$

$$x_2 \cong 15 \div 20\ \text{mm}.$$

Der kleinste Wert von f soll nicht weniger betragen als 1,6 + 2 × Stärke der Isolation des Stabes.

Gegen die Achse der Maschine erhält der Wickelkopf eine Neigung von 4 ÷ 8 %, damit nach Aufbringung der Bandagen der äußere Durchmesser nicht größer als der Ankerdurchmesser D wird. Die in der Nut unten liegenden Stäbe erhalten außerdem gegen die oben liegenden im Wickelkopf eine weitere Abschrägung. Für die Herstellung der Schablonen ist es zweckmäßig, mit den berechneten Abmessungen eine genaue Zeichnung der Wicklung anzufertigen.

Im zweiten Teil ist als Beispiel eine 80 Kilowattmaschine mit 2 p = 6 Polen und 580 Umdrehungen pro Minute berechnet. Die hier in Betracht kommenden Abmessungen sind folgende:

Äußerer Ankerdurchmesser	D	= 58 *cm*
Nutenhöhe		= 3,5 *cm*
Nutenzahl	z_n	= 66
Nutenschritt	y	= 11
Leiter pro Nut		= 2 × 3

Abmessungen des Leiters, blank . . . . $= 2{,}7 \times 13{,}5$ *mm*
„ „ „ besponnen . . $= 3{,}2 \times 14$ *mm*
Schleifenwicklung mit . . . . $2p' = 6$
Axiale Länge des Ankers . . . . $= 19$ *cm*
Zahl und Breite der Ventilationsschlitze . $= 1$ à 10 *mm*
Mittlerer Durchmesser . . . . $D_m = 58 - 3{,}5 = 54{,}5$ *cm*
Nutenteilung . . . . $t_n = \frac{D_m \cdot \pi}{z_n} = \frac{54{,}5 \cdot \pi}{66} = 2{,}6$ *cm.*

Da drei Leiter in der Nut nebeneinander liegen, berechnet sich die Dicke d_1 aus nebenstehender Skizze (Abb. 77)

$$d_1 = 3 \times 2{,}7 + 2 \cdot 2 \cdot 0{,}5 = 8{,}1 + 2 = 10{,}1 \text{ mm}$$

$$d_1 = 1{,}01 \text{ cm.}$$

Als Abstand der Drähte im Wickelkopf nehmen wir

$$f = 2{,}5 + 2 \cdot 0{,}5 = 3{,}5 \text{ mm}$$

$$f = 0{,}35 \text{ cm}$$

$$Z = d_1 + f = 1{,}01 + 0{,}35 = 1{,}36 \text{ cm.}$$

Abb. 77.

Abrundungsradius der Stäbe an Anker und Kollektor $r = 0{,}5$ *cm.* Mit diesen Abmessungen wird:

$$x = \left[\frac{11 \cdot 2{,}6 \cdot 1{,}36}{2\,(2{,}6 - 1{,}36)} + 2 \cdot 0{,}5 + 1{,}01\right] \sqrt{\frac{2{,}6 - 1{,}36}{2{,}6 + 1{,}36}} = 9{,}92 \text{ cm} \cong 10 \text{ cm.}$$

Gesamte Länge des Wickelkopfes $= 1 + 10 + 1{,}5 = 12{,}5$ *cm.*

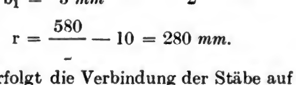
Auf Tafel 1 ist die Wicklung in drei Ansichten aufgezeichnet.

In der Ansicht von der Stirnseite sind die Stäbe nach Kegelspiralen gebogen. Die Krümmungshalbmesser bestimmt man genügend genau auf folgende Weise: Den Punkt D von Oberkante der Wickelkopfmitte verbindet man mit Punkt E und errichtet die Mittelsenkrechte. Auf ihr liegt der Mittelpunkt des Krümmungskreises. Der Krümmungshalbmesser berechnet sich aus:

$$r = \frac{D}{2} - \left(\frac{b + b_1}{2}\right).$$

Die Entfernungen b und b_1 sind auf Tafel 1 angegeben, sie betragen in unserem Beispiel

$$b = 16 \text{ mm} \qquad b_1 = 3 \text{ mm} \qquad \text{also } \frac{b + b_1}{2} \cong 10.$$



Daher

$$r = \frac{580}{2} - 10 = 280 \text{ mm.}$$

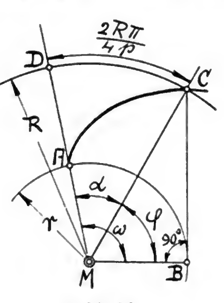


Abb. 78.

Erfolgt die Verbindung der Stäbe auf den Stirnflächen, so muß der Rollkreis der Evolventen bestimmt werden. Es sei zunächst angenommen, die Evolvente werde vom Rollkreis aus benutzt. Wir erhalten dann Abb. 78. Eine Evolvente entsteht, wenn eine Gerade sich ohne zu gleiten auf einem Kreise, dem Rollkreise, abwälzt. Es ist daher

$$\overline{CB} = \widehat{BA} = r \cdot \frac{2\pi \cdot \omega}{360},$$

wenn r = Radius des Rollkreises.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\overline{CB}}{r} = \frac{r \cdot \frac{2\pi \cdot \omega}{360}}{r} = \frac{2\pi \cdot \omega}{360}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega}{57{,}3}$$

$$\omega = \alpha + \varphi$$

$$\alpha = \frac{2\pi \cdot R}{4\,p} = \frac{\pi \cdot R}{2\,p}$$

$$\varphi = \omega - \alpha = \omega - \frac{\pi \cdot R}{2\,p}, \text{ also}$$

$$\operatorname{tg}\left(\omega - \frac{\pi \cdot R}{2\,p}\right) = \frac{\omega}{57{,}3}.$$

Diese Gleichung gilt nur, wenn die Evolvente vom Rollkreis aus benutzt wird. Gewöhnlich benutzt man aber nur ein Stück $C_1\,C_2$ der Evolvente zwischen den Radien R_1 und R_2 in Abb. 79. Aus den $\triangle\, C_2EF$ ist

$$\cos \varphi_2 = \frac{a}{a_2},$$

wobei a die Entfernung zweier nebeneinander liegender Bänder ist. $C_2F = a_2$ ist die Nutenteilung am Radius R_2, also

$$a_2 = \frac{2\,R_2 \cdot \pi}{z_n},$$

wenn z_n = Nutenzahl.

Ebenso ist:

$$\cos \varphi_1 = \frac{a}{a_1} \text{ aus dem } \triangle\, C_1 H K$$

$$a_1 = \frac{2\,R_1 \cdot \pi}{z_n}$$

$$a = \frac{2\,r \cdot \pi}{z_n}$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{\frac{2\,r\,\pi}{z_n}}{\frac{2\,R_2 \cdot \pi}{z_n}} = \frac{r}{R_2}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{r}{R_1}$$

$$\varphi_1 = \omega_1 - \alpha_1$$

$$\varphi_2 = \omega_2 - \alpha_2$$

$$\overline{\varphi_2 - \varphi_1 = \omega_2 - \omega_1 - (\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

Nun ist

$$DC_2 = 2\,R_2\,\pi\,\frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{360} = \frac{2\,R_2\,\pi}{4\,p},$$

also

$$\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{360} = \frac{1}{4\,p}$$

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{90}{p}.$$

Setzt man diesen Wert ein, so wird

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1) - \frac{90}{p}.$$

Aus dem $\triangle$ MB_2C_2 ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega_1}{57{,}3},$$

aus dem $\triangle$ MB_1C_1

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega_1}{57{,}3}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1}{57{,}3}(\omega_2 - \omega_1)$$

oder

$$\omega_2 - \omega_1 = 57{,}3\,(\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1).$$

Setzt man diesen Wert oben ein, so wird

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 57{,}3\,(\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1) - \frac{90}{p}. \qquad (40)$$

Die Entfernung a zweier Verbindungsbogen wird angenommen. Da a_2 ebenfalls bekannt ist, läßt sich der Winkel φ_2 berechnen. Aus obiger Gleichung ist dann durch Probieren der Winkel φ_1 zu bestimmen. Aus $\cos \varphi_2 = \frac{r}{R_2}$ wird der Rollkreisradius

$$r = R_2 \cdot \cos \varphi_2$$

Abb. 79.

und aus

$$\cos \varphi_1 = \frac{r}{R_1}$$

ergibt sich der Radius

$$R_1 = \frac{r}{\cos \varphi_1}.$$

Löst man obige Gleichung (40) nach der Unbekannten φ_1 auf, so wird:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\varphi_1}{57{,}3} = \operatorname{tg} \varphi_2 - \frac{\varphi_2}{57{,}3} - \frac{\pi}{2\,p}.$$

Setzt man zur Abkürzung die rechte Seite

$$\operatorname{tg} \varphi_2 - \frac{\varphi_2}{57{,}3} - \frac{\pi}{2\,p} = C,$$

so wird

$$\operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\varphi_1}{57{,}3} = C. \qquad (41)$$

Die Länge des Evolventenbogens ist

$$\widehat{C_1\,C_2} = \frac{R_2{}^2 - R_1{}^2}{2\,r}. \qquad (42)$$

Beispiel:

Äußerer Ankerdurchmesser	D	= 74 *cm*
Nutenzahl	z_n	= 182
Leiter pro Nut		2
Querschnitt des Leiters		3,5 × 6 blank
„ „ „		4 × 6,5 besponnen
Querschnitt der Stirnverbindungen		1,4 × 15 blank
„ „ „		1,9 × 15,5 besponnen
Lichte Entfernung zweier Stirnverbindungen		= 3 *mm*
Kollektordurchmesser		= 45 *cm*
Polzahl	2p	= 6
Nutenabmessungen		6,5 × 18 *mm*

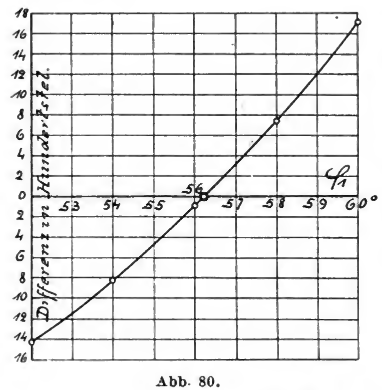


Abb. 80.

Der Durchmesser am Nutengrund ist 74 — 2 × 1,8 = 70,4 *cm*. Wir wählen R_2 etwas kleiner als $\frac{70,4}{2}$, um mittels Kreisbogen aus der Evolvente in die radiale Richtung übergehen zu können.

$R_2 = 34$ *cm*,

$$a_2 = \frac{2 \cdot 34 \cdot \pi}{182} = 1,175 \text{ cm},$$

$$a = 3 + 1,9 = 4,9 \, mm = 0,49 \, cm,$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{0,49}{1,175} = 0,417,$$

$$\varphi_2 = 65^0\, 20' = 65,33^0,$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = 2,1775,$$

$$c = 2,1775 - \left(\frac{65,33}{57,3} + \frac{\pi}{6}\right) = 2,1775 - 1,662,$$

$$c = 0,5155.$$

Für φ_1 werden verschiedene Werte angenommen und in folgender Tabelle zusammengestellt:

$\varphi_1^0 =$	60	58	56	54	52
$\frac{\varphi_1}{57,3} =$	1,046	1,010	0,976	0,942	0,907
$\operatorname{tg} \varphi_1 =$	1,732	1,600	1,483	1,376	1,280
$\operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\varphi_1}{57,3} =$	0,686	0,590	0,507	0,434	0,373
c =	0,516	0,516	0,516	0,516	0,516
Differenz =	+ 0,170	+ 0,074	— 0,009	— 0,082	— 0,143

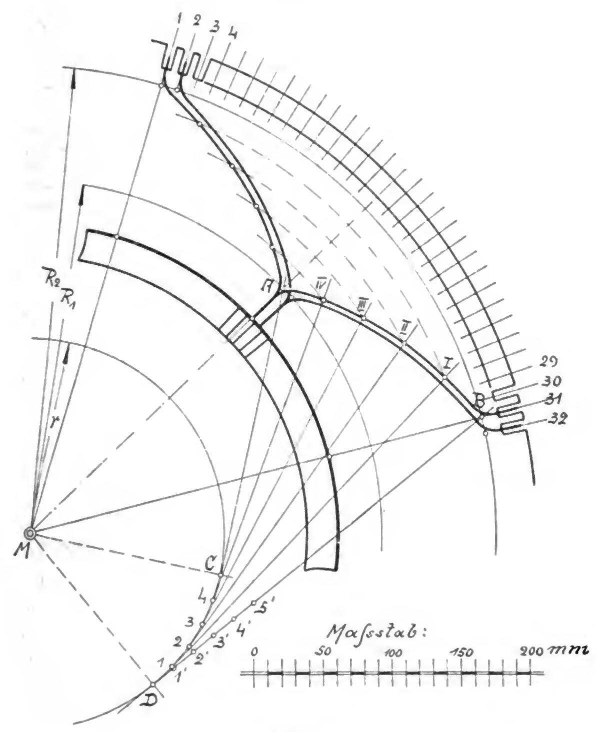


Abb 81.

Trägt man die Differenz auf dem einen und φ_1 auf dem anderen Schenkel eines rechten Winkels auf, so erhält man Abb. 80. Auf dem horizontalen Schenkel liest man den genauen Wert

$$\varphi_1 = 56{,}22^\circ = 56^\circ\, 13' \text{ ab.}$$

$$\operatorname{tg} 56^\circ\, 13' = 1{,}495$$

$$\frac{56{,}22}{57{,}3} = 0{,}980$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{\varphi_1}{57{,}3} = 0{,}515 = C$$

$$\cos \varphi_1 = 0{,}555.$$

$$r = R_2 \cdot \cos \varphi_2 = 34 \cdot 0{,}417 = 14{,}2 \; cm,$$

$$R_1 = \frac{r}{\cos \varphi_1} = \frac{14,2}{0,555} = 25,6\ cm.$$

$$\text{Länge des Evolventenbogens} = \frac{34^2 - 25,6^2}{2 \cdot 14,2} = \frac{501}{28,4} = 17,6\ cm.$$

In Abb. 81 ist die Stirnflächenwicklung für obige Maschine maßstäblich aufgezeichnet. Der untere Stab in Nute 1 wird mit dem oberen in Nute 31 verbunden. In der Mitte zwischen beiden findet sich auf dem Kreise mit dem Radius R_1 der Punkt A. Von A wird eine Tangente an den Rollkreis gezogen und dadurch Punkt C gefunden, ebenso von B, wodurch Punkt D bestimmt ist. Der Bogen $\widehat{CD}$ wird in eine Anzahl gleicher Teile geteilt, z. B. 5, und diese Teile auf der Geraden DB vom Punkte D aus abgetragen. Es ist dann

$$\begin{aligned} B - 5' &= AC \\ B - 4' &= IV - 4 \\ B - 3' &= III - 3 \\ B - 2' &= II - 2 \\ B - 1' &= I - 1. \end{aligned}$$

Die Punkte I bis IV werden nach der anderen Seite umgeklappt und dann die Evolventen gezogen.

V. Abschnitt.

23. Die quermagnetisierende und die entmagnetisierende Wirkung des Ankers.

Durchschneidet man einen Ring an den Stellen, wo die Bürsten liegen, so erhält man zwei Eisenkerne, welche von einem Strom umflossen sind. Dieselben müssen Elektromagnete sein, und zwar haben in Abb. 82 beide Hälften rechts Südpole, links Nordpole. Es befinden sich also in dem Ring zwei magnetische Achsen, eine senkrechte, herrührend von der magnetisierenden Wirkung der Hauptmagnete, und eine wagerechte, herrührend von dem Elektromagnetismus des Ringes.

Ist der Ring stromlos, so ist nur das Magnetfeld der Hauptmagnete vorhanden, der Verlauf der Kraftlinien ist der der Abb. 83. Denkt man sich die Hauptmagnete ohne Magnetismus und nur das Magnetfeld des Ringes vorhanden, so erscheint ein Kraftlinienbild, wie es Abb. 84 zeigt. Die beiden Magnetfelder werden sich zu einem resultierenden Magnetfeld zusammensetzen und es erscheint ein Kraftlinienbild Abb. 85. Die Hauptmagnetachse ist somit nicht mehr senkrecht, sondern gegen die Senkrechte etwas verdreht, und zwar stets in der Drehrichtung des Ankers, so daß es den Anschein hat, als ob der rotierende Anker die Kraftlinien etwas mitnähme. Da die Bürsten in der neutralen Zone senkrecht zur Hauptmagnetachse liegen müssen, so folgt, daß dieselben ebenfalls in der Drehrichtung

des Ankers zu verschieben sind. Natürlich hat die Verschiebung eine Umkehr der Stromrichtung in den Drähten a, b, c (Abb. 86) zur Folge,

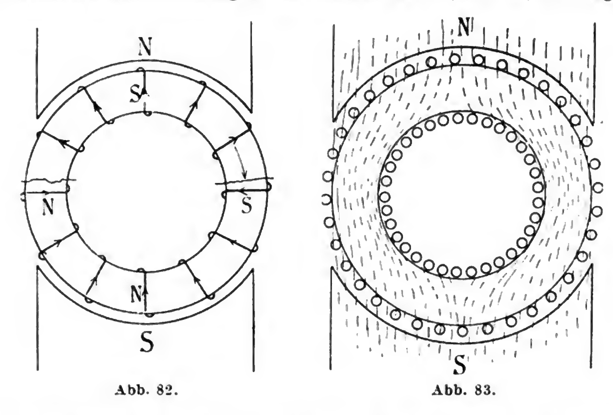


Abb. 82. Abb. 83.

sie ist dieselbe, wie in der oberen Hälfte, die Richtung in den Drähten a′, b′, c′ dieselbe, wie in der unteren Hälfte. Es steht also die durch den Ankermagnetismus hervorgerufene magnetische Seitenkompo-

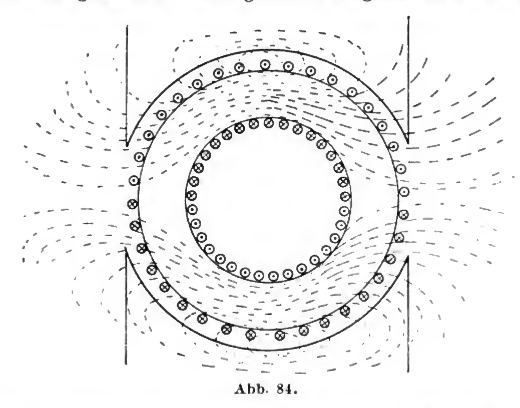


Abb. 84.

nente von vornherein senkrecht zur resultierenden Magnetachse. Es lassen sich magnetische Kräfte der Größe und Richtung nach durch Strecken darstellen und nach dem Parallelogramm der Kräfte zu-

sammensetzen. Bedeutet die Strecke OA (Abb. 87) den Magnetismus, hervorgerufen durch die beiden Magnetschenkel, OB den Magnetismus, hervorgerufen durch die Ankerströme, so ist OR der resultierende Magnetismus der Größe und Richtung nach.

Da OB senkrecht auf der Resultierenden OR stehen muß, so ist $\sphericalangle$ ROB = 1 R = $\sphericalangle$ ARO. Schlägt man also über AO als Durchmesser einen Halbkreis, beschreibt von A aus mit einem Radius = OB einen Kreisbogen, welcher in R schneidet, so ist OR die Resultierende und Winkel AOR = α der Verdrehungswinkel des Magnetfeldes und der Bürsten. Die Größe der Komponente OB ist bei

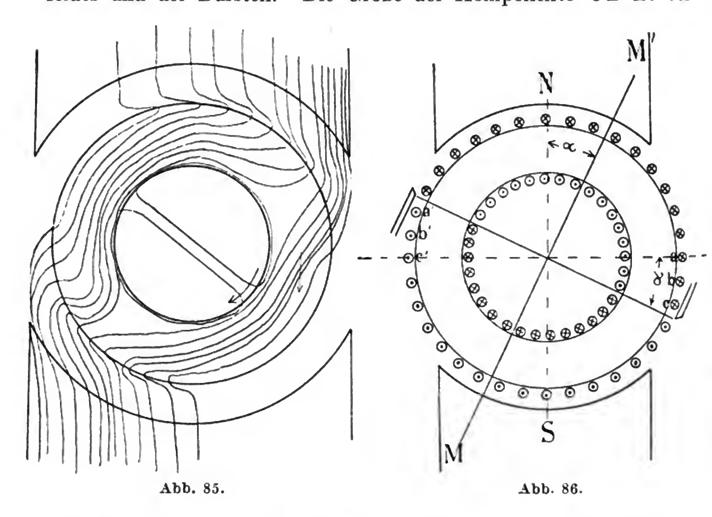


Abb. 85. Abb. 86.

stromlosem Anker Null, sie wächst mit zunehmendem Ankerstrom, denn der Elektromagnetismus nimmt mit der Stromstärke zu. Es ist also die Bürstenverschiebung nicht konstant, sie ist um so größer, je stärker der Ankerstrom ist.

Die Bürstenverschiebung gibt Veranlassung zu einer weiteren Erscheinung, die zur Abwechslung an einem Trommelanker erklärt werden soll. Abb. 88 stellt einen durchschnittenen Trommelanker dar. Die Ströme verlaufen in der angegebenen Richtung. Der Elektromagnetismus des Ankers ist bei der Trommel genau so vorhanden, wie beim Ring, wir haben also auch hier eine Bürstenverschiebung.

Die am Umfang befindlichen Drähte kann man in zwei Gürtel einteilen. Der eine umfaßt die Drähte zwischen AB und B′C, der

andere diejenigen zwischen BC und AB′. Die Ströme in den Außenleitern des Gürtels BC und AB′, welche man sich in der angedeuteten Weise zu einer Spule vervollständigt denken kann, bringen eine Magnetisierung quer zum Hauptmagnetismus hervor. Man nennt deshalb diese Windungen die „quermagnetisierenden Windungen" des Ankers.

Die Quermagnetisierung bringt, wie schon erwähnt, eine Verdrehung des Magnetfeldes hervor, sie hat die Bürstenverschiebung zur Folge und erzeugt außerdem eine Ungleichmäßigkeit in der Dichte

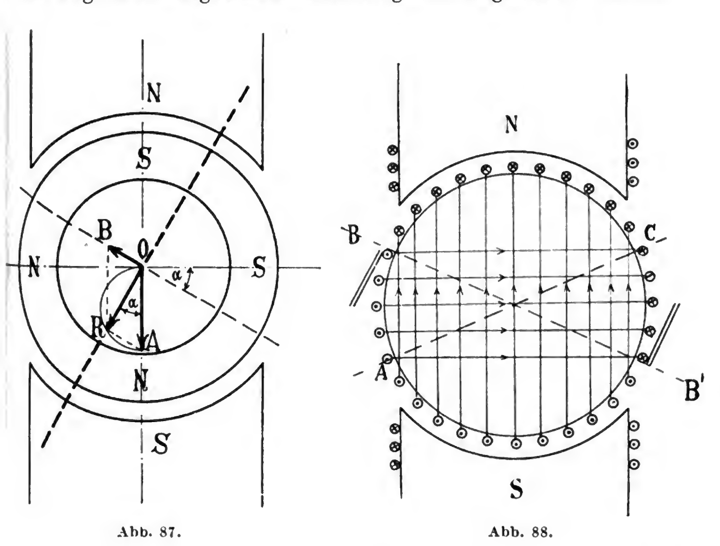


Abb. 87.

Abb. 88.

der Kraftlinien, indem dieselben (Abb. 85) nach den Ecken der Pole hingedrängt werden, nach welchen sich der Anker dreht. Eine direkte Folge dieser Kraftlinienverschiebung ist die, daß auch die Induktion nicht symmetrisch verläuft. Wickelt man den Umfang der Trommel (Abb. 89) in eine Gerade ab und trägt die in jedem Leiter induzierte EMK senkrecht an, so müßte dieselbe ohne Einfluß der Quermagnetisierung nach der Kurve abcd verlaufen. Infolge der Veränderung der Kraftliniendichte durch die Quermagnetisierung verläuft jedoch die in jedem Draht induzierte EMK nach der Kurve a′b′c′d′. Für die Bürstenspannung ist dies allerdings gleichgültig, weil die Summe der geschnittenen Kraftlinien in beiden Fällen dieselbe ist.

Die Ströme des wagerechten Gürtels AB und B′C verursachen eine senkrechte Magnetisierung des Ankers.

Denkt man sich auch diese Außenleiter in der angegebenen Weise zu einer Spule vervollständigt, so bringen dieselben Kraftlinien hervor, welche nach der im Abschnitt II, 11 angegebenen Regel senkrecht nach oben gerichtet sind. Die Magnetpole der Maschine senden aber ihre Kraftlinien in der Abb. 88 von oben nach unten, der resultierende Magnetismus wird also gleich der Differenz sein. Man sieht, daß die Windungen des Gürtels AB und B′C eine entmagnetisierende Wir-

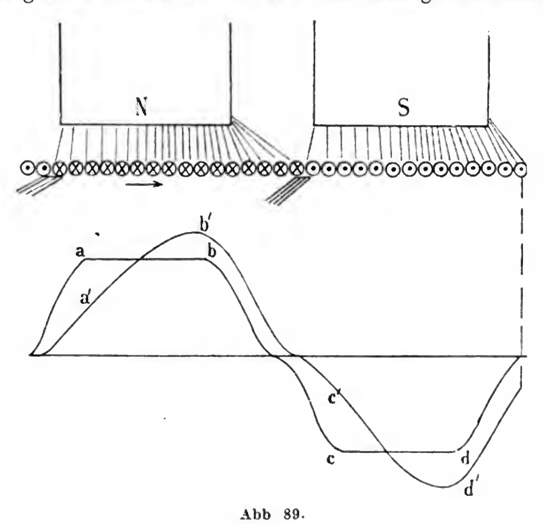


Abb 89.

kung haben, man nennt sie deshalb die „entmagnetisierenden Windungen“ des Ankers.

Die Wirkung tritt noch klarer zutage, wenn man die Magnetpole der Maschine sich als Elektromagnete denkt, was ja auch in Wirklichkeit der Fall ist. Man sieht direkt, daß die Ströme in den Windungen des Gürtels AB und B′C denjenigen in den Windungen der Elektromagnete gerade entgegengesetzt gerichtet sind.

Will man nun die entmagnetisierende Wirkung des Ankers unschädlich machen, so muß man die Magnetwicklung um ebenso viele Amperewindungen vermehren, als der Anker entmagnetisierende Amperewindungen besitzt. Der Anker (Abb. 88) hat 32 Drähte am Umfang, also 16 Windungen. Der Strom, welchen die Maschine gibt,

sei 60 Ampere. Dann geht durch jeden Draht ein Strom von 30 Ampere. Der quermagnetisierende Gürtel besteht aus 11 Windungen, somit die quermagnetisierende Wirkung aus $11 \times 30 = 330$ Amperewindungen; der entmagnetisierende Gürtel besteht aus 5 Windungen, somit die entmagnetisierende Wirkung aus $5 \times 30 = 150$ Amperewindungen.

Ebenso wie die quermagnetisierende Wirkung nimmt auch die entmagnetisierende Wirkung mit zunehmendem Ankerstrom zu. Letzteres geschieht aus zwei Gründen, einmal, weil durch die wachsende Stromstärke die Amperezahl der entmagnetisierenden Windungen zunimmt, dann aber auch, weil mit zunehmendem Ankerstrom die Bürstenverschiebung wächst und damit auch die Zahl der Windungen, welche an der Entmagnetisierung teilnehmen. Die Rückwirkungen des Ankers sind um so kleiner, je weniger Windungen der Anker besitzt.

24. Die Stromwendung.

Da der Strom in dem rotierenden Teile der Maschine erzeugt wird, so steht man vor der Aufgabe, denselben aus einem beweglichen Teil in einen feststehenden überzuleiten. Dies kann nur durch Schleifkontakte, sogenannte Bürsten, geschehen, welche entweder auf den blank abgedrehten Windungen des Ankers oder auf einem besonderen Stromabgeber, dem Kollektor, schleifen. Es treten hierbei jedoch mancherlei Schwierigkeiten auf, welche sich besonders durch Funken an den Berührungsstellen bemerklich machen. Da ein funkenfreier Gang eine wesentliche Bedingung einer guten Maschine ist, weil die Funken eine rasche Abnutzung des Kollektors zur Folge haben, so verdienen die Verhältnisse der Stromwendung eine sorgsame Beachtung.

Zunächst sei vorausgeschickt, daß an der Stelle, an welcher ein elektrischer Stromkreis unterbrochen wird, ein starker Funke, Öffnungsfunke, genannt, entsteht. Damit nun der Stromkreis an der Bürste nicht fortwährend unterbrochen wird, muß dieselbe mindestens breiter sein als die Isolationsschicht, welche zwei benachbarte Kollektorlamellen trennt. Es wird dann Augenblicke geben, in welchen zwei Kollektorlamellen durch die Bürste miteinander verbunden sind. Man sagt dann, die zwischen den Lamellen liegende Spule ist kurz geschlossen (Abb. 90). Die betreffende Spule verläßt dabei den einen Ankerstromzweig und tritt nach dem Kurzschluß in den anderen Ankerzweig über. Da in den beiden Ankerstromzweigen die Ströme entgegengesetzt fließen, so muß bei diesem Übergang die Stromrichtung in der Spule gewendet werden. Befindet sich die Spule während des Kurzschlusses in der neutralen Zone, so daß also keine Kraft-

linien geschnitten werden, und demnach auch in ihr keine EMK induziert wird, so liegt augenscheinlich auch gar keine Veranlassung zur Funkenbildung vor. Abb. 90 a—d illustriert den Kommutierungsvorgang.

Bei Eintritt des Kurzschlusses (Abb. 90 b) spaltet sich der rechte Ankerzweigstrom i_a in zwei Teile, was zur Folge hat, daß der Strom in der kurz geschlossenen Spule abnimmt und zwar um so mehr, je größer die Kontaktfläche zwischen der Bürste und dem folgenden Segment n wird. In Stellung c ist die kurz geschlossene Spule stromlos, und bei weiterer Bewegung gelangt jetzt ein Teil des linken Ankerzweigstromes durch die Spule (Stellung d). Der Strom steigt allmählich in der entgegengesetzten Richtung an und erreicht die Stärke des linken Ankerzweigstromes, wenn die Bürste das Segment verläßt.

Wird nun die Spule nicht in der neutralen Zone, sondern in dem

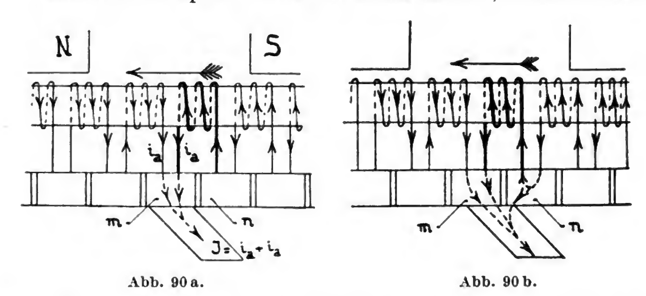


Abb. 90 a. Abb. 90 b.

Magnetfeld vor derselben kurz geschlossen, so wird in der Spule eine EMK induziert, die im gleichen Sinn wie der verschwindende Strom wirkt. Da die Widerstände des Kurzschlußkreises klein sind, so kann durch die EMK der Strom derart gesteigert werden, daß eine Überlastung der auflaufenden Bürstenkante (Stellung b) und dadurch ein Glühen derselben eintreten kann. Deshalb müssen die Bürsten stets in die neutrale Zone verschoben werden.

Es läßt sich nun nachweisen, daß man die Bürste unter Umständen sogar über die neutrale Zone hinaus in das entgegengesetzte Magnetfeld verschieben muß, um einen vollständig funkenfreien Lauf zu erhalten. Die Kommutierung des Stromes in der kurz geschlossenen Spule geht nämlich nicht in der einfachen geschilderten Weise vor sich, weil bei dem Vorgang jene Erscheinung mitwirkt, die im 13. Kapitel als Selbstinduktion bezeichnet wurde. Beim Verschwinden des Stromes wird durch die ebenfalls verschwindenden Kraftlinien der Spule eine gleichgerichtete EMK in der Spule induziert, die eine Verlängerung des Stromes, also ein langsameres Abfallen desselben auf

Null veranlaßt. Beim Abgleiten der Bürste vom Segment (Stellung d) kann dadurch der Strom noch im früheren Sinne fließen, was zur Folge hat, daß durch diesen Strom und den linken Ankerzweigstrom die ablaufende Bürstenfläche überlastet und zum Glühen gebracht werden kann. Verläßt nun die Lamelle m die Bürste, so muß jetzt der linke Abzweigstrom seinen Weg ganz durch die vorher kurz geschlossene Spule nehmen. Im Augenblick des Unterbrechens des Kurzschlußkreises wird der Kurzschlußstrom, der vielleicht noch gar nicht kommutiert ist, noch nicht die Stärke des eintretenden Ankerzweigstromes besitzen, so daß ein plötzliches Anwachsen des Stromes erfolgt. Diesem Anwachsen setzt sich die Selbstinduktion der Spule entgegen, was den Ankerzweigstrom veranlassen kann, einen Lichtbogen zwischen der Lamelle m und der ablaufenden Bürstenkante zu bilden. Unterstützt wird diese Lichtbogenbildung noch durch

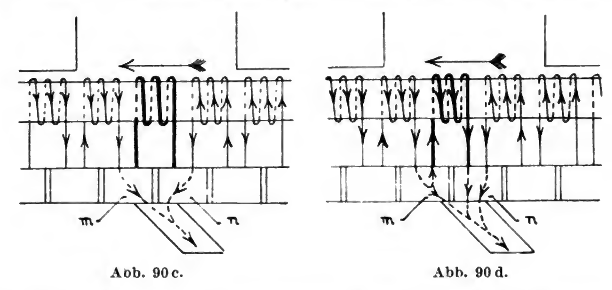


Abb. 90 c. Abb. 90 d.

die Erhitzung, die die Bürstenkante infolge der starken Belastung erfährt.

Um diese Funkenbildung zu vermeiden, muß man der Selbstinduktion entgegenwirken. Die letztere kann man vor allem dadurch verringern, daß man den Spulen wenig Windungen, also den Umfangselementen wenig Umfangsdrähte gibt und die Zeit der Kommutierung möglichst vergrößert. Reichen diese Mittel zur Erzielung eines funkenfreien Laufes nicht aus, so verschiebt man die Bürste aus der neutralen Zone in das folgende Magnetfeld. In der Spule wird dann eine EMK im Sinn des später eintretenden Stromes induziert, die der Selbstinduktion entgegenwirkt und dadurch die Kommutation des Stromes erleichtert. Da das magnetische Feld von der neutralen Zone nach dem Pol so gestaltet werden kann, daß es nicht plötzlich von Null auf ein Maximum anwächst, sondern ganz allmählich zunimmt, so läßt sich leicht eine Bürstenstellung finden, bei welcher in der kurz geschlossenen Spule eine EMK induziert wird, die ausreicht, um die Selbstinduktion zu vernichten. Da die Selbstinduktion mit dem

Ankerstrom wächst, so muß die Bürstenverschiebung ebenfalls zunehmen. Die Grenze dieser Verschiebung ist an der Polspitze erreicht, da darüber hinaus eine allmähliche Steigerung der in der kurz geschlossenen Spule induzierten EMK nicht mehr möglich ist. Wird die Maschine entlastet, und bleiben die Bürsten vorgeschoben, so kann ebenfalls ein Feuern an den Bürsten auftreten. Veranlaßt wird dieses durch die induzierte EMK, welche, da die Selbstinduktion mit dem Ankerstrom abnimmt, den Kurzschlußstrom derart steigert, daß sich die abgleitende Bürstenspitze stark erhitzt. Es müssen deshalb die Bürsten, wenn der Ankerstrom kleiner wird, wieder zurückgeschoben werden.

Die Bürsten müssen sonach aus zwei Gründen verschoben werden. Zunächst verschiebt, nach Abschnitt V, 23, die quermagnetisierende Wirkung des Ankers die neutrale Zone in der Drehrichtung und zwar um so mehr, je größer der Ankerstrom ist. Dieser Verschiebung müssen die Bürsten folgen. Eine zweite Verschiebung, die auch mit der Belastung zunimmt, ist erforderlich, um die Selbstinduktion zu überwinden. Bei den älteren Maschinen mußte diese Verschiebung, um funkenfreien Lauf zu bekommen, fast durchweg vorgenommen werden. Bei modernen Maschinen ist das nicht mehr der Fall, hier fordert man, daß die Bürsten für sämtliche Belastungen fest eingestellt bleiben, und daß dabei weder im Leerlauf noch bei voller Belastung eine Funkenbildung auftritt. Die Mittel zur Erreichung eines solchen funkenfreien Laufes bei konstanter Bürstenstellung bestehen darin, daß man sowohl die quermagnetisierende Wirkung des Ankers, als auch die Selbstinduktion der kurz geschlossenen Ankerspulen möglichst vermindert.

VI. Abschnitt.

25. Die magnetelektrische Maschine und die Maschine mit Sondererregung.

Bisher wurde über die Art und Weise der Magneterregung keinerlei Voraussetzung gemacht. Der einfachste Fall wäre der, daß die Magnete der Maschine permanente Stahlmagnete sind. Man nennt diese Art Maschinen „magnetelektriche" Maschinen. Die ersten Maschinen, in welchen nach dem Prinzip der Induktion elektrische Ströme erzeugt wurden, haben tatsächlich permanente Stahlmagnete gehabt. Der Magnetismus, welcher sich dauernd im Stahl erregen läßt, ist jedoch nur verhältnismäßig schwach. Heute werden solche magnetelektrischen Maschinen nur im kleinen für ganz bestimmte Zwecke gebaut, z. B. werden sie im Telephondienst in Ver-

bindung mit einem Siemensschen Doppel-T-Anker zur Erzeugung von Wechselströmen benutzt, welche eine Anrufklingel in Bewegung setzen oder dieselbe Maschine dient als Zündapparat bei Gasmotoren.

Bei größeren Maschinen verwendet man ausschließlich Elektromagnete, weil sich auf diese Art ein kräftigeres Magnetfeld herstellen läßt. Die Art der Schaltung und Erregung dieser Elektromagnete gibt einen neuen Gesichtspunkt für die Einteilung der Dynamomaschinen. Die Elektromagnete können z. B. durch eine besondere Stromquelle, eine Batterie von Akkumulatoren oder auch durch den Strom einer anderen Maschine erregt werden. Dann nennt man die Maschine eine solche mit Sondererregung oder Fremderregung.

Bei allen Maschinen ist der Eisenweg durch einen Luftweg unterbrochen. Bezeichnet in Abb. 91 δ den Luftspalt zwischen Anker und Feldmagnet, so ist der Luftweg

$$l_L = 2\,\delta.$$

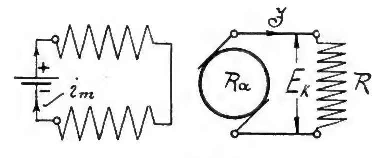


Abb. 91.　　　Abb. 91a.

Zur Magnetisierung dieses Luftweges sind die meisten Amperewindungen erforderlich. Der Magnetismus wächst mit der Amperewindungszahl. Bleibt die Windungszahl konstant, so ist die Zunahme des Stromes allein maßgebend für das Wachsen des Magnetismus. Bei kleinem Erregerstrom i_m ist die Kraftlinienzahl so klein, daß das Eisen noch weit unterhalb der Sättigung ist. Der Widerstand im Eisen ist dann gegenüber dem Widerstand in der Luftstrecke zu vernachlässigen. Nach Gleichung 21, Kapitel 11, ist:

$$\Phi = \frac{4\,\pi}{10}\,\frac{w \cdot i_m}{l} \cdot \mu \cdot Q.$$

Da für Luft $\mu = 1$, so wird für schwache Erregerströme annähernd

$$\Phi = \frac{4\,\pi \cdot Q}{l_L} \cdot (w \cdot i_m) = c \cdot (w \cdot i_m).$$

Anfänglich wächst also der Magnetismus proportional mit den Amperewindungen ($w \cdot i_m$). Nähert sich das Eisen der Sättigung, so wächst der Widerstand im Eisen immer mehr, d. h. der Magnetismus kann nur noch langsamer als vorher zunehmen. Die Kurve biegt sich nach dem horizontalen Schenkel des rechten Winkels in Abb. 92. Ist das Eisen schon stark gesättigt, so erzeugt eine erhebliche Vergrößerung des Erregerstromes nur eine mäßige Steigerung des Magnetismus.

Die EMK, welche in einer Maschine erzeugt wird, ist nun von drei Größen abhängig. Erstens von der Stärke des Magnetfeldes, zweitens von der Anzahl der Drähte auf dem Anker und drittens von der Tourenzahl. Bei ein und derselben Maschine ist die Anzahl Ankerdrähte konstant, die Tourenzahl wird von der Antriebsmaschine ebenfalls konstant gehalten, es wäre somit die EMK ausschließlich vom Magnetfeld abhängig, sie muß in demselben Verhältnis zunehmen wie letzteres. Die Kurve (Abb. 92) gibt daher nicht nur ein Bild von der Zunahme des Magnetismus mit wachsendem Erregerstrom, sondern auch eine Darstellung der EMK; sie zeigt, wie dieselbe wächst bei zunehmendem Erregerstrom. Bleibt der Erregerstrom konstant, so bleibt auch das Magnetfeld konstant und damit die EMK, orausgesetzt natürlich, daß die Tourenzahl sich nicht ändert. Der Erregerstrom ist demnach nur von indirektem Einfluß auf den eigentlichen Stromkreis der Maschine.

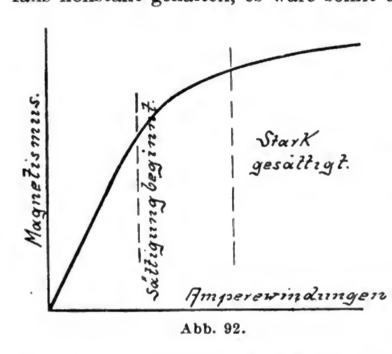


Abb. 92.

Der Stromkreis der Maschine mit Sondererregung, sowie derjenige der magnetelektrischen Maschine setzt sich aus zwei Widerständen zusammen, aus dem Ankerwiderstand R_a und dem Widerstand R des äußeren Stromkreises. Abb. 91 und 91a stellen die Schaltung schematisch dar. Ist die erzeugte EMK E, so ist nach dem Ohmschen Gesetz der Strom dieses Kreises:

$$J = \frac{E}{R_a + R} \text{ oder}$$

$$J \cdot R_a + J \cdot R = E.$$

Die EMK zerfällt also in zwei Teile, von denen $\varepsilon = J \cdot R_a$ dazu dient, den Strom durch den Ankerwiderstand R_a zu treiben. Der

zweite Teil $E_k = J \cdot R$ kann nützlich Verwendung finden, z. B. zum Betrieb von Lampen. Diese Spannung, die an den Klemmen der Maschine zur Verfügung steht, nennt man die „Klemmenspannung“. $\varepsilon = J \cdot R_a$ ist der Spannungsverlust im Anker, denn dieser Teil ist für den äußeren Stromkreis verloren. Es ist also

$$E_k = E - J \cdot R_a.$$

Die EMK E ist vorhanden, sobald die Maschine läuft, denn die Ankerleiter schneiden dann durch die Kraftlinien des Magnetfeldes. Der Strom J im äußeren Stromkreis, also auch der Ankerstrom kann

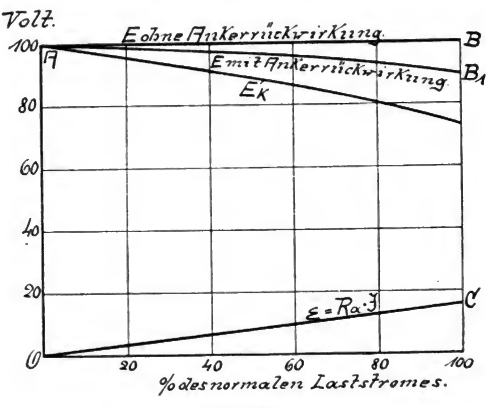


Abb. 93

aber Null sein, wenn der äußere Stromkreis nicht geschlossen ist. Der Widerstand R ist dann unendlich groß, man sagt, „die Maschine läuft leer“. Es ist dann

$$\varepsilon = 0$$

$$\text{also } E = E_k.$$

Im Leerlauf der Maschine mißt man mit einem Spannungsmesser die EMK der Maschine. Mit zunehmender Belastung muß nach obiger Gleichung die Klemmenspannung E_k fortwährend abnehmen, bei gleichbleibender Tourenzahl und gleichbleibendem Erregerstrom. Ohne Ankerrückwirkung würde die EMK E konstant z. B. 100 Volt sein. Trägt man den Strom J auf dem horizontalen, die Volt auf dem vertikalen Schenkel eines rechten Winkels auf, so wäre ohne Ankerrückwirkung E eine Parallele zum horizontalen Schenkel (Abb. 93). Mit wachsendem Strom nimmt die quer- und entmagnetisierende Wir-

kung des Ankers zu, daher verläuft E nach der Linie AB_1 in Abb. 93. Der Spannungsverlust im Anker ist

$$\varepsilon = R_a \cdot J,$$

also ε ist proportional mit J. Die Gerade OC stellt ε in Abb. 93 dar. Subtrahiert man von dem jeweiligen Wert von E noch den zugehörigen Wert von ε, so ergibt sich die Klemmenspannung E_k abhängig vom Belastungsstrom J. Man nennt diese Abhängigkeit die „äußere Charakteristik". Mit zunehmender Belastung sinkt bei konstanter Tourenzahl und Erregung die Klemmenspannung recht merklich.

Nun ist es sehr wichtig, daß die Klemmenspannung E_k auch bei wechselnder Stromentnahme aus der Maschine konstant erhalten bleibt, da dieselbe unmittelbar maßgebend ist für die Verhältnisse des äußeren Stromkreises. Dies ist nach Lage der Dinge aber nur möglich durch einen Eingriff in die Magneterregung.

Bei Maschinen mit permanenten Stahlmagneten ist ein solcher ausgeschlossen, dagegen bei Maschinen mit Sondererregung läßt sich der Erregerstrom der Magnete steigern, dadurch wird die EMK der Maschine entsprechend der Abb. 92 zunehmen, und es wird sich auch bei wechselnder Stromentnahme dieselbe so einstellen lassen, daß E_k seine Größe beibehält.

Die EMK eines Ankers läßt sich nur messen, solange die Maschine keinen Strom gibt, dann ist sie gleich der Klemmenspannung. Sobald die Maschine Strom gibt, kann man nur noch die Klemmenspannung messen. Die Aufgabe wird also meistens eine entgegengesetzte sein. Aus der gemessenen Klemmenspannung und dem Spannungsverbrauch im Anker wird man die EMK E zu bestimmen haben.

$$E = E_k + J \cdot R_a.$$

Jede Maschine, in welcher die Energie in eine andere Form umgesetzt wird, hat einen Wirkungsgrad oder ein Güteverhältnis; z. B. in einer Dampfmaschine wird mehr Arbeit erzeugt, als an der Riemscheibe nutzbar abgegeben wird. Ein Teil der Arbeit dient zur Überwindung der eigenen Widerstände. Auch in der elektrischen Maschine wird mehr elektrische Arbeit geleistet, als man praktisch ausnutzen kann. Das Verhältnis der Nutzarbeit zu der total geleisteten Arbeit nennt man den Wirkungsgrad oder das Güteverhältnis.

Nach Kapitel 5 ist die elektrische Leistung in Watt das Produkt aus Volt und Ampere. Bei der magnetelektrischen Maschine oder der Maschine mit Fremderregung ist die gesamte Leistung

$$L = E \cdot J.$$

Setzt man für E seinen Wert ein, so wird

$$L = (E_k + J \cdot R_a)\, J \text{ oder}$$
$$L = E_k \cdot J + J^2 \cdot R_a.$$

Der Betrag $J^2 \cdot R_a$ wird in der Ankerwicklung in Wärme umgesetzt, ist also für die Nutzleistung verloren. Es bleiben von der Gesamtleistung L nur $E_k \cdot J$ Watt nützlich zu verwenden. Als elektrisches Güteverhältnis bezeichnet man das Verhältnis

$$\eta_e = \frac{J \cdot E_k}{L} = \frac{J \cdot E_k}{J\,(E_k + J \cdot R_a)} = \frac{E_k}{E}. \qquad (43)$$

η_e läßt sich auch mit Hilfe der Widerstände ausdrücken, wenn man einsetzt:

$$E_k = J \cdot R$$

$$E = J\,(R + R_a)$$

$$\eta_e = \frac{R}{R + R_a}. \qquad (44)$$

Das Güteverhältnis ist gleich 1, wenn $R_a = 0$ ist. Eine ideale Maschine müßte also eine widerstandslose Ankerwicklung haben. Diesen Grenzwert kann man praktisch nicht erreichen, man kann ihm aber doch sehr nahe kommen dadurch, daß man R_a sehr klein macht.

Will man die Watt in PS umrechnen, so hat man nach Kapitel 5 durch 736 zu dividieren. Ist z. B. $E_k = 100$ Volt, $J = 200$ Ampere, so ist die Nutzleistung der Maschine

$$N_e = \frac{E_k \cdot J}{736} = \frac{100 \cdot 200}{736} = 27{,}2 \text{ PS.}$$

Beträgt der Spannungsverlust im Anker $\varepsilon = 5\%$, so ist die EMK $E = E_k + \varepsilon = 100 + 5 = 105$ Volt. Die Gesamtleistung daher

$$N_i = \frac{E \cdot J}{736} = \frac{105 \cdot 200}{736} = 28{,}5 \text{ PS.}$$

Elektrischer Wirkungsgrad $\eta_e = \dfrac{27{,}2}{28{,}5} = \dfrac{100}{105} = 0{,}95.$

26. Die Serienmaschine.

Im Jahre 1867 machte Werner von Siemens die Entdeckung, daß eine Sondererregung der Elektromagnete nicht erforderlich ist, sondern daß der Strom der eigenen Maschine imstande ist, die Magnete zu erregen, nachdem nur einmal eine Erregung von fremdem Strom stattgefunden hat.

In jedem Stück Eisen, welches einmal magnetisiert war, bleibt ein kleines Quantum Magnetismus zurück, auch wenn die magnetisierende Kraft ganz verschwindet. Man nennt diesen Magnetismus den „remanenten“ Magnetismus. Dreht man den Anker in dem

Magnetfeld des remanenten Magnetismus, so wird eine ganz kleine EMK erzeugt. Stellt man nun einen Stromkreis aus Ankerwicklung, Magnetwicklung und äußerem Widerstand her (Abb. 94 und 94a), so geht infolge der kleinen EMK auch ein kleiner Strom durch diesen Stromkreis, also auch durch die Magnetwicklung. Der kleine Strom verstärkt den Magnetismus etwas und es kann eine größere EMK entstehen, welche wieder den Strom verstärkt usw., bis ein kräftiges Magnetfeld entstanden ist. Dieses Prinzip hat Werner von Siemens das „dynamo-elektrische“ Prinzip genannt, und alle nach diesem Prinzip gebauten Maschinen heißen Dynamomaschinen. Heutzutage wird zwar diese Bezeichnung nicht mehr streng eingehalten und man nennt, allerdings fälschlicherweise, jede Maschine, in welcher mechanische Arbeit in elektrische übergeführt wird, eine Dynamomaschine.

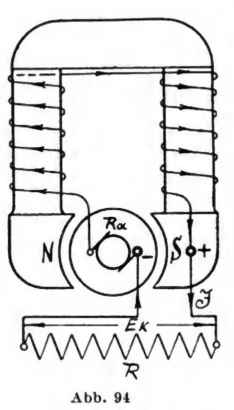


Abb. 94

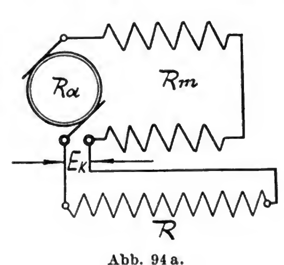


Abb. 94 a.

Eine Maschine, bei welcher die Ankerwicklung, die Magnetwicklung und der äußere Widerstand einen einzigen Stromkreis bilden, nennt man Serienmaschine oder Maschine mit Reihenschaltung. Es bezeichne:

J den Strom im ganzen Kreis,
E die EMK des Ankers,
E_k die Klemmenspannung,
R den äußeren Widerstand,
R_a den Ankerwiderstand von Bürste zu Bürste,
R_m den Widerstand der Magnetwicklung.

Die Stromstärke ist:

$$J = \frac{E}{R_a + R_m + R},$$

oder

$$E = J(R_a + R_m) + J \cdot R.$$

Neben dem Spannungsverlust im Anker $J \cdot R_a$ tritt in der Magnetwicklung noch $J \cdot R_m$ auf, so daß der gesamte Spannunsgverlust

$$J\,(R_a + R_m) \text{ beträgt.}$$

Die Klemmenspannung ist:

$$E_k = J \cdot R = E - J\,(R_a + R_m).$$

Ist die Klemmenspannung gegeben und sind die Widerstände R_a und R_m bekannt, so läßt sich die EMK für irgendeine Stromstärke J berechnen aus

$$E = E_k + J\,(R_a + R_m).$$

Die Gesamtleistung der Maschine ist:

$$L = E \cdot J = E_k \cdot J + J^2\,(R_a + R_m).$$

Der Betrag $J^2 \cdot R_a$ wird im Anker, der Betrag $J^2 \cdot R_m$ in der Feldmagnetwicklung in Wärme umgesetzt. Die Nutzleistung ist $E_k \cdot J$ Watt. Der elektrische Wirkungsgrad:

$$\eta_e = \frac{E_k \cdot J}{E \cdot J} = \frac{E_k}{E}.$$

Mit Hilfe der Widerstände ist:

$$\eta_e = \frac{R}{R_a + R_m + R}.$$

Damit η_e möglichst hoch wird, ist Ankerwiderstand und Widerstand der Magnetwicklung klein zu machen. Die Magnetwicklung besteht aus wenigen dicken Windungen. Die erforderlichen Amperewindungen werden trotzdem erzeugt, weil durch die Windungen der ganze äußere Belastungsstrom fließt.

Es ist von großem Interesse, zu untersuchen, wie sich Klemmenspannung und Stromstärke einer Serienmaschine ändern, wenn man die Größe des äußeren Widerstandes R ändert. Denn dieser Fall kommt praktisch vor. Besteht z. B. der äußere Stromkreis aus Glühlampen, so wird man je nach Bedarf bald Lampen ein- bald ausschalten. Dadurch wird beständig der äußere Widerstand R und ebenso die Stromentnahme geändert. Sollen die Glühlampen stets gleich hell brennen, so müssen sie konstante Spannung erhalten. Glühlampen werden meistens parallel geschaltet (Abb. 95). Es soll also die Spannung zwischen dem positiven und negativen Leitungsdraht oder, was dasselbe ist, die Spannung zwischen den Klemmen konstant sein.

Da nun die Magnetwicklung und der äußere Stromkreis hintereinander geschaltet sind, so wird sich die Magneterregung mit jeder Änderung der Stromentnahme aus der Maschine ändern. Mit der Magneterregung ändert sich aber auch die EMK, so daß die Spannung

bei wechselnder Stromentnahme beträchtlichen Schwankungen unterworfen ist. Je kleiner der äußere Widerstand, desto größer wird nach dem Ohmschen Gesetze die Stromstärke. Diese verstärkt wiederum das Magnetfeld und erhöht dadurch die induzierte EMK. Den größten Wert erreicht die Stromstärke und somit auch das Magnetfeld und die EMK, wenn der äußere Widerstand R = 0 ist. Eine solche widerstandslose Verbindung der Klemmen, die vielleicht durch einen dicken Kupferdraht hergestellt werden kann, bezeichnet man als Kurzschluß. Die EMK hat nur die Widerstände der Anker- und Magnetwicklung zu überwinden und erzeugt infolgedessen einen sehr starken Strom, welcher in der Anker- und Magnetwicklung so viel Wärme erzeugt, daß nicht nur die Isolation der Drähte verbrennt, sondern auch unter Umständen die Drähte selbst schmelzen. Deshalb muß die Serienmaschine vor einem solchen Kurzschluß behütet werden. Die Klemmenspannung ist bei dem Kurzschluß gleich Null. Es zeigt sich weiter, daß die Klemmenspannung nicht nur in dem erwähnten Fall Null wird, sondern auch noch bei einem verhältnismäßig großen Widerstand. Diesen Widerstand, bei welchem auch der Strom Null ist, nennt man den kritischen Widerstand, weil bei demselben die Maschine sich überhaupt nicht erregen kann. Der Strom, welcher mit Hilfe des remanenten Magnetismus erzeugt wird, ist bei diesem großen Widerstand so klein, daß er keine Verstärkung der Magnete hervorzubringen vermag.

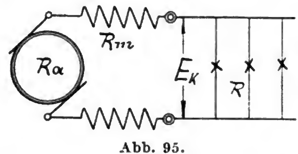


Abb. 95.

Aus diesen Betrachtungen folgt, daß bei wechselnder Belastung die für Glühlampen geforderte Gleichmäßigkeit der Spannung durchaus nicht vorhanden ist. Zur Erzielung einer konstanten Spannung bei veränderlicher Stromentnahme ist die Serienmaschine vollkommen unbrauchbar. Sie findet nur dann Verwendung, wenn aus ihr stets der gleiche Strom entnommen wird, wie das z. B. bei hintereinander geschalteten Bogenlampen der Fall ist.

Um einen Überblick zu bekommen, in welcher Weise die Klemmenspannung sich mit dem Belastungsstrom ändert, benutzt man auch hier die bereits in Abb. 93 verwendete graphische Darstellung.

Ohne Ankerrückwirkung ist für die Serienmaschine die Abhängigkeit der EMK E vom Belastungsstrom J eine Magnetisierungslinie wie Abb. 92. Der Belastungsstrom J ist ja auch gleichzeitig der Feldstrom. Bis zum Beginn der Sättigung steigt daher die EMK nahezu proportional mit dem Strom, im Gebiet der starken Sättigung nur noch wenig. Infolge der Ankerrückwirkung liegt die EMK tiefer, und zwar ist sie bei den großen Strömen im Gebiet der starken Sättigung so bedeutend, daß die EMK wieder a b n i m m t. Die Kurve I (Abb. 96)

zeigt diesen Verlauf. Der Spannungsverlust in Anker und Feld ist

$$\varepsilon = J\,(R_a + R_m),$$

also wächst ε proportional mit dem Strom. Die Gerade II stellt diesen Verlauf dar. Subtrahiert man wieder II von I, so ergibt sich in Kurve III die Abhängigkeit der Klemmenspannung vom Strom.

Auch der Widerstand des ganzen Stromkreises ist in dem Dia-

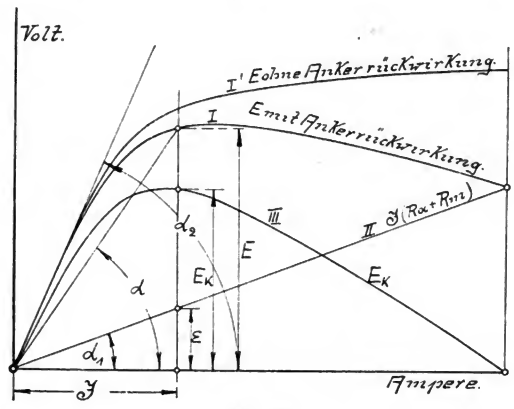


Abb. 96.

gramm enthalten, und zwar stellt denselben die trigonometrische Tangente des Winkels a dar, denn es ist:

$$\operatorname{tg} a = \frac{E}{J} = R_a + R_m + R.$$

Sind die Klemmen kurz geschlossen, so fällt der eine Schenkel des Winkels auf Kurve II, d. h.

$$\operatorname{tg} a_1 = \frac{J\,(R_a + R_m)}{J} = R_a + R_m$$

gibt jetzt den Gesamtwiderstand des Kreises an. Der kritische Widerstand, bei welchem eine Erregung der Maschine nicht eintritt, ist erreicht für tg a_2, denn bei einer weiteren Vergrößerung des Winkels schneidet der eine Schenkel die Kurve nicht mehr. Damit sich die Maschine erregen kann, muß der Gesamtwiderstand jedenfalls kleiner als tg a_2 sein.

Will man eine Serienmaschine außer Betrieb setzen, so öffnet man den Stromkreis. Dabei ist es zu empfehlen, den Strom vor dem

Unterbrechen durch Einschalten von Widerstand in den Kreis, oder durch Parallelschalten von Widerstand zur Magnetwicklung soweit wie möglich herabzudrücken, da bei dem plötzlichen Verschwinden des Stromes eine starke Selbstinduktion auftreten wird, welche unter Umständen der Maschine ebenfalls gefährlich werden kann.

Die Serienmaschine wird als Stromerzeuger selten verwendet, sie spielt dagegen eine um so größere Rolle als Elektromotor.

27. Die Nebenschlußmaschine.

Die Betrachtungen über die Serienschaltung führen zu der Vermutung, daß eine konstante Spannung nur dann zu erreichen sein wird, wenn man den Magnetstrom unabhängig macht von dem veränderlichen Strom des äußeren Kreises. Dies kann man dadurch erreichen, daß man für die Magnete einen besonderen Stromkreis abzweigt (Abb. 97 und 97a). Diese Schaltung nennt man Nebenschlußschaltung, weil die Magnetwicklung zum Stromkreis im Nebenschluß liegt. Es bezeichne:

E die EMK des Ankers,
J den Strom im äußeren Widerstand R,
J_a den Strom im Anker,
i_m den Strom in der Magnetwicklung,
E_k die Klemmenspannung,
R den äußeren Widerstand,
R_a den Ankerwiderstand,
r_m den Widerstand der Magnetwicklung.

Der Strom, welcher aus dem Anker kommt, verzweigt sich in zwei Zweige. Der eine J geht durch den äußeren Widerstand R, der andere i_m geht durch die Schenkelwicklung. Es ist:

$$J_a = J + i_m.$$

Die beiden Zweige bilden eine Stromschleife. Nach Abschnitt I, 6 ist der Widerstand einer Stromschleife gleich dem Produkt der beiden Zweigwiderstände, dividiert durch die Summe derselben. Der Widerstand der hier vorliegenden Schleife ist daher

$$\frac{r_m \cdot R}{r_m + R}.$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist der Gesamtstrom

$$J_a = \frac{E}{R_a + \frac{R \cdot r_m}{r_m + R}} \text{ oder}$$

$$E = J_a \cdot R_a + J_a \frac{R \cdot r_m}{R + r_m}.$$

$J_a \cdot R_a$ ist wieder der Spannungsverlust ε im Anker und der andere Teil die Klemmenspannung

$$E_k = J_a \frac{R \cdot r_m}{R + r_m}.$$

Damit wird

$$E = E_k + \varepsilon \text{ oder}$$

$$E = E_k + J_a \cdot R_a.$$

Die Klemmenspannung ist sowohl an den Enden des Widerstandes r_m als auch an den Enden von R vorhanden. Daher ist

$$E_k = J \cdot R = i_m \cdot r_m.$$

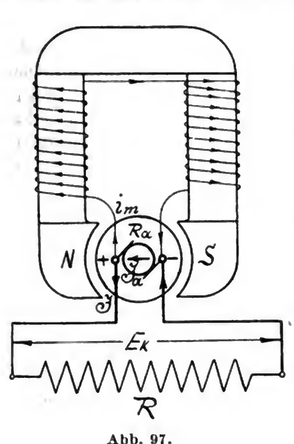


Abb. 97.

Um den elektrischen Wirkungsgrad zu finden, muß die Nutzleistung durch die Gesamtleistung dividiert werden. Wir multiplizieren die Gleichung

$$E = E_k + J_a \cdot R_a$$

auf beiden Seiten mit J_a.

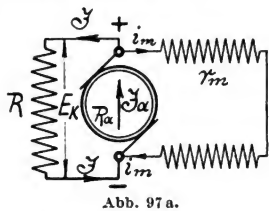


Abb. 97 a.

$$E \cdot J_a = E_k \cdot J_a + J_a^2 \cdot R_a$$

$$J_a = J + i_m \quad \text{also}$$

$$E \cdot J_a = E_k (J + i_m) + J_a^2 \cdot R_a \quad \text{oder}$$

$$E \cdot J_a = E_k \cdot J + E_k \cdot i_m + J_a^2 \cdot R_a$$

$$\eta_e = \frac{E_k \cdot J}{E \cdot J_a} = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + E_k \cdot i_m + J_a^2 \cdot R_a}.$$

Setzt man noch für E_k seinen Wert $i_m \cdot r_m$ ein, so wird:

$$\eta_e = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + i_m^2 \cdot r_m + J_a^2 \cdot R_a}.$$

Aus dieser Gleichung wird der elektrische Wirkungsgrad gleich 1 für

$$i_m^2 \cdot r_m + J_a^2 \cdot R_a = 0.$$

Da dies nicht erreichbar ist, so muß man sich damit begnügen, diesen idealen Wert soviel wie möglich anzustreben. Man wird also, um $J_a^2 \cdot R_a$ klein zu machen, den Ankerwiderstand R_a wieder sehr klein machen, da J_a bei einer bestimmten Leistung der Maschine ja feststeht. Den zweiten Summanden dagegen $i_m^2 \cdot r_m$ wird man dadurch klein halten, daß i_m so klein wie möglich gemacht wird. Allerdings darf auch i_m nicht zu klein gewählt werden, da sonst zur Erzeugung einer bestimmten Amperewindungszahl die Windungszahl der Magnetspulen, also auch der Aufwand an Kupfer, zu groß ausfällt. Um den schwachen Strom zu erreichen, muß nach dem Ohmschen Gesetz der Widerstand r_m groß gewählt werden. Zu der Nebenschlußwicklung verwendet man deshalb einen dünnen Draht. An den vielen Windungen dünnen Drahtes erkennt man schon äußerlich die Nebenschlußmaschine. Die Magnet-

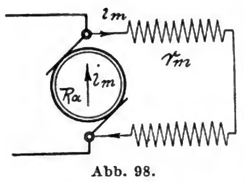


Abb. 98.

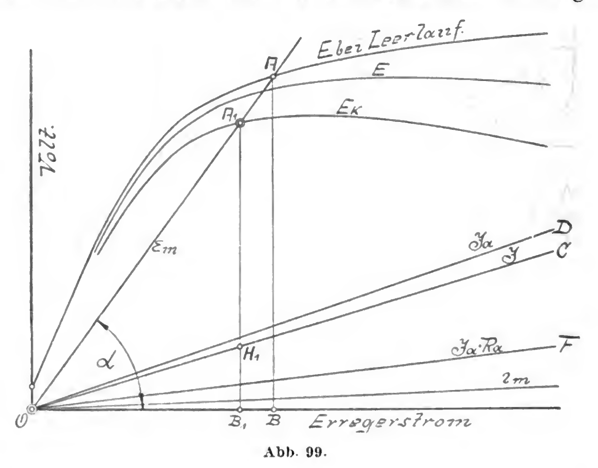


Abb. 99.

wicklung der Serienmaschine besitzt im Vergleich hierzu nur wenige Windungen dicken Drahtes.

Die Nebenschlußmaschine wird gewöhnlich leer, d. h. bei geöffnetem Kreis erregt und dann, wenn die Maschine die normale Spannung besitzt, durch Einschalten des äußeren Kreises allmählich belastet. Beim Erregen ist die Maschine daher wie die Serienmaschine ge-

schaltet, Abb. 98, weshalb die Abhängigkeit der EMK vom Erregerstrom i_m wieder eine Magnetisierungslinie (Abb. 99) ist.

Gegenüber dem Widerstand r_m der Magnetwicklung ist der Ankerwiderstand R_a verschwindend klein. Die Kurve E bei Leerlauf in Abb. 99 stellt daher auch die Abhängigkeit der Klemmenspannung vom Erregerstrom dar für den Leerlauf der Maschine. Bei der Selbsterregung der Maschine steigt die EMK so lange an, bis die Klemmenspannung den Spannungsverbrauch $\varepsilon_m = i_m \cdot r_m$ in der Magnetwicklung gerade deckt. In Abb. 99 ist ε_m eine Gerade aus dem Nullpunkt O unter dem Winkel α.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i_m \cdot r_m}{i_m} = r_m.$$

Im Punkte A ist $E_k = \varepsilon_m$, die Maschine läuft also mit dem nun konstanten Erregerstrom OB.

Wird die Maschine erregt bei einem bestimmten äußeren Widerstand R, so fließt im Anker der Strom

$$J_a = \frac{E}{R_a + \frac{R \cdot r_m}{R + r_m}}.$$

Infolge der jetzt vorhandenen Ankerrückwirkung und infolge des Ohmschen Spannungsabfalles im Anker wird die Klemmenspannung kleiner. Aus $J \cdot R = i_m \cdot r_m$ folgt

$$J = \left(\frac{r_m}{R}\right) \cdot i_m,$$

also für einen gegebenen Widerstand R ebenfalls eine Gerade $\overline{OC}$. Mit Hilfe von $J_a = J + i_m$ ergibt sich der Ankerstrom als die Gerade $\overline{OD}$. Da der Ohmsche Spannungsabfall

$$\varepsilon = J_a \cdot R_a \text{ ist,}$$

so ergibt die Gerade $\overline{OF}$ den Verlauf von ε.

Subtrahiert man von der infolge der Ankerrückwirkung übriggebliebenen EMK noch ε, so erhält man den Verlauf der Spannung E_k für den zugrunde gelegten äußeren Widerstand R. Der Schnittpunkt A_1 mit der Geraden $\overline{OA}$ ergibt diejenige Klemmenspannung, für die, bei der gegebenen Belastung, Gleichgewicht vorhanden ist. Der zugehörige Strom im äußeren Stromkreis ist $B_1 H_1 = J$.

In Abb. 100 ist die Konstruktion noch durchgeführt für drei weitere kleinere Werte von R. Für den kleinsten gezeichneten Wert von R ist die Ankerrückwirkung und der Spannungsabfall ε derart groß, daß nur eine sehr kleine Klemmenspannung $A_4 B_4$ übrig bleibt.

Diese ist auch nur imstande einen kleinen Strom $B_4 H_4 = J$ durch den äußeren Widerstand R zu schicken. Wir sehen also, daß bei abnehmender Klemmenspannung zuerst der Strom im äußeren Stromkreis zunimmt, ein Maximum erreicht und dann wieder abnimmt. Zu einem Stromwert gehören also zwei Werte der Klemmenspannung und die äußere Charakteristik hat die Form der Abb. 101. Die Strecken BH aus den Abb. 99 und 100 sind in doppelter Größe

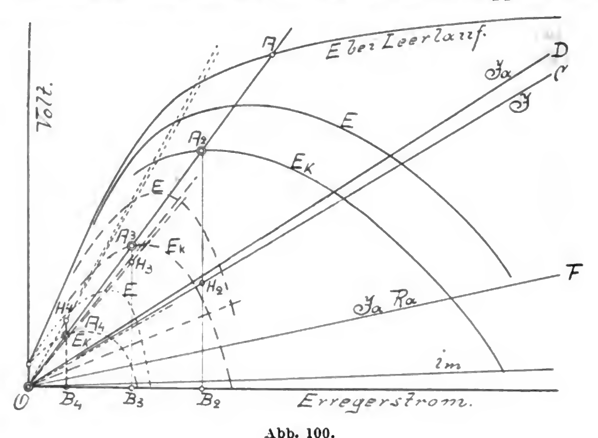


Abb. 100.

auf dem horizontalen Schenkel, dagegen die Strecken BA in gleicher Größe wie in Abb. 99 und 100 auf dem vertikalen Schenkel aufgetragen. In dieser Abbildung ist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{E_k}{J} = R$$

der Widerstand im äußeren Stromkreis. Wird der Widerstand R kleiner als $\operatorname{tg} \beta_1$, so wird die Maschine stromlos.

Soll die Maschine bei geschlossenem äußerem Kreis erregt werden, so wird das nur dann eintreten, wenn der äußere Widerstand größer ist als der eben genannte Grenzwiderstand, der durch $\operatorname{tg} \beta_1$ ausgedrückt ist. Ist der Widerstand kleiner als $\operatorname{tg} \beta_1$, so fließt von dem durch den remanenten Magnetismus erzeugten Strom der größte Teil durch diesen Widerstand, während nur ein geringerer Teil seinen Weg durch die Magnetwicklung nimmt. Der letztere ist dann nicht imstande, eine Verstärkung des Magnetismus der Maschine hervorzubringen.

Für den praktischen Betrieb kommt nur der obere Teil der Charakteristik in Abb. 101 in Frage. Den dabei auftretenden Abfall der Klemmenspannung kann man mit Hilfe eines regulierbaren Widerstandes, der in dem Nebenschluß mit eingeschaltet wird, kompensieren. Schaltet man den Regulierwiderstand aus, so wird dadurch der Widerstand des Nebenschlusses kleiner, und nach dem Ohmschen Gesetz der Erregerstrom stärker. Die Vergrößerung von i_m hat eine Verstärkung des Magnetfeldes und dadurch eine Steigerung der Spannung zur Folge. Durch richtige Regulierung des Nebenschlußwiderstandes wird man demnach auch bei veränderlicher Stromentnahme die Klemmenspannung konstant erhalten können.

Abb. 101.

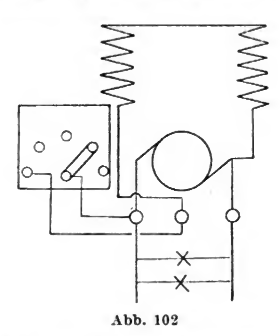


Abb. 102

Zum bequemen Anschluß besitzt die Nebenschlußmaschine auf dem Magnetgehäuse in der Regel drei Klemmen, deren Verbindungen aus Abb. 102 zu erkennen sind.

Will man eine Nebenschlußmaschine ausschalten, so kann dies nicht geschehen durch Unterbrechung des äußeren Stromkreises. Denn es arbeitet dann die Maschine ausschließlich auf den Magnetstromkreis. Eine Außerbetriebsetzung kann vielmehr nur durch Unterbrechung des Magnetstromkreises geschehen. Die günstigste Unterbrechungsstelle ist der Regulierwiderstand. Derselbe ist stets so konstruiert, daß man, ehe man ausschalten kann, erst den ganzen Nebenschlußwiderstand einschalten muß. Dadurch nimmt der Strom im Nebenschluß allmählich ab und es kann nicht durch plötzliches Verschwinden desselben eine gefährliche Selbstinduktion eintreten.

Die Nebenschlußschaltung findet in der Praxis die meiste Verwendung. Fast alle Maschinen der großen Beleuchtungszentralen sind Nebenschlußmaschinen. Durch den Nebenschlußregulator ist

die Möglichkeit an die Hand gegeben, die Spannung für jeden beliebigen äußeren Widerstand, also für jede Belastung innerhalb weiter Grenzen konstant zu halten. Allerdings ist dazu eine beständige Aufsicht erforderlich. Der Maschinenwärter muß den Spannungsmesser beobachten und sofort im Nebenschluß Widerstand ein- resp. ausschalten, sobald die Spannung zu hoch resp. zu niedrig ist. Die Kosten dieser Beaufsichtigung fallen nicht besonders ins Gewicht, da in einer jeden größeren Maschinenanlage doch ein Wärter zugegen sein muß. Es gibt aber auch automatische Vorrichtungen, welche von selbst Widerstand im Nebenschluß ein- und ausschalten, sobald die Spannung sich geändert hat.

28. Die Gleichspannungs- oder Kompoundmaschine.

Obwohl die Nebenschlußmaschine mit ihrem Regulierwiderstand einen großen Grad der Vollkommenheit besitzt, was die Konstanthaltung der Spannung anbelangt, so sind bei derselben doch noch äußere Eingriffe dazu erforderlich. Es fragt sich deshalb, ob es nicht eine Möglichkeit der Schaltung gibt, daß selbst die Bedienung eines Widerstandes in Wegfall kommt. Die drei Ursachen, welche bei der Nebenschlußmaschine ein Sinken der Klemmenspannung veranlassen, nehmen mit der Ankerstromstärke zu. Um die Spannung konstant zu halten, muß das magnetische Feld verstärkt werden und zwar um so mehr, je stärker der Ankerstrom ist. Es liegt nun nahe, diese Verstärkung vom Ankerstrom selbst ausführen zu lassen, indem man denselben einige Male um die Magnetschenkel führt (Abb. 103). Man erhält dadurch ein Zusatzfeld, welches anfangs, solange der Ankerstrom klein ist, ebenfalls eine unbedeutende Wirkung ausübt. Sobald jedoch der Maschine für den äußeren Kreis Strom entnommen wird, also der Ankerstrom wächst und damit die Klemmenspannung zurückgeht, nimmt das Zusatzmagnetfeld zu. Diese Zunahme erfolgt, da das Eisen schon stark magnetisch ist, allmählich, und wenn die Windungszahl des Zusatzfeldes richtig gewählt ist, so läßt sich der Spannungsabfall vollständig für jeden Strom kompensieren. In Abb. 104 sind diese Verhältnisse graphisch dargestellt. Kurve I ist die Charakteristik der Nebenschlußmaschine, Kurve II gibt die Spannungen an, welche das Zusatzmagnetfeld liefert. Die letzteren Spannungen addieren sich zu den Spannungen der Nebenschlußwicklung. Die

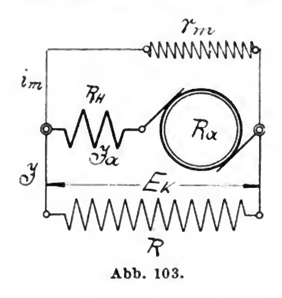


Abb. 103.

Kurve III, die man hierdurch erhält, weicht von einer Geraden nur wenig ab, so daß also tatsächlich die Klemmenspannung konstant

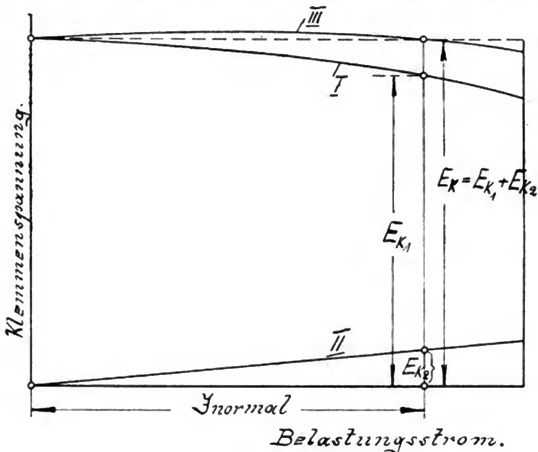


Abb. 104.

bleibt, wenn der Ankerstrom wächst. Die Kompoundmaschine kann als eine Kombination der Nebenschlußmaschine und der Serienmaschine angesehen werden.

Die genaue Anzahl der vom Hauptstrom durchflossenen Windungen läßt sich nur durch den Versuch feststellen. Bei der Herstellung der Maschine wird daher absichtlich die Windungszahl etwas zu groß genommen. Bei dem Versuch verfährt man folgendermaßen. Man läßt die Maschine bei offenem äußeren Stromkreis laufen. Dabei ist nur die Nebenschlußwicklung einzuschalten. Wie bei der Nebenschlußmaschine angegeben, reguliert man den Erregerstrom i_m so lange, bis ein an die Klemmen gelegtes Voltmeter die richtige Spannung anzeigt. Die gemessene Spannung ist gleich der EMK, weil der Strom i_m sehr klein ist und daher Ankerrückwirkung und Spannungsabfall im Anker Null gesetzt werden können.

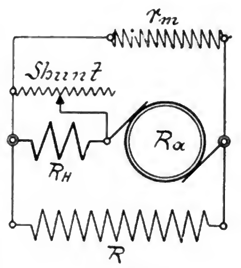


Abb. 105.

Hiernach läßt man bei eingeschalteten Hauptstromwindungen die Maschine mit ihrem normalen Laststrom laufen. Da die Windungszahl zu groß ist, wird die nun am Voltmeter gemessene Spannung etwas zu groß sein. Parallel zur Hauptstromwicklung legt man nun einen regulierbaren Nebenschluß, einen „Shunt" (Abb. 105) und reguliert daran so lange, bis die Spannung den gewünschten Wert besitzt. Die richtige Größe des Widerstandes wird in die Maschine eingebaut. Je kleiner man den Widerstand des Shuntes macht, desto weniger Strom geht durch die Hauptstromwicklung und desto mehr sinkt daher die Spannung. Hat man für Leerlauf und volle Belastung die Spannung richtig eingestellt, so ergibt sich auch für alle anderen in Betracht kommenden Belastungen praktisch derselbe Wert. Die Spannung ist für alle Belastungen konstant.

Bezeichnet:

E die EMK des Ankers,
E_k die Klemmenspannung,
J_a den Ankerstrom,
i_m den Erregerstrom in der Nebenschlußwicklung,
J den Strom im äußeren Stromkreis,
R_a den Widerstand des Ankers,
R_H den Widerstand der Hauptstromwicklung,
r_m den Widerstand der Nebenschlußwicklung,
R den Widerstand des äußeren Kreises,

so gelten die Gleichungen:

$$J_a = J + i_m.$$

R und r_m sind wieder parallel geschaltet, so daß man sie ersetzen kann durch einen Widerstand von der Größe

$$\frac{R \cdot r_m}{R + r_m}.$$

Der Gesamtstrom im Anker wird also:

$$J_a = \frac{E}{R_a + R_H + \frac{R \cdot r_m}{R + r_m}} \quad \text{oder}$$

$$E = J_a (R_a + R_H) + J_a \cdot \frac{R \cdot r_m}{R + r_m}.$$

Der Betrag $J_a (R_a + R_H)$ wird in Anker- und Hauptstromwicklung verbraucht, so daß als Klemmenspannung noch zur Verfügung steht

$$E_k = J_a \frac{R \cdot r_m}{R + r_m} = E - J_a (R_a + R_H).$$

Da die Klemmenspannung an den Enden von R und r_m vorhanden ist, so ist auch:

$$E_k = J \cdot R = i_m \cdot r_m.$$

Ist die Klemmenspannung E_k gemessen, so berechnet sich die EMK aus

$$E = E_k + J_a (R_a + R_H).$$

Die Gesamtleistung der Maschine ist

$$L = J_a \cdot E = E_k \cdot J_a + J_a^2 (R_a + R_H)$$

$$J_a = J + i_m \text{ also}$$

$$L = E_k (J + i_m) + J_a^2 (R_a + R_H) \text{ oder}$$

$$L = E_k \cdot J + E_k \cdot i_m + J_a^2 (R_a + R_H)$$

$$E_k = i_m \cdot r_m$$

$$L = E_k \cdot J + i_m^2 \cdot r_m + \\ + J_a^2 (R_a + R_H).$$

$i_m^2 \cdot r_m$ wird in der Nebenschlußwicklung in Wärme umgesetzt, $J_a^2 \cdot R_a$ im Anker und $J_a^2 \cdot R_H$ in

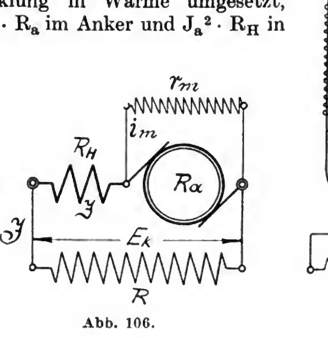


Abb. 106.

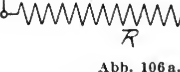


Abb. 106a.

der Hauptstromwicklung. Als Nutzleistung bleibt übrig $E_k \cdot J$, so daß der elektrische Wirkungsgrad

$$\eta_e = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + i_m^2 \cdot r_m + J_a^2 (R_a + R_H)} \text{ wird.}$$

Es läßt sich an der Gleichspannungsschaltung noch eine kleine Änderung vornehmen, wenn man nämlich den Nebenschluß nicht von den Klemmen abzweigt, wie dies in Abb. 103 geschehen ist, sondern direkt von den Bürsten (Abb. 106 und 106a). Dann geht nicht der Strom J_a durch die Serienwindungen, sondern nur der äußere etwas kleinere Strom J.

Naturgemäß muß dadurch die Wirkung der Serienwicklung etwas abgeschwächt werden. Man hat es in der Hand, bei einer fertigen Gleichspannungsmaschine den kompoundierenden Einfluß der Serienwicklung etwas zu erhöhen oder zu erniedrigen, je nachdem man den Nebenschluß zwischen die Klemmen oder zwischen die Bürsten legt. Die Gleichungen der Schaltung Abb. 106 sind etwas anders als die der Schaltung Abb. 103.

$$J_a = J + i_m.$$

Parallel geschaltet ist jetzt r_m und $(R + R_H)$, so daß der Kombinationswiderstand

$$\frac{r_m (R + R_H)}{r_m + R + R_H} \text{ ist.}$$

$$J_a = \frac{E}{R_a + \frac{r_m (R + R_H)}{r_m + R + R_H}}.$$

Die Bürstenspannung ist:

$$E_B = J_a \frac{r_m (R + R_H)}{r_m + R + R_H} = E - J_a \cdot R_a.$$

Der Erregerstrom

$$i_m = \frac{E_B}{r_m} = \frac{E - J_a \cdot R_a}{r_m}.$$

Die Klemmenspannung ist:

$$E_k = E_B - J \cdot R_H = E - J_a \cdot R_a - J \cdot R_H$$

$$E = E_k + (J_a \cdot R_a + J \cdot R_H).$$

Die Klemmenspannung ist nur an den Enden des äußeren Widerstandes R vorhanden, also

$$E_k = J \cdot R.$$

Die Gesamtleistung ist:

$$L = E_k \cdot J + i_m^2 \cdot r_m + J_a^2 \cdot R_a + J^2 \cdot R_H,$$

also der elektrische Wirkungsgrad:

$$\eta_e = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + i_m^2 \cdot r_m + J_a^2 \cdot R_a + J^2 \cdot R_H}.$$

Die Gleichspannungsmaschine ist am Platze in kleinen Beleuchtungsanlagen, bei welchen eine ständige Beaufsichtigung für die Betriebskosten zu sehr ins Gewicht fallen würde. Von dem Augenblicke ab, in welchem die Maschine die Grenze ihrer Erwärmung erreicht hat, kann man sie sich selbst überlassen. Solange die Maschine nicht warm ist, ändert sie ihre Spannung. Die Erwärmung einer Dynamo wird hervorgerufen durch die Joulesche Wärme, in welche die in der

Maschine verbrauchte elektrische Arbeit umgesetzt wird. Die Steigerung in der Erwärmung wird so lange bestehen, bis die Maschine gerade so viel Wärme an die Umgebnug ausstrahlt, als ihr von neuem zugeführt wird. Dieser Beharrungszustand wird dann eintreten, wenn die Differenz zwischen der Wärme der Maschine und derjenigen der Umgebung groß genug geworden ist. Je besser die Maschine ventiliert ist, desto niedriger liegt diese Grenze in der Temperaturdifferenz. Durch die Erwärmung werden die inneren Widerstände der Maschine vergrößert, was einen Spannungsabfall zur Folge hat. Hat man deshalb die Maschine im erwärmten Zustande genau kompoundiert, so wird die Maschine, wenn sie kalt läuft, etwas zu hohe Spannung geben. Man versieht daher auch die Gleichspannungsmaschine mit einem Regulierwiderstand im Nebenschluß und schaltet etwas Widerstand ein, solange die Maschine noch kalt ist. Sobald sich jedoch dieselbe etwas erwärmt, schaltet man diesen Widerstand allmählich aus, und erst wenn die Grenze der Erwärmung erreicht ist, kann man die Maschine sich selbst überlassen.

Außer bei kleinen Beleuchtungsanlagen findet die Kompoundmaschine auch noch in dem Falle in größeren Zentralen Verwendung, wenn der Wechsel in der Stromentnahme ein so rascher ist, daß die Regulierung der Spannung demselben nicht mehr folgen kann. Ein solcher Fall ist vorhanden in einer Zentrale, die den Strom für eine elektrische Straßenbahn oder überhaupt für elektrische Kraftübertragung liefert.

29. Die Verluste der Dynamomaschinen.

In einer Dynamomaschine wird mechanische Arbeit in elektrische Energie übergeführt. Theoretisch müßten aus einer der Riemscheibe zugeführten Pferdekraft 736 Watt erzeugt werden können. Dies ist jedoch praktisch nicht möglich, da ein Teil der zugeführten Arbeit in der Maschine selbst in Wärme umgesetzt wird, also verloren ist. Folgende Verluste treten in einer Dynamomaschine auf:

a) Verluste durch mechanische Reibung,
b) Verluste durch Wirbelströme } Eisenverluste im Anker,
c) Verluste durch Hysterese }
d) Verluste im Kupfer der Anker- und Magnetwicklung.

a) Reibungsverlust.

Die Gesamtreibung setzt sich zusammen aus der Lagerzapfenreibung, der Bürstenreibung und der Luftreibung. Der Arbeitsverlust durch die Lagerreibung hängt hauptsächlich ab von der Art des Lagers, von den Abmessungen, von dem Material, der Schmierung und

der Zapfenumfangsgeschwindigkeit. Für Kugellager ist dieser Verlust kleiner als für Gleitlager und für dieses am geringsten, wenn Ringschmierung angeordnet wird. Von der Belastung der Maschine selbst ist der Verlust, wie dies Versuche bestätigen, fast unabhängig. Der Arbeitsverlust durch die Bürstenreibung ist nur bei kleinen Maschinen von Bedeutung, bei großen Maschinen ist der Einfluß desselben auf den Wirkungsgrad nur gering. Ebenso ist die Luftreibung erst bei großen Maschinen mit künstlicher Ventilation von Bedeutung, sie erreicht nur bei Ankern mit Armen, bei welchen die Arme wie Ventilatorschaufeln wirken, einen nennenswerten Betrag. Für die Gesamtreibung rechnet man bei Maschinen mit kleinen Leistungen und größeren Tourenzahlen, etwa 2—6%, bei größeren und langsam laufenden Maschinen häufig weniger als 1% der Leistung.

b) Die Wirbelströme.

Da der Anker bei seiner Rotation genau so Kraftlinien schneidet, wie die auf seinen Umfang gewickelten Kupferdrähte, so müssen auch im Eisen des Ankers EMKe von derselben Richtung entstehen. Da die induzierten EMKe an den verschiedenen Stellen des Ankers ungleich ausfallen, so werden zwischen den einzelnen Punkten des Ankers Spannungen auftreten. Die letzteren erzeugen Ströme, die in ihrem Verlauf nicht verfolgt werden können und deshalb Wirbelströme genannt werden. Zur Erzeugung dieser Ströme muß natürlicherweise an der Riemenscheibe Arbeit geleistet werden, die durch die Wirbelströme im Anker nutzlos in Wärme umgesetzt wird. Die Wirbelströme bedeuten nicht nur einen Arbeitsverlust, sondern sie bringen auch eine starke Erwärmung des Ankers hervor. Um das Auftreten der Wirbelströme zu verhindern, schneidet man ihnen gewissermaßen den Weg ab, indem man den ganzen Anker aus dünnen Blechscheiben von ungefähr 0,5 *mm* Dicke herstellt und dieselben durch Papier voneinander isoliert. Werden die Ankerbleche abgedreht und die Nuten bei Nutenankern gefräst, so überzieht sich die Mantelfläche des Ankers durch den an den Blechen sich bildenden Grat gewissermaßen mit einem eisernen Netz, in welchem Wirbelströme in ganz bedeutendem Maße entstehen können. Auch in den Ankerbolzen, die die Bleche zusammenhalten, können, wenn sie im Bereich der Kraftlinien liegen, Wirbelströme auftreten. In diesen Bolzen treten außerdem, wenn sie nicht von den Endplatten isoliert sind, Wechselströme auf, die natürlich auch einen Arbeitsaufwand erfordern. Wirbelströme entstehen auch bei Nutenankern in den Ecken der Polschuhe, weil dort eine fortwährende Änderung in der Kraftliniendichte eintritt. Aus diesem Grunde macht sich an diesen Stellen eine Erwärmung besonders an der Ecke, wo der Anker austritt, bemerkbar. Um die Wirbelströme auch hier zu vermeiden, blättert man häufig die Pole oder wenigstens

die Polschuhe. Selbst in den aufgewickelten Ankerleitern können Wirbelströme auftreten. Das trifft zu für größere Stabquerschnitte, besonders, wenn diese in einem ungleichmäßigen magnetischen Feld rotieren. (Ein- und Austrittsstelle der Pole.) Zweckmäßig stellt man in solchen Fällen die Wicklung aus einer Reihe parallel geschalteter und gegenseitig isolierter Drähte oder Stäbe her.

c) Die Hysterese.

Das Eisen des Ankers wird bei der Rotation im Magnetfelde andauernd umpolarisiert, denn die Pole bleiben fest stehen, während der Anker rotiert. Ein und dieselbe Stelle des Ankers wird also bei einer zweipoligen Maschine während einer Umdrehung einmal nord- und einmal südmagnetisch. Der Molekulartheorie entsprechend müssen sich die im Eisen eingebettet gedachten Molekularmagnete bei einer halben Umdrehung um 180° um ihre eigenen Achsen gedreht haben. Dieser Drehung setzt das Eisen eine gewisse Reibung entgegen, zu deren Überwindung Arbeit aufgewendet werden muß.

Dieser Widerstand bildet bei einem Elektromagneten auch die Ursache, daß nach dem Ausschalten des Stromes, also nach dem Aufhören der magnetisierenden Kraft in dem Eisen der sogenannte remanente Magnetismus zurückbleibt. Soll dieser zum Verschwinden gebracht werden, so muß hierzu die magnetisierende Kraft in der entgegengesetzten Richtung wirken. Diese Erscheinung, daß der im Eisen induzierte Magnetismus hinter der magnetisierenden Kraft zurückbleibt, nennt man Hysterese. Je geringer dieselbe auftritt, je kleiner also auch der remanente Magnetismus ist, desto kleiner fällt auch der Hystereseverlust, d.i. der Arbeitsaufwand für die Ummagnetisierung des Eisens aus. Da der remanente Magnetismus für weiches Schmiedeeisen am kleinsten ist, so wird dieses als Material für die Ankerbleche verwendet.

d) Energieverluste in der Anker- und Magnetwicklung.

Diese Verluste sind bereits bei der Besprechung der Schaltungsarten erwähnt und rechnerisch verfolgt worden. Die Arbeit, die zur Überwindung der Widerstände der Wicklungen mehr an der Riemenscheibe geleistet werden muß, trägt weiter auch, da sie in Form von Wärme umgesetzt wird, zur Erwärmung der Maschine bei. Zu dem Energieverlust in der Ankerwicklung kommt noch der Energieverlust, der zwischen Kollektor und den Bürsten auftritt, hinzu. Infolge des größeren Übergangswiderstandes erleidet der Strom, wenn er von dem Kollektor nach den Bürsten übertritt, einen Spannungsverlust, der bei Kupferbürsten etwa 1 Volt und bei Kohlenbürsten 2 Volt und mehr betragen kann. Der Übergangswiderstand ist hauptsächlich von der Stromdichte, d. i. die Stromstärke pro Quadratzentimeter, ferner

von der Umfangsgeschwindigkeit und dem Druck, mit welchem die Bürsten aufliegen, abhängig. Diese Kollektorverluste sind besonders bei Maschinen für niedere Spannungen zu berücksichtigen, da sie bei solchen Maschinen einen erheblichen Prozentsatz der Gesamtleistung bilden. So z. B. kann der Verlust bei einer Maschine, die 5 Volt Klemmenspannung erzeugt, mehr als 20% der Nutzleistung betragen, wenn an den Bürsten ein Spannungsverlust von 1 Volt auftritt.

30. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen.

Das Verhältnis der an den Klemmen zur Verfügung stehenden elektrischen Leistung zu der ganzen im Anker erzeugten elektrischen Leistung, wurde der elektrische Wirkungsgrad oder das elektrische Güteverhältnis genannt. Dieses Verhältnis η_e ist bereits für die verschiedenen Schaltungsarten bestimmt.

Das Verhältnis der an den Klemmen zur Verfügung stehenden Leistung zu der an der Riemscheibe zugeführten Leistung ist der totale Wirkungsgrad. In ihm sind also sämtliche Verluste enthalten.

Mit dem elektrischen Wirkungsgrad kommt man bei den vollkommensten und größten Maschinen bis auf ca. 97%, mit dem totalen auf ca. 94%.

Im günstigsten Falle kann man demnach praktisch mit einer Pferdekraft 736 · 0,94 = 690 Watt an den Klemmen erzeugen. Der totale Wirkungsgrad hängt im allgemeinen zusammen mit der Größe der Maschine, er beträgt ungefähr im Durchschnitt bei voller Last:

Leistung der Maschine in PS	1000	500	100	50	20	10	5	3	1
Totaler Wirkungsgrad in %	94	93	92	91	90	88	84	81	75
Watt per Pferdekraft . .	690	685	680	670	665	645	620	595	550

Die Kenntnis des Wirkungsgrades ist erforderlich, wenn man die zum Betrieb einer Dynamo nötige mechanische Leistung berechnen will.

Beispiel 1. Eine Maschine, welche eine Klemmenspannung $E_k = 110$ Volt und einen maximalen Strom im äußeren Kreis J = 91 Ampere gibt, also eine Leistung von 110 · 91 = 10000 Watt, habe einen totalen Wirkungsgrad von 88%. Wie groß ist die Anzahl Pferdekräfte, welche zum Betrieb erforderlich ist?

Lösung: Mit einer Pferdekraft an der Riemscheibe kann man bei 88% Wirkungsgrad 736 · 0,88 = 645 Watt erzeugen.

Zur Erzeugung von 10000 Watt sind also

$$\frac{10000}{645} = 15,5 \text{ PS}$$

notwendig.

Beispiel 2. Eine Nebenschlußmaschine, welche eine Klemmenspannung $E_k = 110$ Volt und einen Strom im äußeren Kreis $J = 50$ Ampere, also 5500 Watt liefert, habe einen totalen Wirkungsgrad von 86% und ein elektrisches Güteverhältnis von 91%, und zwar soll der Verlust im Anker 4%, der in der Magnetwicklung 5% betragen. Es entfallen somit auf die unter a bis c aufgeführten Verluste noch 5%. Wie groß muß die EMK E und der Strom J_a des Ankers werden, ferner der Strom im Nebenschluß i_m, der Ankerwiderstand R_a und der Widerstand des Nebenschlusses r_m?

Lösung: Die Leistung der Maschine beträgt 5500 Watt. Im Nebenschluß werden 5% verbraucht, also

$$0{,}05 \cdot 5500 = 275 \text{ Watt.}$$

Nun ist

$$i_m^2 \cdot r_m = 275 \text{ oder } i_m = \frac{275}{i_m \cdot r_m},$$

$$i_m \cdot r_m = E_k = 110 \text{ Volt, also}$$

$$i_m = \frac{275}{110} = 2{,}5 \text{ Ampere.}$$

Der Nebenschlußwiderstand ist

$$r_m = \frac{E_k}{i_m} = \frac{110}{2{,}5} = 44 \text{ Ohm.}$$

Der Ankerstrom ist

$$J_a = J + i_m = 50 + 2{,}5 = 52{,}5 \text{ Ampere.}$$

Im Anker sollen 4% verloren gehen, also

$$0{,}04 \cdot 5500 = 220 \text{ Watt.}$$

Der Energieverbrauch im Anker ist aber $J_a^2 \cdot R_a$,

also

$$J_a^2 \cdot R_a = 220.$$

Der Spannungsverbrauch im Anker ist

$$J_a \cdot R_a = \frac{220}{J_a} = \frac{220}{52{,}5} = 4{,}2 \text{ Volt.}$$

$$E = E_k + J_a \cdot R_a = 110 + 4{,}2 = 114{,}2 \text{ Volt.}$$

Die Gleichung $J_a \cdot R_a = 4{,}2$ Volt ergibt den Ankerwiderstand

$$R_a = \frac{4{,}2}{J_a} = \frac{4{,}2}{52{,}5} = 0{,}08 \text{ Ohm.}$$

Der Gesamtreibungsverlust und der Eisenverlust sind von dem Belastungsstrom J praktisch unabhängig, beide sind innerhalb des

ganzen Verwendungsgebietes der Maschine konstant. Alle übrigen Verluste wachsen mit dem Belastungsstrom. Bei kleinen Belastungen überwiegen also die konstanten Verluste, bei sehr großen Belastungen dagegen die veränderlichen Verluste. Für ein und dieselbe Maschine steigt daher der Wirkungsgrad mit der Belastung zuerst rasch an, überschreitet einen Höchstwert und fällt bei großen Belastungen wieder ab. Unsere modernen, gut konstruierten Maschinen weisen bei voller Last den maximalen Wirkungsgrad auf. In den Grenzen

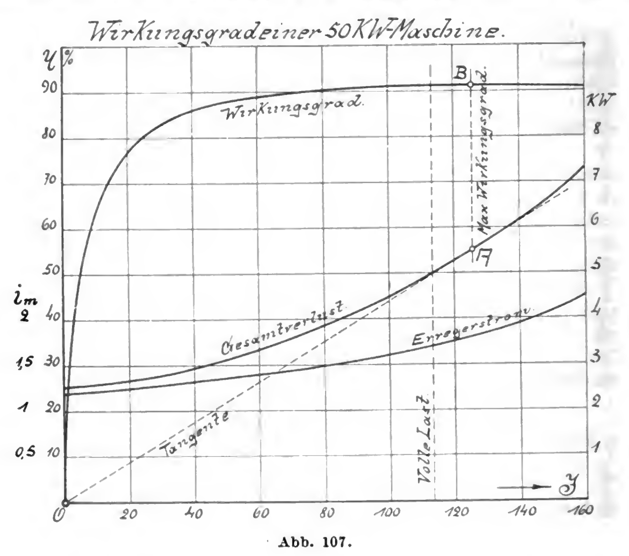


Abb. 107.

zwischen $^3/_4$ bis $^5/_4$ der vollen Last ist der Wirkungsgrad nur sehr wenig verschieden. Am besten trägt man in einem Diagramm den Belastungsstrom auf den horizontalen Schenkel, den Wirkungsgrad auf den vertikalen Schenkel auf. Auch die einzelnen und den Gesamtverlust kann man eintragen. Für eine bestimmte Maschine soll der Wirkungsgrad berechnet und aufgezeichnet werden.

Die normale Leistung einer Nebenschlußmaschine ist 50000 Watt, die Spannung 440 Volt, die Tourenzahl 800 pro Minute.

Ankerwiderstand $R_a = 0{,}15$ Ohm, der Erregerstrom i_m ist in Abb. 107 eingetragen. Im Leerlauf ist $i_m = 1{,}2$ Ampere, bei voller Last dagegen $i_m = 1{,}7$ Ampere. Der Eisenverlust infolge von Hyste-

rese und Wirbelströmen entspricht 1200 Watt, die Lagerreibung 440 Watt, die Bürstenreibung 380 Watt. Man führt die Rechnung für verschiedene Ströme J durch, am besten nach folgender Tabelle:

Äußerer Strom . . J =	20	40	60	80	100	120	140	160
Erregerstrom . . . i_m =	1,23	1,3	1,4	1,50	1,60	1,75	1,95	2,25
Ankerstrom $J_a = J + i_m$ =	21,23	41,3	61,4	81,5	101,6	121.75	141,95	162,25
$J_a^2 \cdot R_a$ =	68	256	565	995	1545	2220	3025	3950
$i_m \cdot E_k$ =	540	570	620	660	705	770	860	990
Bürstenverlust $J_a \cdot 2$ =	42	83	123	163	203	244	284	324
Eisenverlust . . . . . =	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
Gesamtreibung . . . . =	820	820	820	820	820	820	820	820
Gesamtverlust . . . . =	2670	2929	3328	3838	4473	5254	6189	7284
Nutzleistung . . $J \cdot E_k$ =	8800	17600	26400	35200	44000	52800	61600	70400
Gesamtleistung . . . L =	11470	20529	29728	39038	48473	58054	67789	77684
$\eta = \frac{J \cdot E_k}{L}$ =	0 767	0,857	0,888	0,902	0,907	0,91	0,909	0,906

In Abb. 107 ist zu den einzelnen Strömen der Wirkungsgrad η und der Gesamtverlust aufgetragen und die einzelnen Punkte zu Kurven verbunden. Sehr deutlich kommt das anfänglich rasche Ansteigen der Wirkungsgradskurve zum Ausdruck, ebenso ist zu sehen, daß von J = 80 Ampere ab η größer als 90% ist. Der maximale Wirkungsgrad ist 91% bei einem Strome J = 125,5. Der normale Laststrom ist

$$J_{norm} = \frac{50000}{440} = 113,5 \text{ Ampere.}$$

Den Punkt maximalen Wirkungsgrades findet man durch Ziehen einer Tangente an die Kurve des Gesamtverlustes aus dem Punkte O. In Abb. 107 ist A der Berührungspunkt der Tangente und B der Punkt maximalen Wirkungsgrades. Das Wachsen des Erregerstromes i_m mit dem Belastungsstrom J ist durch die Ankerrückwirkung und den Spannungsverlust im Anker bedingt.

VII. Abschnitt.

31. Die Wirkungsweise des Elektromotors.

Nach Abschnitt II, 10 besteht zwischen einem Magneten und einem vom Strom durchflossenen Leiter eine Wechselwirkung. Für diese wurde dort die Regel aufgestellt: Hält man die rechte Hand mit den Fingerspitzen in die Stromrichtung, mit der Handfläche nach dem Nordpol zu, so zeigt der ausgestreckte Daumen die Bewegungsrichtung

des Nordpols an, oder, wenn der Pol feststeht und der Stromleiter beweglich ist, so zeigt der kleine Finger die Bewegungsrichtung des Leiters an. Der letzte Teil dieser Regel läßt sich auf eine Dynamomaschine anwenden, wenn man Strom durch ihren Anker schickt. Abb. 108 illustriert diesen Fall.

Von einer Stromquelle aus wird durch die Bürste A ein Strom in die Wicklung geschickt, der sich in den beiden Wicklungshälften verzweigt und durch die Bürste B die Wicklung wieder verläßt. Wendet man die angeführte Regel an, so muß durch die Kraft, die zwischen jedem am äußeren Umfang des Ringes befindlichen Stromleiter und dem betreffenden Pol besteht, eine Bewegung des Ringes in der angegebenen Pfeilrichtung stattfinden. Die Kräfte, die auf die Umfangsdrähte wirken, unterstützen sich gegenseitig und setzen sich zu einer resultierenden Umfangskraft zusammen. Geht bei der Drehung ein Umfangsdraht aus dem Bereich des einen Pols in den Bereich des anderen Pols über, so wirkt nach dem Übergang die bewegende Kraft auf den betreffenden Umfangsdraht in dem gleichen Sinn weiter, da beim Übergang durch die Bürste der Strom in dem Umfangsdraht gewendet wird. Es kann demnach jede Dynamomaschine ohne weiteres als Motor laufen. Ein Unterschied in der Konstruktion besteht zwischen den Motoren und den Dynamomaschinen nicht.

Wenn also dem Anker eines Motors Strom zugeführt wird, so entwickelt der Anker durch die Wechselwirkung zwischen den Umfangsdrähten und dem Magnetfeld ein Drehmoment, welches mit der Stärke des Magnetfeldes und des Ankerstromes proportional wächst. Der Anker hat nun ein gewisses Lastmoment, welches an der Riemenscheibe wirkt, zu überwinden, wozu derselbe bei gegebener Stärke des Magnetfeldes einen ganz bestimmten Strom aufnehmen muß. Ändert sich das Lastmoment, so besitzt der Elektromotor die ausgezeichnete Eigenschaft, die Stromaufnahme von selbst zu regeln. Ohne fremde Hilfe entnimmt der Anker dem Netz nur so viel Strom, als er gerade braucht, um das neue Lastmoment zu überwinden. Die Stromaufnahme wird durch eine Spannung reguliert, die bei der Rotation des Ankers in dem Magnetfeld in den Umfangsdrähten induziert wird. Wenn nämlich der Anker sich dreht, so schneiden die Umfangsdrähte die Kraftlinien ebenso, wie bei einer Dynamomaschine. Durch das Schneiden der Kraftlinien wird in den Umfangsdrähten eine EMK induziert, dabei ist es gleichgültig, ob der Anker durch mechanischen Antrieb von außen oder durch die zwischen Ankerstrom und Magnetfeld auftretende Kraft in Bewegung gesetzt wird. Nach der Regel, Abschnitt II, 13: Hält man die rechte Handfläche den Kraftlinien entgegen, den Daumen in der Bewegungsrichtung, so zeigen die Fingerspitzen die Richtung der induzierten Spannung an, findet man, daß in Abb. 108 die induzierte EMK dem Strom in den Umfangsdrähten

entgegenwirkt. Deshalb bezeichnet man diese EMK als „elektromotorische Gegenkraft". Sowie der Anker sich in Bewegung setzt, fallen der Klemmenspannung zwei Aufgaben zu, sie hat die elektromotorische Gegenkraft zu überwinden und dann den Strom durch den Anker zu drücken. Als treibende Spannung steht dem Strom die Differenz zwischen der Klemmenspannung E_k und der

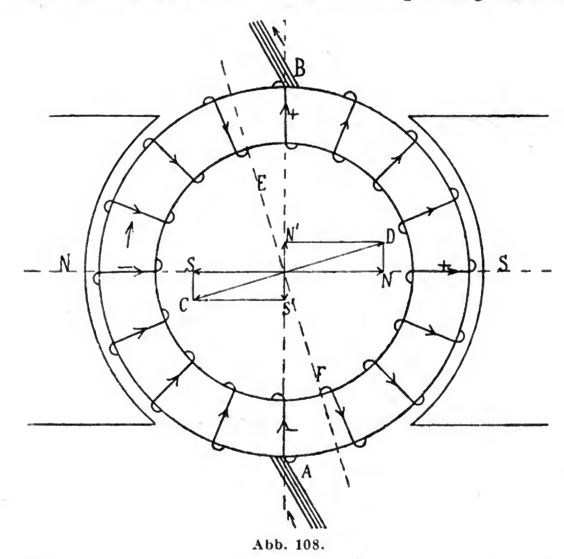


Abb. 108.

elektromotorischen Gegenkraft E zur Verfügung. Besitzt der Anker R_a Ohm Widerstand, so stellt sich nach dem Ohmschen Gesetz der Strom ein zu:

$$J = \frac{E_k - E}{R_a}.$$

Aus dieser Gleichung ist sofort zu erkennen, in welcher Weise die elektromotorische Gegenkraft E regulierend auf die Stromstärke einwirkt. Da die Klemmenspannung und der Ankerwiderstand konstant bleibt, so ist eine Änderung von J nur möglich, wenn E sich ändert. Soll der Anker dem größeren Lastmoment entsprechend mehr Strom aufnehmen, so ist dies nur möglich, wenn E kleiner wird, umgekehrt kann J nur dann abnehmen, wenn E zunimmt. Nimmt man zunächst bei dem Motor an, daß das Magnetfeld konstant ist, wie das für einen

Magnetmotor oder einen Motor mit Separaterregung zutrifft, so ist die induzierte Gegenspannung E nur von der Tourenzahl abhängig, und zwar ändert sich E proportional mit der Tourenzahl. Soll E, damit der Ankerstrom zunimmt, kleiner werden, so muß die Tourenzahl abnehmen. Dieses Verhalten trifft in Wirklichkeit zu, denn wird der Motor mehr belastet, so hat er das Bestreben, stehen zu bleiben, die Tourenzahl geht zurück. Sowie aber die Geschwindigkeit nachläßt, wird ebenfalls die induzierte elektromotorische Gegenkraft E kleiner. Nach der obigen Gleichung für die Stromaufnahme nimmt dann der Ankerstrom zu und mit diesem wächst das Drehmoment. Der Anker paßt sich somit von selbst auf Kosten der Tourenzahl dem neuen Lastmoment an. Wird der Motor entlastet, so wird in demselben Augenblick das Kraftmoment des Ankers größer als das Lastmoment sein, und die Differenz beider Momente wird den Anker beschleunigen, d. h. seine Tourenzahl erhöhen. Hiermit nimmt E zu und J dann ab. Das Drehmoment wird kleiner, und wenn es gleich dem Lastmoment geworden ist, läuft der Anker mit gleichmäßiger Geschwindigkeit weiter. Wie groß nun die Tourenänderungen bei Belastungsschwankungen ausfallen, darüber gibt die elektromotorische Gegenkraft Aufschluß. Ändert sich die Stärke des Magnetfeldes nicht, so sind, wie bereits erwähnt, die Gegenspannungen den Tourenzahlen proportional. Die Gegenspannung kann für jeden Ankerstrom aus dem Ohmschen Gesetz bestimmt werden zu:

$$E = E_k - J \cdot R_a.$$

Damit sich E mit dem Ankerstrom J nur wenig ändert, muß nach dieser Gleichung der Spannungsverlust $J \cdot R_a$ gegenüber E_k möglichst klein sein. Das ist der Fall, wenn der Ankerwiderstand R_a eine kleine Größe ist. Ist z. B. $R_a = 0{,}05$ Ohm und steigt J von 10 Ampere auf 100 Ampere, so ändert sich bei einer Klemmenspannung von 110 Volt die elektromotorische Gegenkraft von

$$E_1 = 110 - 10 \cdot 0{,}05 = 109{,}5 \text{ Volt auf}$$
$$E_2 = 110 - 100 \cdot 0{,}05 = 105 \text{ Volt.}$$

In dem Verhältnis 109,5 : 105 läßt in diesem Fall die Touernzahl nach. Würde der Ankerwiderstand 0,5 Ohm betragen, so würde die Tourenzahl in dem Verhältnis 105 : 60, also bedeutend stärker abfallen.

Es fragt sich, ist man in der Lage, die Tourenzahl auch bei Belastungsänderungen des Motors vollkommen konstant zu halten? Das läßt sich durch Veränderung der Stärke des Magnetfeldes erreichen, und zwar kommt man zu dem für den ersten Augenblick vielleicht etwas befremdenden Resultat, daß man zur Erhöhung der Tourenzahl das Feld schwächen und umgekehrt zum Herabdrücken

der Tourenzahl das Feld verstärken muß. Um sich das vorzustellen, muß man sich vergegenwärtigen, daß der Motor auch bei höherer Tourenzahl zur Überwindung desselben Drehmoments fast den gleichen Strom aufnehmen muß. Bei konstanter Klemmenspannung muß der Anker hierzu dieselbe Gegenspannung erzeugen, was aber bei schwächerem Feld nur durch größere Geschwindigkeit, also höhere Tourenzahl möglich ist. Der Vorgang bei der Tourenerhöhung gestaltet sich in der Weise, daß in demselben Schritt, wie das Magnetfeld geschwächt wird, die elektromotorische Gegenkraft E zurückgeht. Läßt E nach, so erhält der Anker mehr Strom, und zwar ist nach der Formel für die Stromaufnahme die Steigerung des Ankerstromes und damit auch die Steigerung des Drehmoments bedeutend größer wie die Abnahme von E. Die jetzt vorhandene Differenz zwischen Kraft- und Lastmoment bringt dann die Steigerung der Tourenzahl hervor. Da durch die Schwächung des Magnetfeldes auch das Drehmoment mit geschwächt wird, so muß der Anker, um bei erhöhter Tourenzahl das gleiche Drehmoment zu überwinden, etwas mehr Strom wie vorher aufnehmen.

Die mechanische Leistung des Motors ist durch das Drehmoment und die Tourenzahl gegeben. Nach den Regeln der Mechanik ist das Produkt aus dem Drehmoment und der Tourenzahl ein Maß für die Leistung. Um die Gleichung, nach welcher die Umsetzung erfolgt, zu finden, formt man die Gleichung für die Stromaufnahme um in

$$E_k = E + J \cdot R_a$$

und multipliziert beide Seiten mit J

$$J \cdot E_k = J \cdot E + J^2 \cdot R_a .$$

$J \cdot E_k$ stellt die Leistung dar, die der Anker aufnimmt. Von derselben wird nach der vorstehenden Gleichung ein Teil, nämlich $J^2 \cdot R_a$ in dem Ankerwiderstand R_a in Wärme umgesetzt, der Rest $J \cdot E$ bildet die mechanische Leistung des Motors. Vollständig steht diese an der Riemenscheibe nicht zur Verfügung, da ein kleiner Teil zur Überwindung der Reibungswiderstände der Maschine aufgewendet werden muß. Handelt es sich um einen Idealmotor, der gar keine Widerstände außer dem elektrischen Ankerwiderstand besitzt, so kann der ganze Betrag $J \cdot E$ als mechanische Leistung an der Riemenscheibe abgegeben werden. Wird von dem Motor eine andere Leistung verlangt, so ändert sich sowohl J als auch E, und zwar muß zu einer Steigerung der Leistung nach dem vorhergehenden E ab- und J zunehmen. Eine Zunahme der Leistung findet dabei nur dann statt, wenn die Zunahme des Ankerstromes J größer ist wie die Abnahme der elektromotorischen Gegenkraft E. Ist das Entgegengesetzte der Fall, daß also E rascher fällt wie J wächst, so ist eine weitere Steige-

rung der Leistung nicht möglich. Die Leistung des idealen Motors ist Null, wenn entweder $J = 0$ oder $E = 0$ ist. Das erstere ist im Leerlauf der Fall, wenn der Motor so rasch läuft, daß $E = E_k$ wird; das letztere trifft für den Stillstand zu, wenn das Drehmoment des Ankers das Lastmoment nicht überwinden kann. Um nun den Strom zu finden, für den die Leistung am größten wird, setzt man in die Beziehung für die Nutzleistung

$$L = J \cdot E$$

für J den Wert ein, der sich aus dem Ohmschen Gesetz für die Stromaufnahme ergibt, nämlich

$$J = \frac{E_k - E}{R_a}$$

also

$$L = \frac{(E_k - E)\,E}{R_a} = \frac{1}{R_a}\,(E_k \cdot E - E^2)\,. \tag{54}$$

Setzt man einmal beispielsweise den Ankerwiderstand $R_a = 1$ Ohm, $E_k = 100$ Volt und nimmt für E verschiedene Werte an, so erhält man folgende Tabelle und damit das Diagramm Abb. 108.

$E_k =$	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$E =$	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
$E_k \cdot E =$	10000	9000	8000	7000	6000	5000	4000	3000	2000	1000	0
$E^2 =$	10000	8100	6400	4900	3600	2500	1600	900	400	100	0
$L =$	0	900	1600	2100	2400	2500	2400	2100	1600	900	0

Die Leistung L nimmt also so lange zu, bis $E = 0{,}5\,E_k$ ist. Wird E noch kleiner, so nimmt L wieder ab. Das Maximum der Leistung ist erreicht, wenn die elektromotorische Gegenkraft gleich der halben Klemmenspannung ist. Nach obiger Gleichung für den Strom ist dann

$$J = \frac{E_k - 0{,}5\,E_k}{R_a} = \frac{E_k}{2\,R_a}\,. \tag{55}$$

Da $\frac{E_k}{R_a}$ der Strom ist, den der ruhende Anker aufnimmt, so gibt der Motor dann das Maximum der Leistung ab, wenn die Ankerstromstärke halb so groß ist als bei Stillstand des Motors. Bei weiterer Belastung nimmt mit dem Ankerstrom wohl das Drehmoment zu, die Leistung dagegen ab. Das rührt von der Abnahme der Tourenzahl her, die bei der maximalen Leistung bis auf die Hälfte zurückgegangen ist, sofern das Magnetfeld dieselbe Stärke noch besitzt. Wird das Drehmoment noch weiter gesteigert, so wird infolge der immer mehr abnehmenden Geschwindigkeit das Produkt Drehmoment mal Geschwindigkeit, d. i. die Leistung, kleiner.

Mit dem Maximum der Leistung fällt allerdings nicht auch das Maximum des Wirkungsgrades zusammen. Bei dem angenommenen idealen Motor wird von der zugeführten elektrischen Leistung $J \cdot E_k$ der Betrag $J \cdot E$ in mechanische Leistung umgesetzt. Der Wirkungsgrad ist alsdann

$$\eta = \frac{J \cdot E}{J \cdot E_k} = \frac{E}{E_k}.$$

Für die maximale Leistung ist $E = 0{,}5\ E_k$, also auch

$$\eta = \frac{0{,}5 \cdot E_k}{E_k} = 0{,}5.$$

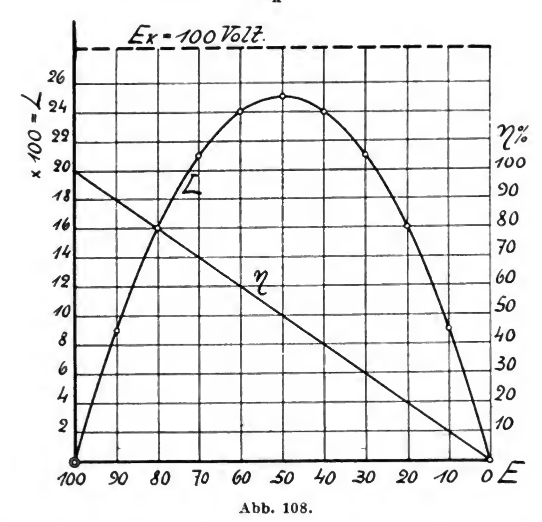


Abb. 108.

Man kann bei der höchsten Leistung im günstigsten Falle einen Wirkungsgrad von 50% erreichen. Ist der Motor weniger belastet, so ist E und somit auch der Wirkungsgrad η größer. Mit Rücksicht auf den geringen Wirkungsgrad und die Erwärmung, die der starke Ankerstrom veranlaßt, wird man niemals die maximale Leistung dem Motor entnehmen können. In der Regel sind die Motoren so gebaut, daß in der Ankerwicklung bei normaler Belastung etwa 2 — 10% verloren gehen. Da die elektromotorische Gegenkraft demnach fast 90—98% der Klemmenspannung beträgt, so liegt die maximale Leistung weit außerhalb des normalen Betriebes. Solche Motoren

können dann zeitweise überlastet werden, was als ein besonderer Vorteil des Elektromotors hervorzuheben ist.

Die angeführten Verhältnisse haben zunächst nur für einen idealen Motor Gültigkeit. In Wirklichkeit steht bei der Umsetzung an der Riemenscheibe von der Leistung J · E nur ein Teil zur Verfügung, da ein kleinerer Teil noch durch die Reibung (Lagerreibung, Bürstenreibung und Luftwiderstand), die Wirbelströme und Hysterese verloren geht. Durch die letzteren Verluste wird natürlich der Wirkungsgrad geringer. Der Wirkungsgrad, welcher nur die Verluste in den Wicklungen berücksichtigt, wird als der elektrische Wirkungsgrad bezeichnet und allgemein dargestellt durch das Verhältnis

$$\eta_e = \frac{J_a \cdot E}{J \cdot E_k}. \tag{56}$$

J_a ist der Ankerstrom und J der ganze dem Motor zufließende Strom.

Der wirtschaftliche oder totale Wirkungsgrad ist das Verhältnis der an der Riemenscheibe des Motors abgegebenen Leistung zu der dem Motor zugeführten elektrischen Leistung. Dieser Wirkungsgrad ist von der Größe des Motors abhängig und beträgt ungefähr

Leistung in PS . .	200	100	75	60	50	30	20	10	5	2	1
Wirkungsgrad in %	93	92	92	91	91	91	90	88	84	78	65
Leistungsaufnahme in Watt pro eff. PS	792	800	800	809	809	809	818	837	876	943	1132

Besitzt z. B. ein 20pferdiger Motor einen totalen Wirkungsgrad von 0,9, so braucht dieser für 1 PS $\frac{736}{0,9} = 818$ Watt, für 20 PS also

$$20 \cdot 818 = 16360 \text{ Watt.}$$

Bei 220 Volt Betriebsspannung muß der Motor

$$\frac{16360}{220} = 74,5 \text{ Ampere aufnehmen.}$$

Um die Überlastungsfähigkeit durch Zahlen zu zeigen, soll der Ankerwiderstand zu $R_a = 0,09$ Ohm und weiter angenommen werden, daß es sich um einen Magnetmotor handelt. Die elektromotorische Gegenkraft beträgt bei $J_a = J = 74,5$ Ampere

$$E = E_k - J_a \cdot R_a = 220 - 74,5 \cdot 0,09 = 213,3 \text{ Volt.}$$

Das Maximum leistet der Motor, wenn

$$E = 0,5\, E_k = 0,5 \cdot 220 = 110 \text{ Volt ist.}$$

Der Anker erhält bei dieser Gegenspannung

$$J_a = \frac{E_k - E}{R_a} = \frac{220 - 110}{0,09} = 1220 \text{ Ampere.}$$

Die elektrische Nutzleistung $J_a \cdot E$ ist hierzu

$$J_a \cdot E = \frac{1220 \cdot 110}{736} = \sim 182 \text{ PS.}$$

Bis zu dieser Leistung wird man den Motor niemals belasten können, weil die Ankerdrähte, die im Querschnitt für 74,5 Ampere bemessen sind, keinen Strom von 1220 Ampere vertragen können. Außerdem ist die Tourenzahl auf die Hälfte zurückgegangen und der totale Wirkungsgrad einschließlich aller Verluste kleiner als 50 %. Für 1 PS Nutzleistung sind dann mehr als 1472 Watt aufzuwenden. Eine zeitweise Überlastung bis zu 50 % ihrer Normalleistung, die im praktischen Betrieb eintreten kann, können die Motoren meistens vertragen. Dabei ändert sich der Wirkungsgrad nur um wenige Prozente.

32. Der Motor mit Serienschaltung.

Bei diesem Motor sind entsprechend der Dynamo mit Serienschaltung Anker und Magnetwicklung hintereinandergeschaltet. (Abb. 109.) Den Widerstand R_a der Ankerwicklung und den R_m der Magnetwicklung führt man möglichst klein aus, um einen günstigen Wirkungsgrad für den Motor zu erhalten. Nimmt man zunächst an, daß der Widerstand x in den Kreis nicht mit eingeschaltet ist, so erhält man im ersten Moment des Einschaltens einen Strom

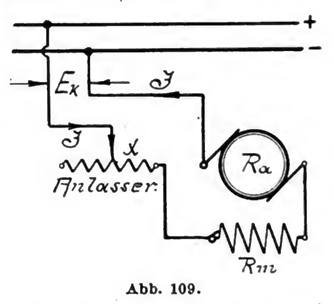


Abb. 109.

$$J = \frac{E_k}{R_a + R_m}.$$

Da $R_a + R_m$ sehr klein ist, wird der Anlaufstrom J sehr groß ausfallen. Nicht nur der Ankerstrom erreicht beim Einschalten das Maximum, sondern auch das Magnetfeld, da ja derselbe Strom auch die Magnetwicklung durchfließt. Das Drehmoment, welches der Anker entwickelt, wird außerordentlich kräftig ausfallen, da dasselbe nach dem vorhergehenden Abschnitt sowohl mit dem Ankerstrom als auch mit der Stärke des Magnetfeldes proportional wächst. Durch dieses

Drehmoment wird der Anker, auch wenn er voll belastet ist, sich sofort in Bewegung setzen. Sobald sich der Anker dreht, tritt die elektromotorische Gegenkraft auf, und der Strom ändert sich nach

$$J = \frac{E_k - E}{R_a + R_m}.$$

Mit dem Strom nimmt auch die Magnetfeldstärke ab, so daß das Drehmoment des Ankers aus zwei Gründen nachläßt. Das Anwachsen von E, d. h. die Beschleunigung des Ankers währt so lange, bis das Drehmoment des Ankers gleich dem Lastmoment ist.

Die Anker- und Magnetwicklung kann man nicht, wie oben angenommen, direkt an das Netz anschließen, da durch den geringen Widerstand der Wicklungen der Strom so groß wird, daß die Drähte in die Gefahr des Durchbrennens geraten. Um dies zu verhindern, schaltet man dem Anker einen sog. Anlaßwiderstand vor, der so bemessen ist, daß der Anlaufstrom eine gefährliche Höhe nicht annehmen kann. Der Anlaufstrom, der etwa um 50% größer sein kann als der normale Strom, wird dann beim Einschalten

$$J = \frac{E_k}{R_a + R_m + x}.$$

Fängt der Anker an sich zu drehen, so kann, da der Strom durch die elektromotorische Gegenkraft geschwächt wird, der Anlaßwiderstand x allmählich ausgeschaltet werden.

Formt man die Gleichung, nach welcher der Anker den Strom aufnimmt, um in

$$E_k = E + J\,(R_a + R_m)$$

und multipliziert beide Seiten mit J, so erhält man

$$J \cdot E_k = J \cdot E + J^2\,(R_a + R_m).$$

Diese Gleichung zeigt, daß von der zugeführten elektrischen Leistung $J \cdot E_k$ der Betrag $J^2 \cdot (R_a + R_m)$ in den Wicklungen in Wärme und der Betrag $J \cdot E$ in mechanische Arbeit umgesetzt wird. Die Nutzleistung an der Riemenscheibe ist noch um die Leistung, die die Reibung, die Wirbelströme und die Hysterese verzehren, kleiner als $J \cdot E$. Der elektrische Wirkungsgrad ist

$$\eta_e = \frac{J \cdot E}{J \cdot E_k} = \frac{E}{E_k} = \frac{E}{E + J\,(R_a + R_m)} = \frac{1}{1 + \frac{J}{E}\,(R_a + R_m)}. \quad (57)$$

Damit derselbe groß ausfällt, muß man der Anker- und Magnetwicklung möglichst kleinen Widerstand geben. Schaltet man den Anlaßwiderstand nur zum Teil aus, so daß also Widerstand vor-

geschaltet bleibt, so wird der elektrische Wirkungsgrad nach der Gleichung entsprechend kleiner, da im Nennner zu $(R_a + R_m)$ noch der vorgeschaltete Anlaßwiderstand hinzukommt.

Auch der Serienmotor reguliert bei Belastungsänderungen die Stromaufnahme von selbst, und zwar geschieht dies auf Kosten der Tourenzahl. Die Tourenänderungen, die bei Belastunsgschwankungen auftreten, sind aber bedeutend größer wie bei dem im vorigen Abschnitt betrachteten Motor, weil mit der Belastung sich auch die Stärke des Magnetfeldes ändert. Nimmt die Belastung des Serienmotors zu, so muß derselbe zur Überwindung des größeren Lastmoments dem Netz mehr Strom entnehmen. Dieser Strom verstärkt zugleich das Magnetfeld, was nach dem vorigen Abschnitt eine Abnahme der Tourenzahl zur Folge hat. Wird umgekehrt der Motor entlastet, so nimmt der Strom und die Magnetfeldstärke ab, während die Tourenzahl erheblich steigt. Im Leerlauf wird das Magnetfeld nur sehr schwach erregt sein, da der Motor verschwindend wenig Strom aufnimmt. Um in diesem schwachen Magnetfeld die elektromotorische Gegenkraft, die fast gleich der Klemmenspannung ist, zu erzeugen, muß der Anker sich auf eine sehr hohe Tourenzahl einlaufen, die seiner Konstruktion gefährlich werden kann. Deshalb dürfen Serienmotoren niemals vollkommen entlastet werden. Die Tourenzahl des Motors ist also proportional der elektromotorischen Gegenkraft E und umgekehrt proportional der Stärke des Magnetfeldes Φ

$$n = C_I \frac{E}{\Phi}.$$

C_I ist eine **konstante** Zahl, die abhängt von der Zahl der Ankerleiter z, der Polzahl des Motors 2 p und der Zahl parallel geschalteter Ankerabteilungen 2 p′. Es ist:

$$C_I = \frac{60 \cdot p'}{z \cdot p} \cdot 10^8.$$

Für einen 10 PS-Motor ist z. B. z = 486, 2 p = 4 und 2 p′ = 2, also

$$C_I = \frac{60 \cdot 1}{486 \cdot 2} \cdot 10^8 = \frac{10^8}{16{,}2} = 6{,}18 \cdot 10^6.$$

Man zeichnet nun in dem Diagramm Abb. 110 den Strom J auf dem horizontalen und E resp. Φ auf dem vertikalen Schenkel eines rechten Winkels auf. Dividiert man dann für irgendeinen beliebig gewählten Strom J das zugehörige E durch das zugehörige Φ und multipliziert mit C_I, so erhält man die Tourenzahl. Macht man dies für eine Anzahl Werte von J und verbindet die erhaltenen Punkte zu einer Kurve, so erhält man die „Tourencharakteristik“ des Motors, das ist die Abhängigkeit der Tourenzahl vom Belastungsstrom J. Da der Be-

lastungsstrom auch gleichzeitig der Strom durch die Magnetwicklung ist, so ist die Kurve für Φ die Magnetisierungslinie. Die Linie für E erhält man aus

$$E = E_k - J\,(R_a + R_m)$$

als eine abfallende Gerade.

In Abb. 110 sei noch $E_k = 220$ Volt, $R_a = 0{,}25$ Ohm, $R_m = 0{,}22$ Ohm.

$$(R_a + R_m) = 0{,}47 \text{ Ohm.}$$

Der normale Laststrom ist bei einem Wirkungsgrad von 85%

$$J = \frac{10 \cdot 736}{0{,}85 \cdot 220} \cong 40 \text{ Ampere}$$

$$J\,(R_a + R_m) = 0{,}47 \times 40 = 18{,}8 \text{ Volt}$$

$$E = 220 - 18{,}8 = 201{,}2 \text{ Volt.}$$

Zu J = 40 Ampere gehört aus der Magnetisierungslinie $\Phi = 2{,}08 \cdot 10^6$. Daher ist die Tourenzahl bei normaler Last:

$$n = 6{,}18 \cdot 10^6 \frac{201{,}2}{2{,}08 \cdot 10^6} = \frac{6{,}18 \cdot 201{,}2}{2{,}08} = 600 \text{ pro Minute.}$$

Aus Abb. 110 entnehmen wir bei 20 Ampere Stromaufnahme schon mehr als 1000 Touren, dagegen bei 60 Ampere rund 500. Bei 10 Ampere ist die Tourenzahl größer als 2000 und da die aufgenommenen Watt $= \frac{7360}{0{,}85} = 8660$ betragen, so ist der Gesamtverlust 8660—7360 = 1300 Watt, also der Leerlaufstrom kleiner als $\frac{1300}{220} \cong 6$ Ampere. Bei Leerlauf muß der Motor daher durchgehen.

Der Serienmotor kann demnach da nicht in Anwendung kommen, wo eine konstante Tourenzahl bei veränderlicher Belastung gefordert wird, wie das z. B. für den Antrieb von Transmissionen der Fall ist. Dagegen machen ihn seine Eigenschaften besonders für den Betrieb von Hebezeugen und Straßenbahnen brauchbar. Bei der Straßenbahn ist zum Anfahren ein großes Drehmoment erforderlich, da die Reibungswiderstände der Ruhe überwunden und die Massen beschleunigt werden müssen. Gerade im Augenblick des Anlaufes ist aber beim Serienmotor die Zugkraft besonders groß, und da zugleich auch das Magnetfeld am stärksten ist, so fährt der Wagen langsam an. Hierzu kommt in solchen Betrieben noch der Vorteil, daß der Motor seine Geschwindigkeit selbsttätig der Last anpaßt. Ist die Last gering, so läuft er rasch, und umgekehrt geht er langsamer, wenn die Last größer wird. Da die Geschwindigkeit abnimmt, wenn das Drehmoment größer wird, so wächst die Leistung, die der Motor aufnimmt, lang-

samer als das Drehmoment, was zur Folge hat, daß die Kraftmaschinen in der Zentrale gleichmäßiger belastet bleiben.

Häufig stellt man bei einem solchen Motor die Forderung, daß er bei demselben Lastmoment mit verschiedenen Geschwindigkeiten laufen soll. Die Geschwindigkeit des Serienmotors läßt sich nun auf dreierlei Art regulieren.

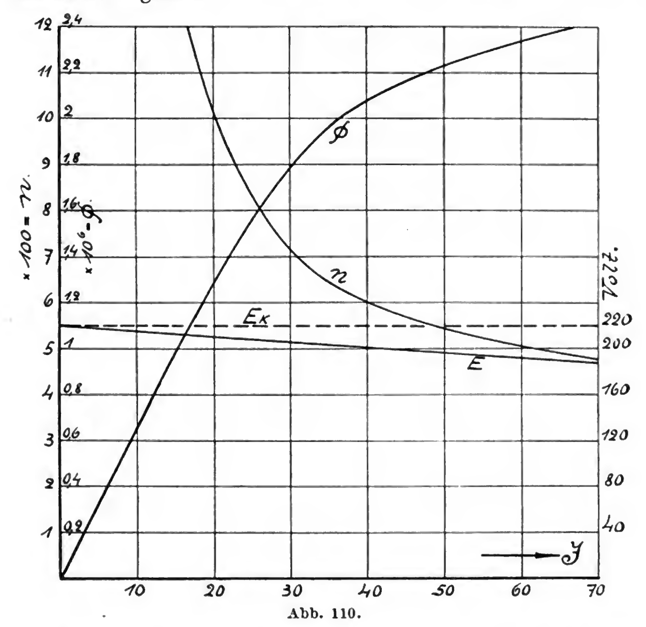


Abb. 110.

Am besten hat sich die Regulierung durch Vorschaltwiderstände bewährt. Schaltet man vor den Motor Widerstand, wozu der Anlaßwiderstand verwendet werden kann, so wird in demselben Augenblick durch den vergrößerten Widerstand der Strom und damit das Drehmoment kleiner. Da letzteres das Lastmoment nicht mehr überwinden kann, wird die Tourenzahl zurückgehen. Mit ihr fällt aber auch E und steigt J, was so lange währt, bis der Motor wieder den alten, dem verlangten Drehmoment entsprechenden Strom erhält. Bei gleichbleibendem Drehmoment braucht also bei dieser Regulierungsart der Motor gleich viel Strom, ob er schnell oder langsam geht. Der vorgeschaltete Widerstand muß natürlich so bemessen sein,

daß seine Drähte auch dauernd den Strom vertragen können. In diesem Widerstand wird ein nicht unbeträchtlicher Teil der elektrischen Leistung in Wärme umgesetzt, wodurch der elektrische Wirkungsgrad natürlich geringer wird. Dafür zeichnet sich aber diese Regulierungsart durch besondere Einfachheit aus. Um möglichst wenig Verluste zu bekommen, wird man bei normaler Tourenzahl den ganzen Anlaßwiderstand ausschalten. Soll nun die Tourenzahl noch über die normale gesteigert werden, so verwendet man dazu die zweite Regulierungsart, die in einer Schwächung des Magnetfeldes besteht.

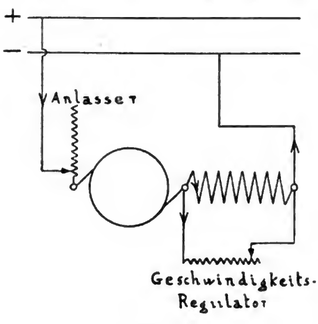


Abb. 111.

Der Magnetwicklung wird, wie Abb. 111 dies zeigt, ein regulierbarer Widerstand parallel geschaltet. Dadurch spaltet sich der Strom in zwei Teile, und durch die Magnetwicklung gelangt jetzt ein kleinerer Strom wie vorher. Das Magnetfeld wird dementsprechend schwächer und die Tourenzahl höher. Durch Ausschalten von Regulierwiderstand kann man die Geschwindigkeit steigern.

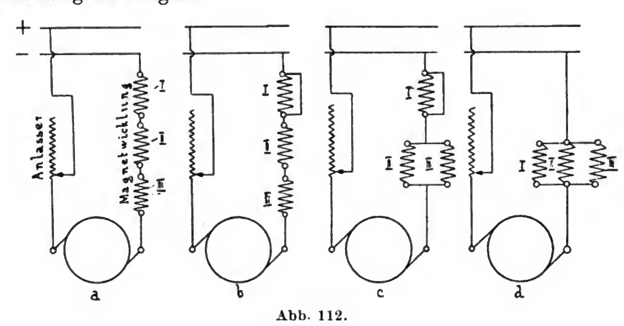


Abb. 112.

In der Absicht, die großen Wattverluste zu umgehen, hat man früher sehr häufig die Regulierung der Geschwindigkeit nach dem „Sprague System“ vorgenommen. Dieses System besteht darin, daß man die Magnetwicklung aus mehreren Teilen, gewöhnlich drei, zusammensetzt, und diese Teile zur Regulierung des Magnetfeldes

der Reihe nach von der Hintereinander- in Abstufungen bis zur Parallelschaltung schaltet.

In Abb. 112 sind vier Schaltstufen zur Regulierung der Geschwindigkeit dargestellt. In Stufe a sind alle drei Teile hintereinander geschaltet. Das Magnetfeld ist am stärksten und demnach das Drehmoment am größten und die Geschwindigkeit am kleinsten. In den Stufen b, c, und d wird durch Kurzschließen bzw. Parallelschalten der Spulen die erregende Amperewindungszahl immer mehr vermindert, und dadurch die Tourenzahl immer mehr gesteigert. Der letzten Stufe entspricht die größte Geschwindigkeit, da bei dieser Schaltung das Feld am schwächsten und durch die Parallelschaltung der drei Spulen auch der Widerstand im Motorstromkreis am kleinsten ist. Diese Art der Regulierung ist wohl ökonomischer wie die vorhergehenden Arten, sie hat aber den Nachteil, daß ein komplizierter Schaltapparat mit vielen Zuleitungen erforderlich ist, wodurch die Betriebssicherheit eine geringere wird.

33. Der Motor mit Nebenschlußschaltung.

Bei diesem Motor liegen die Magnete im Nebenschluß zum Anker (Abb. 113). Ist J der Strom, welcher dem Motor zufließt, so teilt sich derselbe in den Strom J_a im Anker und den Strom i_m in dem Magnetkreis.

$$J = J_a + i_m.$$

Bleibt die Klemmenspannung E_k konstant, so ist der Erregerstrom

$$i_m = \frac{E_k}{r_m}$$

bei gleichbleibendem Erregerwiderstand r_m ebenfalls konstant. Da das Magnetfeld die Stärke nicht ändert, so besitzt der Nebenschlußmotor hinsichtlich des Anlaufes und der Regulierung der Stromaufnahme bei Belastungsänderungen dasselbe Verhalten, wie der in Abschnitt VII, 31 besprochene Motor, bei dem ein konstantes Magnetfeld vorausgesetzt wurde.

Da der Anker nur geringen Widerstand besitzt, so darf derselbe beim Anlauf nur mit Hilfe eines Anlaßwiderstandes allmählich an die Netzspannung E_k angeschlossen werden. Dieser Anlaßwiderstand soll auch hier beim Einschalten ein zu starkes Anwachsen des Stromes verhindern. Setzt sich der Anker in Bewegung, so kann der Widerstand allmählich abgeschaltet werden, da jetzt die elektromotorische Gegenkraft die Stromaufnahme reguliert. Der Anlasser soll nur den Anker, nicht aber auch die Magnetwicklung schützen. Schaltet man den Anlasser vor den Anker und die Magnetwicklung, wie dies Abb. 114 zeigt, so wird beim Anlassen die Magnetwicklung fast gar keinen Strom

erhalten, da der größte Teil des Stromes durch den ruhenden, fast widerstandslosen Anker seinen Weg nimmt. Da das Magnetfeld nicht erregt ist, so wird ein Drehmoment nicht zustande kommen. Schaltet man, um den Anker in Bewegung zu setzen, den Widerstand aus, so wird der Erregerstrom trotzdem noch nicht stark genug werden, um das Magnetfeld zu erregen. Der Ankerstrom nimmt aber dabei eine Höhe an, die der Isolation der Drähte gefährlich werden kann.

Die Tourenzahl des Nebenschlußmotors ändert sich ebenfalls mit der Belastung, doch ist nach dem in Abschnitt VII, 31 darüber Erwähnten die Tourenänderung gering, wenn der Ankerwiderstand klein gemacht wird. Deshalb verwendet man den Nebenschlußmotor überall da, wo es auf konstante Tourenzahl ankommt, so z. B. zum Antrieb von Transmissionen. Bei Straßenbahnen und Hebezeugen steht

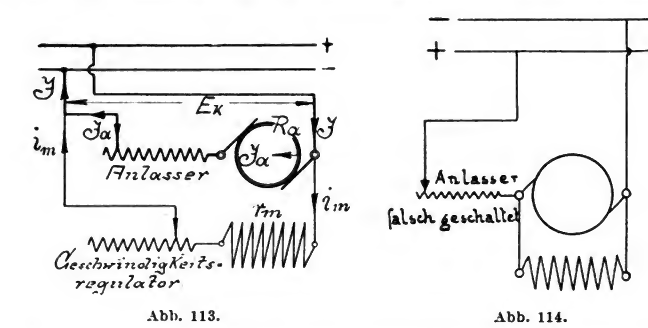


Abb. 113. Abb. 114.

der Nebenschlußmotor dem Serienmotor insofern nach, als er zum Erzeugen des gleichen Drehmoments bedeutend mehr Strom braucht wie der Serienmotor. Der Nebenschlußmotor hat das Bestreben, kleine und große Lasten fast mit derselben Geschwindigkeit zu überwinden, wodurch bei konstanter Spannung die Stromentnahme proportional dem Drehmoment erfolgt.

Treten Spannungsschwankungen im Netz auf, so beeinflussen diese die Tourenzahl nur wenig, weil diese Schwankungen auch das Magnetfeld verändern. Geht die Netzspannung herab, so würde bei konstantem Magnetfeld die Tourenzahl in dem gleichen Maße verringert. Da aber mit der Spannung auch die Erregerstromstärke kleiner, also das Magnetfeld schwächer wird, ist die Tourenabnahme geringer.

Soll die Tourenzahl reguliert werden, so geschieht dies durch Veränderung des Magnetfeldes. Hierzu ist, wie bei der Nebenschlußdynamo, ein Widerstand in die Magnetwicklung mit eingeschaltet

(Abb. 113). Um die Tourenzahl zu erhöhen, schaltet man der Magnetwicklung Widerstand vor, dadurch wird der Erregerstrom und durch diesen das Magnetfeld geschwächt.

Beim Anlassen des Motors ist darauf zu achten, daß durch den Nebenschlußregulator stets zuerst das Magnetfeld zu erregen, und dann erst durch den Anlasser dem Anker Strom zu geben ist. Wird beim Einschalten die Magnetwicklung vergessen, so kann dieser Fehler zweierlei zur Folge haben. Läuft der Motor leer, so kann das Drehmoment, welches durch den remanenten Magnetismus und den Ankerstrom erzeugt wird, den Anker in Bewegung setzen, der aber in dem schwachen Magnetfeld dann durchgeht. Läuft der Anker nicht an, so kann bei weiterem Ausschalten von Anlaßwiderstand durch den sich einstellenden starken Strom die Ankerwicklung gefährdet werden. Um solche Fehler auszuschließen, kombiniert man den Anlaß- und Regulierwiderstand so, daß man den Motor gar nicht anders einschalten kann, als daß man immer zuerst das Magnetfeld erregt und dann den Anlaßwiderstand vor den Anker schaltet. Eine solche Anlaßvorrichtung zeigt die Abb. 115.

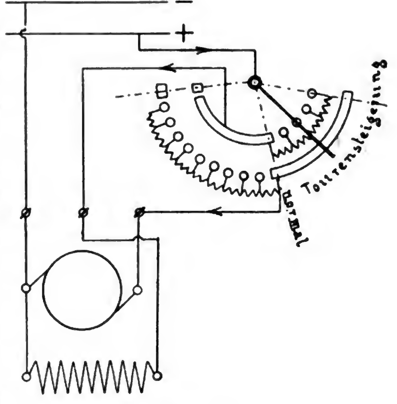


Abb. 115.

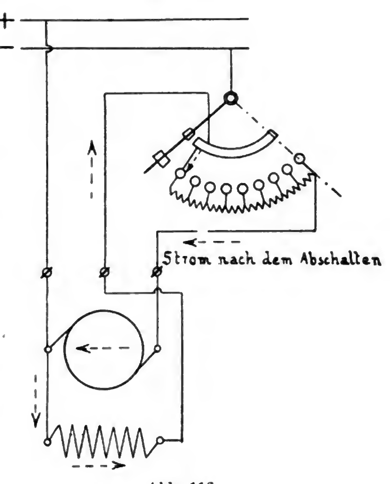


Abb. 116.

Beim Abschalten des Motors ist die Möglichkeit vorhanden, daß durch die Selbstinduktion, die beim Verschwinden des Stromes in der

Magnetwicklung auftritt, die Isolation dieser Wicklung durchgeschlagen wird. Um diese Gefahr zu verringern, empfiehlt es sich, den Strom in der Magnetwicklung durch Vorschalten von Widerstand erst abzuschwächen und das Ausschalten der Magnetwicklung allmählich vorzunehmen. Ein fast funkenfreies Ausschalten erreicht man, wenn man beim Ausschalten die Magnetwicklung vom Anker nicht trennt, so daß diese dauernd einen geschlossenen Kreis bilden. In Abb. 116

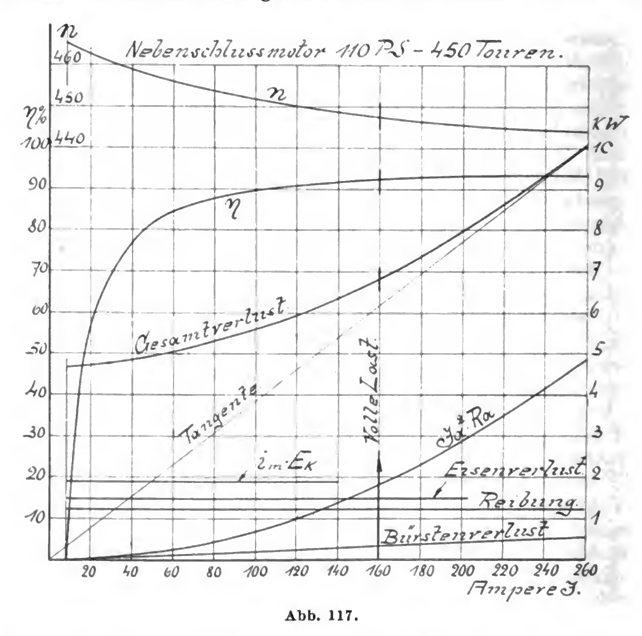


Abb. 117.

ist hierzu die Schleifschiene mit dem ersten Kontakt des Anlaßwiderstandes verbunden. Wird ausgeschaltet, so läuft im nächsten Augenblick der Motoranker infolge der lebendigen Kraft als Dynamoanker weiter, und die elektromotorische Gegenkraft bringt jetzt als stromerzeugende EMK einen Strom hervor, welcher im gleichen Sinn wie vorher durch die Magnetwicklung fließt. Dieser Strom nimmt dann mit der Tourenzahl des Ankers allmählich auf Null ab.

Was nun die Leistung anbetrifft, die der Motor umsetzt, so tritt gegen den Motor mit konstantem Magnetfeld dadurch ein Unterschied

auf, daß hier zur Erzeugung des Magnetfeldes dem Netz ein Strom entnommen wird.

Ist i_m dieser Strom, ferner J_a der Ankerstrom, so gilt:

$$J = J_a + i_m$$

$$J \cdot E_k = J_a \cdot E_k + i_m \cdot E_k$$

und wenn man noch einsetzt $E_k = E + J_a \cdot R_a$

$$J \cdot E_k = J_a \cdot E + J_a^2 \cdot R_a + i_m \cdot E_k.$$

$J_a \cdot E$ ist, abgesehen von den Reibungs- und Eisenverlusten, die Nutzleistung, während $J_a^2 \cdot R_a$ in der Ankerwicklung, $i_m \cdot E_k$ in der Magnetwicklung in Wärme umgesetzt wird. Bei dem Nebenschlußmotor ist außer den Reibungs- und Eisenverlusten auch noch $i_m \cdot E_k$ von der Belastung unabhängig. Die veränderlichen Verluste sind $J_a^2 \cdot R_a$ und der Übergangsverlust an den Bürsten. In Abb. 117 sind die charakteristischen Kurven eines Nebenschlußmotors gezeichnet. Die Spannung ist $E_k = 550$ Volt, der Strom bei voller Belastung 160 Amp., daher ist die Nutzleistung bei voller Belastung:

$$L_n = 550 \cdot 160 \cdot 0{,}92 = 81\,000 \text{ Watt}$$

oder $\frac{81\,000}{736} = 110$ PS. Die Tourenzahl für diese Leistung ist 447 pro Minute. Bei Leerlauf steigt sie auf 465 pro Minute.

34. Motor mit gemischter Schaltung.

Mit zunehmender Belastung geht der Nebenschlußmotor nach Abb. 117 etwas langsamer. Um ihn auf derselben Tourenzahl zu erhalten, muß das Magnetfeld abgeschwächt werden.

Dieses erreicht man durch eine Serienwicklung, welche jedoch der Nebenschlußwicklung gerade entgegen arbeitet und somit das Magnetfeld mit zunehmender Belastung abschwächt.

Beim Anlassen eines solchen Motors muß die Nebenschlußwicklung die Überhand haben, da sonst der Motor sich in der falschen Richtung dreht. Ist dies zu befürchten, so muß eine Umschaltvorrichtung vorhanden sein, welche es ermöglicht, beim Anlassen erst den Strom der Serienwicklung umzukehren, so lange, bis der normale Gang eingetreten ist. Sind starke Belastungsänderungen zu erwarten, so ist es nicht rätlich, einen Motor mit gemischter Schaltung zu verwenden, da bei plötzlicher starker Belastung unter Umständen die Serienwicklung die Oberhand gewinnt und der Motor seine Drehrichtung umkehrt.

Wie bei der Kompounddynamo wird auch bei dem Motor die Serienwicklung etwas reichlich bemessen und dann durch Parallelschalten eines regulierbaren Widerstandes die Stromstärke in der

Serienwicklung so eingestellt, daß die Tourenzahl bei voller Last gleich der im Leerlauf ist. Der Motor läuft dann bei allen in Frage kommenden Belastungen mit der gleichen Geschwindigkeit.

Um die Vorteile des Nebenschluß- und Hauptstrommotors zu vereinigen, werden die beiden Magnetwicklungen auch so angeordnet, daß sie sich in ihrer Wirkung auf das Magnetfeld unterstützen. Durch die Serienwicklung kann ein solcher Motor dasselbe Drehmoment schon bei einer kleineren Stromstärke entwickeln als ein reiner Nebenschlußmotor. Die Tourenschwankungen bei Belastungsänderung sind bei diesem Motor bedeutend geringer als bei einem Serienmotor, aber immerhin größer als bei einem Nebenschlußmotor. Gegenüber dem reinen Serienmotor besitzt dieser Kompoundmotor den Vorteil, daß er vollkommen entlastet, also leer laufen kann, ohne daß ein Durchgehen des Ankers auftritt, weil die Nebenschlußwicklung auch im Leerlauf ein ganz bestimmtes Magnetfeld aufrecht erhält.

35. Die Umsteuerung der Motoren und die Beziehungen zwischen Motor und Dynamo.

Wenn man bei irgendeinem der besprochenen Motoren die Zuleitungen zu den Klemmen des Motors vertauscht, so läuft er in der ursprünglichen Drehrichtung weiter. In Abb. 118 ist dieser Fall dargestellt. Die Bewegung der Ankerleiter erfolgt immer nach der Seite, wo die Kraftlinien der Leiter denen des Magnetfeldes entgegengesetzt sind, in Abb. 118a also entgegen dem Uhrzeigersinn. Werden die Zuleitungen zu den Motorklemmen vertauscht, so wird der Strom im Anker und in der Magnetwicklung umgekehrt, nach Abb. 118b dreht sich der Anker daher wieder entgegen dem Uhrzeigersinn. Um die Drehrichtung umzukehren, muß man entweder nur den Strom im Anker (Abb. 119) oder in der Magnetwicklung (Abb. 120) umkehren. Bei diesen beiden Abbildungen läuft der Motor im Uhrzeigersinn.

1. Serienmotor.

a) Die Stromrichtung im Motor wird umgekehrt: der Motor dreht sich in derselben Richtung weiter.

Nach Abb. 118b kann auf diese Weise keine Umsteuerung erzielt werden.

b) Die Stromrichtung wird nur in den Magneten oder nur im Anker umgekehrt oder die Wicklung andersgängig gemacht: der Motor dreht sich in entgegengesetzter Richtung.

Die Umsteuerung wird meistens durch Vertauschung der Zuleitung zu den Bürsten bewerkstelligt, seltener durch Vertauschung

der Zuleitung zu den Magneten. Der Wicklungsgang kann natürlich nur durch Neuwicklung geändert werden. Unter einer rechtsgängigen

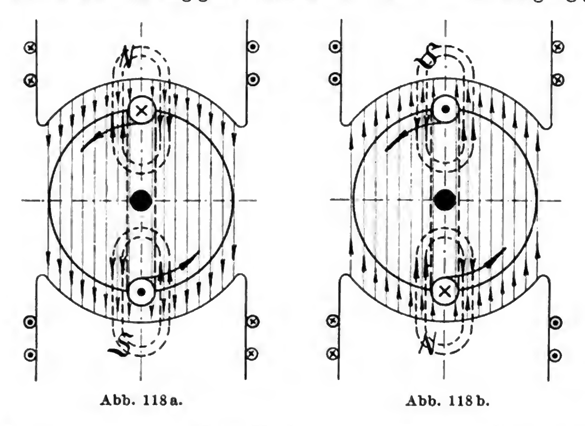


Abb. 118 a. Abb. 118 b.

Wicklung versteht man dasselbe, was man unter einer rechtsgängigen Schraube versteht. Die Ringwicklung Abb. 121 ist rechtsgängig, die der Abb. 122 linksgängig. Dasselbe gilt von der Trommelwicklung.

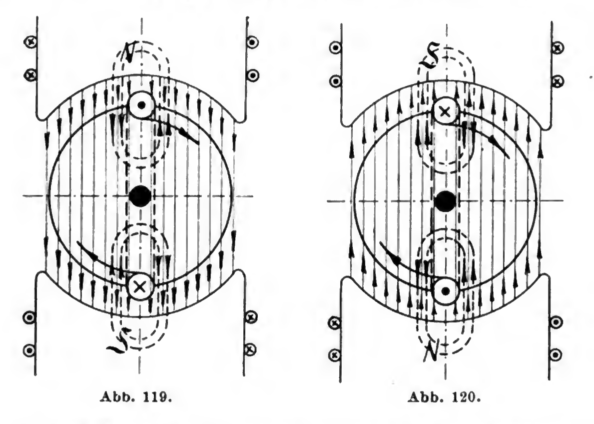


Abb. 119. Abb. 120.

c) Der Motor wird durch mechanischen Antrieb in seiner Drehrichtung gedreht: er liefert keinen Strom.

Infolge des remanenten Magnetismus wird zwar ein kleiner Induktionsstrom erzeugt (Abschnitt II, 13), derselbe fließt aber so durch die Magnetwicklung, daß die vorhandenen Pole umpolarisiert werden.

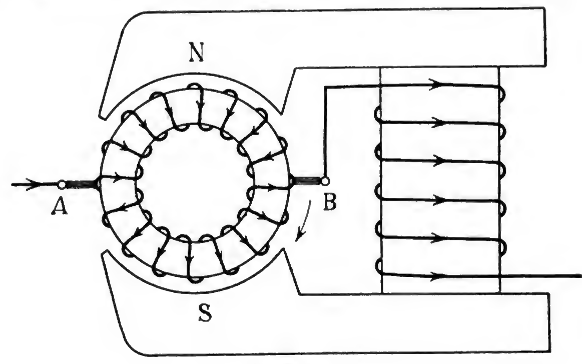


Abb. 121.

In dem Augenblick aber, in dem der vorhandene remanente Magnetismus vernichtet ist, um dem entgegengesetzten Platz zu machen, hört der Induktionsstrom überhaupt auf. Die Maschine kann sich also nur

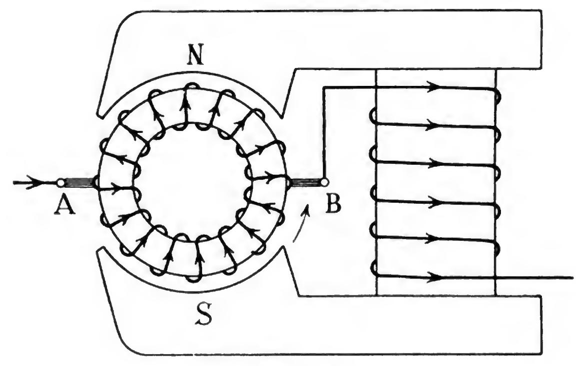


Abb. 122.

erregen, wenn die Zuleitung zu der Magnetwicklung vertauscht wird. Für die Inbetriebsetzung einer Dynamomaschine, bei der derselbe Fall eintreten kann, folgt daraus, daß man es, sofern sich dieselbe

nicht erregt, zunächst mit einer Vertauschung der Magnetzuleitungen versucht.

d) Der Motor wird durch mechanischen Antrieb seiner eigenen Drehrichtung entgegen angetrieben: er liefert Strom als Dynamo von derselben Richtung, welche der den Motor vorher antreibende Strom hatte.

e) Eine Dynamo mit Serienschaltung erhält von außen Strom zugeführt: sie dreht sich unter allen Umständen als Motor in entgegengesetzter Richtung.

Daraus folgt: Verwendet man eine Serienmaschine zum Laden einer Akkumulatorenbatterie, so würde sich im Falle eines Rückstromes die Drehrichtung der Maschine umkehren, d. h. Antriebsmaschine und Dynamo suchten sich entgegen zu arbeiten und die Magnete werden umpolarisiert.

2. Nebenschlußmotor.

a) Die Stromrichtung im Motor wird umgekehrt: der Motor dreht sich in derselben Richtung weiter.

Auch beim Nebenschlußmotor wird bei Umkehr der Stromzuführung die Stromrichtung in Anker und Magneten umgekehrt, so daß dieselbe Drehrichtung beibehalten wird (vgl. Abb. 118).

b) Die Stromrichtung wird nur in den Magneten oder nur im Anker umgekehrt oder die Wicklung wird andersgängig gemacht: der Motor kehrt seine Drehrichtung um.

c) Der Motor wird durch mechanischen Antrieb in seiner Drehrichtung bewegt: er liefert Strom, der dem vorher als Motor zugeführten entgegen ist.

d) Der Motor wird durch mechanischen Antrieb seiner eigenen Drehrichtung entgegen bewegt: er liefert keinen Strom.

Auch hier werden die remanenten Pole vernichtet, eine Stromlieferung kann nur eintreten bei Vertauschung der Zuleitungen zu den Magneten.

e) Eine Dynamo mit Nebenschlußschaltung erhält von außen Strom zugeführt: sie dreht sich unter allen Umständen als Motor in derselben Richtung wie bisher.

Hier wird also im Falle eines Rückstromes aus einer Akkumulatorenbatterie die Dynamo die Drehrichtung beibehalten und als Motor die Antriebmaschine unterstützen. Eine Umpolarisierung findet nicht statt. Die Nebenschlußmaschine ist daher geeigneter zur Ladung von Akkumulatoren als die Serienmaschine und auch als die Kompoundmaschine, bei welcher unter Umständen die Serienwicklung die Oberhand gewinnen kann.

3. Der Motor mit gemischter Schaltung.

Für denselben gelten die Gesetze der Serienschaltung, sobald die Serienwicklung die Oberhand bekommt, die der Nebenschlußschaltung, wenn letztere das Übergewicht hat.

36. Maschinen mit Wendepolen oder Hilfspolen.

Nach Abschnitt V, Kap. 23 besteht das resultierende Feld Φ_R einer stromdurchflossenen Maschine aus zwei Komponenten, nämlich Φ_1, herrührend von den Feldmagneten und Φ_2, hervorgerufen vom Ankerstrom. Die Kraftlinien des Feldes Φ_1 zeigt Abb. 83, diejenigen von Φ_2 Abb. 84 und das resultierende Feld Abb. 85. Die Zusammensetzung der drei Felder erfolgt nach Abb. 87. Hierin ist $\overline{OR} = \Phi_R$, $\overline{OA} = \Phi_1$ und $\overline{OB} = \Phi_2$. Φ_R steht senkrecht auf Φ_2, so daß die drei Felder in einem rechtwinkligen Dreieck (Abb. 123) dargestellt werden können. Beim Generator sind die Bürsten um den Winkel α im Sinne der Drehrichtung verschoben, beim Motor entgegen der Drehrichtung. Aus dem Dreieck $\overline{OAR}$ folgt das resultierende Feld

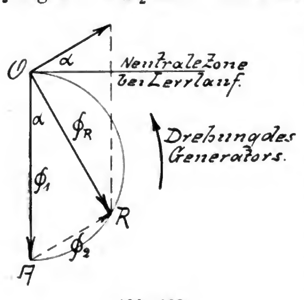


Abb. 123.

$$\Phi_R = \sqrt{\Phi_1^2 - \Phi_2^2}. \tag{58}$$

In diesem Felde dreht sich der Anker mit n Touren pro Minute. Besitzt der Anker z Leiter, so ist nach dem Induktionsgesetz die erzeugte EMK desto größer, je größer das Feld Φ_R, die Tourenzahl n und die Leiterzahl z.

$$E = C \cdot \Phi_R \cdot n \cdot z \text{ Volt}, \tag{59}$$

wobei C eine für jede Maschine konstante Zahl. Die Klemmenspannung ist

$$E_k = E - J \cdot R_a \tag{60}$$

wenn R_a der Widerstand im Ankerstromkreis.

$$E_k = C \cdot \Phi_R \cdot n \cdot z - J \cdot R_a. \tag{61}$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, daß die Klemmenspannung selbst für einen widerstandslosen Ankerstromkreis ($R_a = 0$) mit wachsender Belastung fallen muß, weil Φ_R mit der Belastung kleiner wird. Besitzt die Magnetwicklung w_m Windungen, so sind die Amperewindungen $w_m \cdot i_m$, wenn i_m der Feldstrom ist. Ist das Eisen der Maschine noch nicht stark gesättigt, so ist

$$\Phi_1 = C_1 \cdot w_m \cdot i_m \tag{62}$$

wobei C_1 eine Konstante. Die Ankeramperewindungen sind beim zweipoligen Anker $\frac{z}{2} \cdot \frac{J}{2}$ und

$$\Phi_2 = C_2 \cdot \frac{z}{4} \cdot J \tag{63}$$

$$\Phi_R = \sqrt{\left(C_1 \cdot w_m \cdot i_m\right)^2 - \left(\frac{C_2}{4} \cdot z \cdot J\right)^2} \tag{64}$$

Setzt man diesen Wert noch in die Gleichung 61 für E_k ein, so wird:

$$E_k = C \cdot n \cdot z \sqrt{\left(C_1 \cdot w_m \cdot i_m\right)^2 - \left(\frac{C_2}{4} \cdot z \cdot J\right)^2} - J \cdot R_a. \tag{65}$$

Den Ohmschen Spannungsabfall $J \cdot R_a$ kann man klein halten, wenn man nur R_a genügend klein macht. Da aber J auch noch unter der Wurzel mit negativem Vorzeichen steht, so fällt die Klemmenspannung doch noch beträchtlich bei Belastung, wenn der Anker eine große Leiterzahl z besitzt. Man kann Abhilfe schaffen, wenn die Amperewindungen $\frac{z}{4} \cdot J$ durch eine gleich große in entgegengesetzter Richtung wirkende Amperewindungszahl kompensiert werden. Neben den Hauptpolen erhält dann die Maschine noch Hilfs- oder Wendepole (Abb. 124). Anker und Wendepolwicklung sind hintereinander geschaltet, die Bürsten stehen in der neutralen Zone wie bei Leerlauf. Für eine solche „Wendepolmaschine" gilt also:

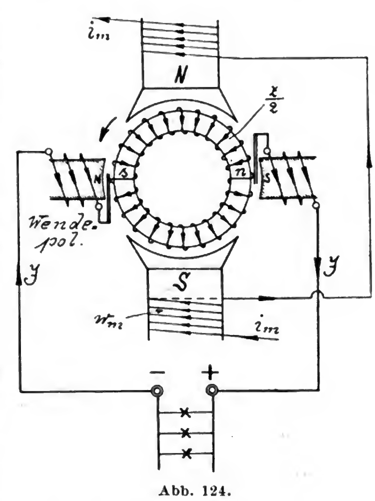


Abb. 124.

$$E_k = C \cdot n \cdot z \cdot C_1 \cdot w_m \cdot i_m - J \cdot R_a. \tag{66}$$

Bei konstanter Tourenzahl n und konstantem Erregerstrom i_m ist

$$E = C \cdot n \cdot z \cdot C_1 \cdot w_m \cdot i_m \text{ eine Konstante,}$$

also

$$E_k = E - J \cdot R_a \text{ eine Gerade.} \tag{67}$$

Die gesamte elektrische Leistung der Wendepolmaschine ist

$$L = E \cdot J = \text{Konstante} \times J. \tag{68}$$

Mit wachsendem Strome nimmt die Leistung proportional zu (Abb. 125). Für die Maschine ohne Wendepole ist

$$L = E \cdot J = C \cdot n \cdot z \cdot J \sqrt{\left(C_1 \cdot w_m \cdot i_m\right)^2 - \left(\frac{C_2}{4} \cdot z \cdot J\right)^2}. \tag{69}$$

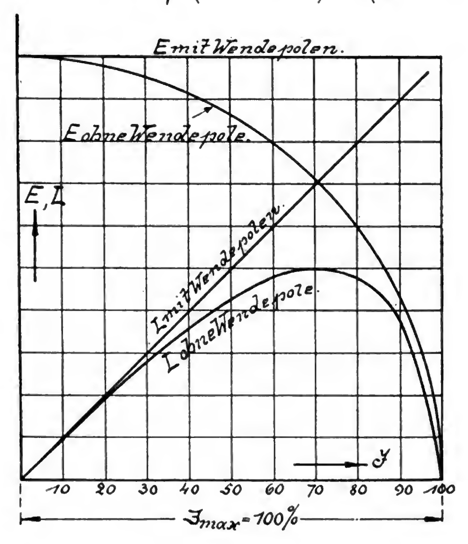


Abb. 125.

Im Leerlauf, d. h. für $J = 0$ ist auch hier $L = 0$, aber die Leistung wird wieder Null für $C_1 \cdot w_m \cdot i_m = \frac{C_2}{4} \cdot z \cdot J$, denn dann wird die Wurzel Null. Der zugehörige Strom ist ein Maximum, nämlich

$$J_{max} = \frac{4\, C_1 \cdot w_m \cdot i_m}{C_2 \cdot z}. \tag{70}$$

Zwischen diesen beiden Nullwerten liegt ein Maximum der Leistung, eine einfache Rechnung ergibt den zugehörigen Strom zu

$$J = \frac{J_{max}}{\sqrt{2}}.$$

In Abb. 125 sind die verschiedenen Größen eingetragen.

Bei Wendepolmaschinen sind also die Feldamperewindungen bei Belastung nur so groß wie im Leerlauf; es kann Kupfer auf den Feldmagneten gespart werden. Außerdem kann der Luftspalt kleiner sein als bei Maschinen ohne Wendepole, wodurch wiederum wesentlich an Feldkupfer gespart wird. Damit die Ankerrückwirkung ohne Wendepole nicht zu groß wird, müssen die Magnetamperewindungen groß sein gegenüber den Ankeramperewindungen. Dies wird erreicht durch einen genügend großen Luftspalt. Das auf den Feldmagneten ersparte Kupfer kommt auf die Wendepole, so daß die Wendepolmaschine nicht teurer wird als die Maschine ohne Wendepole.

Noch einen sehr wesentlichen Vorteil hat die Wendepolmaschine. Um einen funkenfreien Gang zu erhalten, war es notwendig, bei dem Generator die Bürsten so weit nach vorn zu schieben, daß sie in ein äußeres Feld kamen. Dadurch wurde die EMK der Selbstinduktion in den kurz geschlossenen Ankerwindungen unterdrückt und die Stromwendung erfolgte funkenlos. Um bei fester Bürstenstellung immer funkenfrei zu kommutieren, darf die EMK nur sehr kleine Werte erreichen, wodurch eine große Zahl Kommutatorlamellen bedingt ist. Die Amperezahl in einer Nut darf auch nur eine gewisse obere Grenze erreichen, weshalb der Anker viele Nuten erhalten muß. Bei Anwendung von Wendepolen fallen diese Beschränkungen weg. Die Wendepole erhalten so viel Amperewindungen, daß nach Kompensierung des Ankerfeldes noch ein so starkes Wendepolfeld übrig bleibt, um die EMK der Selbstinduktion zu unterdrücken. Diese EMK darf dabei den 4—6-fachen Wert derjenigen bei Maschinen ohne Wendepole erreichen. Rasch laufende Maschinen und solche für schwere Arbeitsbedingungen müssen mit Wendepolen ausgerüstet werden.

Zweiter Teil.

Die Berechnung der Gleichstrommaschinen.

VIII. Abschnitt.

37. Das absolute Maßsystem.

Um Größen messen zu können, müssen zuerst die Maßeinheiten der zu messenden Größen festgelegt werden. Man unterscheidet Grundeinheiten und abgeleitete Einheiten. Auf dem internationalen Kongreß in Paris wurden 1881 folgende drei Grundeinheiten offiziell angenommen:

Die Einheit der Länge ist das Zentimeter (*cm*),
Die Einheit der Masse ist das Gramm (*gr*),
Die Einheit der Zeit ist die Sekunde (*sec*).

Mit diesen dreien lassen sich alle übrigen Einheiten ausdrücken, man nennt dieses System das „absolute Maßsystem" oder das „*cm*, *gr*, *sec*"-System. Die abgeleiteten Maßeinheiten erhalten keine Namen, sondern werden durch die Symbole der Grundeinheiten angegeben. Eine Ausnahme macht die Einheit der Kraft, die „Dyn" heißt, und die Einheit der Arbeit, die „Erg" genannt wird. Es soll gleich nachdrücklich darauf hingewiesen werden, daß im „*cm*, *gr*, *sec*"-System unter Gramm immer eine Masse zu verstehen ist, nicht ein Gewicht oder eine Kraft, die Krafteinheit heißt ja ein „Dyn". Im technischen Maßsystem ist als Einheit der Kraft das *kg* festgelegt. Der tausendste Teil davon ist ein Gramm, also im technischen Maßsystem eine Kraft. Diese gleiche Bezeichnung für zwei verschiedene Dinge hat schon viel Verwirrung hervorgerufen. Will man aus dem „absoluten" in das „technische" Maßsystem umrechnen, so kann man also nur „Dyn" in „*kg*" oder „*gr*" verwandeln.

Die abgeleiteten Maßeinheiten werden als Funktionen der Masse [M], der Länge [L] und der Zeit [T] angegeben. Man nennt diese Funktionen die „Dimension" der betreffenden Größe. Die Dimension einer Fläche ist z. B. [L^2] und die *cm*, *gr*, *sec*-Einheit ist das

Quadratzentimeter [*cm*²]. Allgemein kann man die Dimension einer beliebigen Einheit angeben durch den Ausdruck

$$M^x \, L^y \, T^z$$

wobei x, y und z positiv und negativ, ganze oder gebrochene Zahlen, und auch Null sein können. Es ist also nicht nötig, daß alle drei Grundeinheiten vorkommen, häufig genügt eine oder zwei.

Wir wollen einmal eine Reihe mechanischer, magnetischer und elektrischer Begriffe mit Hilfe des absoluten Maßsystems definieren und ihre absoluten Einheiten feststellen:

1. Fläche. Wenn die Einheit der Länge das Zentimeter ist, so muß die Einheit der Fläche das Quadratzentimeter [cm^2] sein. Eine Fläche von 20 *cm* Länge und 10 *cm* Breite hat also im absoluten Maßsystem die Größe 200 [cm^2].

2. Raum. Die Raumeinheit ist ein Würfel, dessen Kanten gleich der Längeneinheit sind. Die absolute Einheit des Raumes ist also das Kubikzentimeter [cm^3]. Ein Würfel, dessen Kanten 5, 6, 2 *cm* lang sind, hat die Größe 60 [cm^3].

3. Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit c ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Die Einheit der Geschwindigkeit ist diejenige, bei welcher ein Körper in einer Sekunde einen Weg von 1 *cm* zurücklegt. Hat z. B. ein gleichförmig bewegter Körper in der Zeit t = 3 Sekunden einen Weg s = 120 *cm* zurückgelegt, so ist seine Geschwindigkeit oder der Weg in einer Sekunde:

$$c = \frac{s}{t} = \frac{120}{3} = 40 \left[\frac{cm}{sec}\right].$$

Hätten wir die Geschwindigkeit für diesen Fall im gewöhnlichen technischen Maßsystem, also im Meter-Kilogramm-Sekunden-System bestimmt, so wäre:

$$s = 1{,}2\,m,\ t = 3\,sec,\ c = \frac{s}{t} = \frac{1{,}2}{3} = 0{,}4 \left[\frac{m}{sec}\right].$$

Daraus folgt, daß die Zahl, welche die Geschwindigkeit im absoluten Maßsystem ausdrückt, 100mal größer ist, als die Zahl im technischen Maßsystem.

4. Beschleunigung. Unter Beschleunigung versteht man die Geschwindigkeitszunahme pro Sekunde. Die Geschwindigkeitszunahme hat natürlich die Dimension der Geschwindigkeit $[L \cdot T^{-1}]$; im absoluten Maßsystem $\left[\frac{cm}{sec}\right]$. Die Dimension der Beschleunigung ist daher

$$\left[\frac{\frac{cm}{sec}}{sec}\right] = \left[\frac{cm}{sec^2}\right] = [cm \cdot sec^{-2}].$$

Beträgt die Geschwindigkeitszunahme in einer Sekunde $1 \left[\frac{cm}{sec}\right]$, so erhält man die Einheit der Beschleunigung

$$1 \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

Auch hier werden in der Angabe der Dimension häufig Fehler gemacht, die Beschleunigung wird weder in $[cm]$ noch in $\left[\frac{cm}{sec}\right]$, sondern in $\left[\frac{cm}{sec^2}\right]$ gemessen. Den Rauminhalt eines Gefäßes gibt man ja auch nicht in $[cm]$ oder $[m]$ an, sondern in $[cm^3]$ oder $[m^3]$!

5. Kraft. Unter Kraft versteht man in der Mechanik das Produkt aus Masse mal Beschleunigung. Jede Masse ist träge. Soll eine ruhende Masse in Bewegung gebracht werden, so muß man sie beschleunigen. Man kann also auch sagen, die Kraft ist die Ursache einer Bewegung. Die Einheit der Kraft im absoluten Maßsystem wird diejenige sein, welche der Masse 1 *gr* eine Beschleunigung von $1 \frac{cm}{sec^2}$ erteilt, d. h. welche auf die Masse 1 *gr* wirkend, die Geschwindigkeit derselben um $1 \frac{cm}{sec}$ vergrößert. Diese Einheit nennt man „Dyn“ nach dem griechischen Wort *δύναμις* = Kraft.

Aus der Definition folgt:

$$\text{Dim [Kraft]} = \text{Dim [Masse]} \times \text{Dim [Beschleunigung]}$$

$$\text{Dim [Kraft]} = \left[gr \cdot \frac{cm}{sec^2}\right] \text{ oder } \left[\frac{cm \cdot gr}{sec^2}\right].$$

Jede Masse wird von der Erde mit einer Beschleunigung $g = 981 \left[\frac{cm}{sec^2}\right]$ angezogen, es wird also eine bestimmte Kraft, in Dyn gemessen, auf sie ausgeübt. Auf die Masse 1 kg = 1000 gr wirkt daher eine Kraft von $1000 \times 981 = 981\,000$ Dyn.

Da man im technischen Maßsystem mit 1 *kg* die Einheit der Kraft bezeichnet, so ist 1 kg = 981 000 Dyn.

Um im technischen Maßsystem eine Verwechslung von 1 *kg* als Masse und 1 *kg* als Kraft zu verhüten, versieht man die Kraft häufig mit einem Sternchen. Es wäre also zu schreiben:

$$1\ kg^* = 981\,000 \text{ Dyn}$$

$$1 \text{ Dyn} = \frac{1}{981\,000}\ kg^* = \frac{1}{981}\ gr^* = 1{,}02\ mgr^*.$$

6. Arbeit. Die Arbeit ist gleich Kraft mal Weg in Richtung der Kraft. Die Einheit der Arbeit ist diejenige, welche geleistet wird,

wenn die Kraft 1 Dyn den Weg 1 *cm* zurücklegt. Diese Einheit heißt „Erg" nach dem griechischen ἔργον = Arbeit.

$$\text{Dim. [Arbeit]} = \text{Dim. [Kraft]} \times \text{Dim. [Weg]}$$

$$\text{Dim. [Arbeit]} = \left[\frac{cm \cdot gr}{sec^2} \cdot cm\right] = \left[\frac{cm^2 \cdot gr}{sec^2}\right].$$

Im technischen System ist: Dim. [Arbeit] = [*mkg*].

Da 1 *kg** = 981000 Dyn
1 *m* = 100 *cm*, so ist
1 *mkg* = 981000 · 100 = 9,81 · 10^7 Erg.

Das Erg ist offenbar eine kleine Arbeitseinheit, bei seinem Gebrauch muß man mit großen Zahlenwerten rechnen. Man hat daher 10^7 Erg zu einer neuen Einheit 1 Joule zusammengefaßt. Es ist daher auch

$$1\ mkg = 9{,}81 \text{ Joule.}$$

7. Leistung oder Effekt. Unter Leistung oder Effekt versteht man die Arbeit pro Sekunde. Die Einheit des Effekts wird also dann vorhanden sein, wenn in einer Sekunde die Einheit der Arbeit, d. h. 1 Erg geleistet wird.

$$\text{Dim. [Leistung]} = \frac{\text{Dim. [Arbeit]}}{\text{Dim. [Zeit]}} = \left[\frac{cm^2\, gr}{sec^3}\right]$$

$$1\left[\frac{mkg}{sec}\right] = 9{,}81 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{Erg}}{sec}\right] = 9{,}81 \left[\frac{\text{Joule}}{sec}\right]$$

1 Joule pro Sekunde bezeichnet man als 1 Watt, daher ist auch

$$1\ mkg/sec = 9{,}81 \text{ Watt.}$$

Da 1 PS = 75 *mkg/sec*, ist auch

$$1 \text{ PS} = 75 \times 9{,}81 = 736 \text{ Watt.}$$

Beispiel. Wieviel Watt leistet eine Riemenscheibe, welche in der Minute n = 50 Umdrehungen macht und an deren Umfang eine Kraft von 10 *kg** angreift?

Riemenscheibenradius r = 20 *cm*.

Der Weg, welchen ein Punkt des Umfanges der Riemenscheibe zurücklegt, ist:

$$\frac{2\, r\, \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 0{,}2 \cdot \pi \cdot 50}{60} = 1{,}045\ m/sec.$$

Die Leistung ist:

$$10 \cdot 1{,}045 = 10{,}45\ mkg/sec.$$

$$1\ mkg/sec = 9{,}81 \text{ Watt}$$

$$10{,}45 \frac{mkg}{sec} = 10{,}45 \cdot 9{,}81 = 102 \text{ Watt.}$$

8. Mechanisches Wärmeäquivalent. Die Einheit der Wärme ist diejenige Wärmemenge, welche imstande ist, 1 *kg* Wasser in seiner Temperatur um 1° C zu erhöhen. Gleichwertig mit dieser Wärmemenge sind 427 *mkg*. Diese Zahl nennt man das mechanische Wärmeäquivalent.

$$1\ kg\text{-Kal.} = 427\ mkg = 427 \times 9{,}81 = 4190\ \text{Joule.}$$

$$1\ \text{Joule} = \frac{1}{4190} \cong 0{,}00024\ kg\text{-Kal.} \cong 0{,}24\ gr\text{-Kal.}$$

Soll eine Gleichung richtig sein, so müssen die Dimensionen auf beiden Seiten dieselben sein. Leider stimmt manchmal die gebräuchliche Bezeichnung nicht mit den Dimensionen überein. Unter lebendiger Kraft versteht man z. B. den Ausdruck

$$P = M\frac{v^2}{2},$$

worin M = Masse und v die Geschwindigkeit bedeutet.

Nach der Bezeichnung erwartet man, daß P eine Kraft sei, also müßte es im absoluten Maßsystem die Dimension $\frac{cm\ gr}{sec^2}$ haben. Setzen wir auf der rechten Seite die Dimensionen ein, so wird:

$$\text{Dim. } [P] = \left[gr\frac{cm^2}{sec^2}\right] = \left[\frac{cm^2\ gr}{sec^2}\right]$$

P ist also keine Kraft, sondern nach 6) eine Arbeit.

Im technischen Maßsystem darf man nicht die Dimension der Masse M mit *kg* einsetzen, denn hier ist ja das *kg* die Krafteinheit. Aus

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}$$

ist

$$\text{Dim. [Masse]} = \frac{\text{Dim. [Kraft]}}{\text{Dim. [Beschleunigung]}} = \left[\frac{kg}{\frac{m}{sec^2}}\right] = \left[\frac{kg\ sec^2}{m}\right].$$

Mit dieser Dimension wird

$$\text{Dim. } P = \left[\frac{kg\ sec^2}{m}\cdot\frac{m^2}{sec^2}\right] = \left[mkg\right].$$

Also auch hier ist P eine Arbeit.

9. Die magnetische Feldstärke. Unter einem Magneten versteht man einen Eisenstab, welcher die Eigenschaft besitzt, Eisen anzuziehen. Diese Anziehung ist besonders in zwei Punkten groß, den beiden Polen, welche nahe an den Enden des Stabes liegen, während in der Mitte, der sogenannten neutralen Zone, keine Anziehung vorhanden ist. Ein Magnetpol kann nie einzeln vorkommen, es ist jedoch

für die Betrachtungen von großer Erleichterung mit Einzelpolen zu rechnen. Man kann sich das so vorstellen, daß man einen unendlich langen Eisenstab zugrunde legt, an dessen Enden sich die Pole befinden, so daß der eine der beiden unendlich weit entfernt ist und mit seiner Wirkung nicht in Frage kommt. Befinden sich zwei solche Einzelpole, von welchen der eine den Nordmagnetismus m_1, der andere den Südmagnetismus m_2 besitzt, im Abstand r voneinander, so ist die Kraft, mit der die beiden Pole sich anziehen:

$$P = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Besitzen die beiden Pole die gleiche Menge Magnetismus oder die gleiche Polstärke, also $m_1 = m_2 = m$, so ist

$$P = \frac{m^2}{r^2}.$$

Setzt man in dieser Gleichung P = 1 Dyn und r = 1 *cm*, so ist hierdurch auch die Einheit der magnetischen Menge, d. i. die Polstärke Eins definiert.

Derjenige Magnetpol besitzt die magnetische Menge oder die Polstärke Eins, der auf einen gleich starken Pol im Abstand 1 *cm* die Kraft ein Dyn ausübt.

Ein Magnetpol von der Stärke m wirkt demnach auf den Einheitspol in der Entfernung 1 *cm* mit einer anziehenden oder abstoßenden Kraft von

$$m \text{ Dyn},$$

in der Entfernung 2 *cm* mit

$$\frac{m}{2^2} = \frac{m}{4} \text{ Dyn},$$

in der Entfernung 3 *cm* mit

$$\frac{m}{3^2} = \frac{m}{9} \text{ Dyn},$$

allgemein in der Entfernung r *cm* mit

$$\frac{m}{r^2} \text{ Dyn}.$$

In jedem Punkt des magnetischen Feldes übt also der Pol eine ganz bestimmte Kraft aus. Man nennt nun diese Kraft, welche auf den Einheitspol wirkt, die „Feldstärke“ an der betrachteten Stelle, und bezeichnet sie allgemein mit $\mathfrak{H}$. Es ist also

$$\mathfrak{H} = \frac{m}{r^2} \text{ Dyn}.$$

Die Dimension der Polstärke ergibt sich aus $P = \frac{m^2}{r^2}$ zu:

$$\text{Dim. [m]} = \text{Dim. [r]} \sqrt{\text{Dim. P}}$$

$$\text{Dim. [m]} = \left[cm \sqrt{\frac{cm \cdot gr}{sec^2}} \right] = \left[\frac{cm^{3/2}\, gr^{1/2}}{sec} \right].$$

Mit Hilfe von $\mathfrak{H} = \frac{m}{r^2}$ wird:

$$\text{Dim. } [\mathfrak{H}] = \left[\frac{cm^{3/2}\, gr^{1/2}}{sec \cdot cm^2} \right] = \left[\frac{gr^{1/2}}{cm^{1/2}\, sec} \right].$$

Aus den beiden Gleichungen $P = \frac{m^2}{r^2}$ und $\mathfrak{H} = \frac{m}{r_2}$ folgt

$$P = m \cdot \mathfrak{H}$$

also

$$\text{Dim. } [\mathfrak{H}] = \frac{\text{Dim. [P]}}{\text{Dim [m]}} = \left[\frac{cm\, gr \cdot sec}{sec^2 \cdot cm^{3/2}\, gr^{1/2}} \right] = \left[\frac{gr^{1/2}}{cm^{1/2}\, sec} \right]$$

wie oben.

Für die Polstärke $m = 1$ ist $P = \mathfrak{H}$, d. h.:

Unter der Feldstärke $\mathfrak{H}$ ist die Kraft in Dyn zu verstehen, welche auf den Einheitspol ausgeübt wird. **Dasjenige Feld besitzt die Einheit der Feldstärke, welches den Einheitspol mit einer Kraft von 1 Dyn anzieht oder abstößt.**

Wird z. B. in dem Feld eines Magnetpoles eine magnetische Menge, welche 20 absolute Einheiten besitzt, an einer bestimmten Stelle mit einer Kraft von 0,1 *kg**, d. s. 0,1 · 981000 = 98100 Dyn angezogen, so ist die Stärke des magnetischen Feldes an der betrachteten Stelle

$$H = \frac{P}{m} = \frac{98100}{20} = 4905 \text{ Dyn.}$$

Hervorzuheben ist besonders, daß das Magnetfeld nur in der betrachteten Entfernung vom Pol diese Stärke besitzt. Im doppelten Abstand vom Pol ist das Magnetfeld, da die Anziehung mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, viermal schwächer, also nur $\frac{4905}{4} = 1226$ Dyn stark.

Besitzt das Magnetfeld überall dieselbe Stärke, so bezeichnet man es als ein **homogenes** Magnetfeld. Ein solches Feld ist für praktische Zwecke das magnetische Feld des Erdmagnetismus, denn die beiden Pole sind soweit entfernt, daß man z. B. innerhalb eines Zimmers eine Ab- oder Zunahme der Stärke nicht wahrnehmen kann.

Nach den neueren Vorstellungen über die magnetischen Erscheinungen denkt man sich das magnetische Feld von Kraftlinien durch-

setzt (Abschnitt II, 9) und drückt zunächst durch die Richtung der Kraftlinien an jeder Stelle des Feldes die Richtung der daselbst wirkenden magnetischen Kraft aus. Man benutzt nun die Kraftlinie nicht nur zur Definition der Richtung der magnetischen Kraft, sondern man ist übereingekommen durch die Zahl der Kraftlinien an irgendeiner Stelle auch die Stärke des magnetischen Feldes an der betreffenden Stelle auszudrücken. Eigentlich ist die Zahl der Kraftlinien eines Magnetfeldes unendlich groß, da ja jedem Punkt im Feld eine Kraftlinie zukommt. Man faßt nun, um mit endlichen Größen zu rechnen, eine Anzahl Kraftlinien, die durch eine senkrecht zur Kraftlinienrichtung gelegte Fläche von 1 Quadratzentimeter hindurchtreten, zu resultierenden Kraftlinien zusammen. In der Praxis versteht man unter der Bezeichnung „Kraftlinien" diese resultierenden Kraftlinien. Nimmt man pro Quadratzentimeter ebensoviel Kraftlinien an, als die magnetische Kraft Dynen an der betreffenden Stelle besitzt, so ist durch diese Zahl direkt die Feldstärke angegeben. Statt also zu sagen, das Magnetfeld hat die Stärke $\mathfrak{H} = 5$ Dyn, kann man auch sagen, das Magnetfeld hat an der betrachteten Stelle 5 Kraftlinien pro Quadratzentimeter.

In derselben Weise, wie die Feldstärke sich mit der Entfernung von einem Magnetpol ändert, ändert sich auch die Kraftlinienzahl pro Quadratzentimeter; auch die Anzahl der Kraftlinien, die auf ein Quadratzentimeter Fläche kommt, nimmt mit dem Quadrat der Entfernung von dem Pol ab. Denkt man sich um einen Einzelpol, von welchem die Kraftlinien strahlenförmig ausgehen und sich gleichmäßig im Raum verteilen, Kugelflächen mit verschiedenen Radien beschrieben, so nimmt die Kraftlinienzahl pro Quadratzentimeter in demselben Maße ab, wie die Oberflächen der Kugeln wachsen. Da die Oberfläche sich mit dem Quadrat des Radius vergrößert, muß die Zahl der Kraftlinien, die auf 1 Quadratzentimeter kommt, sich mit dem Quadrat des Radius, d. i. das Quadrat der Entfernung vom Magnetpol, verkleinern. Nach dieser Übereinstimmung ist man also berechtigt, die Feldstärke an jeder Stelle durch die Zahl der Kraftlinien, die durch 1 Quadratzentimeter Fläche hindurchtreten, auszudrücken.

Ein Einheitspol muß, damit im Abstand 1 *cm* auf 1 Quadratzentimeter Kugeloberfläche 1 Kraftlinie kommt, 4 π Kraftlinien aussenden, da ja die Kugeloberfläche von 1 *cm* Radius $4 \cdot \pi\, cm^2$ beträgt. Von einem Pol, der m absolute Einheiten besitzt, geht dann ein Kraftlinienstrom von

$$\Phi = 4\,\pi \cdot \mathrm{m}$$

Kraftlinien aus.

$$\text{Dim. } [\Phi] = \text{Dim. } [\mathrm{m}] = \left[\frac{cm^{3/2}\, gr^{1/2}}{sec}\right].$$

Im Abstande r ist die Feldstärke:

$$\frac{m}{r^2}$$

und die Kraftlinienzahl, da die Kugeloberfläche $4\pi \cdot r^2\ cm^2$ besitzt, ebenfalls:

$$\frac{4\pi \cdot m}{4\pi \cdot r^2} = \frac{m}{r^2}.$$

Da $\mathfrak{H}$ die Zahl der Kraftlinien pro cm^2 bedeutet, so muß durch einen Querschnitt von Q cm^2 eine Gesamtkraftlinienmenge

$\Phi = \mathfrak{H} \cdot Q$ hindurchtreten.

Es muß also auch sein:

$$\text{Dim. } [\Phi] = \text{Dim. } [\mathfrak{H}] \times \text{Dim. } [Q] = \left[\frac{gr^{1/2}}{cm^{1/2}\,sec} \cdot cm^2\right] = \left[\frac{cm^{3/2}\,gr^{1/2}}{sec}\right]$$

wie oben.

10. Das magnetische Feld eines Stromleiters. Um jeden Leiter, durch den ein Strom fließt, entsteht ein magnetisches Feld, dessen Kraftlinien sich in konzentrischen Kreisen um den Leiter herum anordnen (Abschnitt II, 9, Abb. 19). Bringt man in dieses Feld einen Einzelpol, welcher den Magnetismus m besitzt, so wird derselbe mit einer Kraft abgelenkt, deren Größe von der Stromstärke, der Leiterlänge, der Entfernung des Poles von dem Leiter und von der Stärke des Magnetpoles abhängt. Bildet der Leiter einen Kreisbogen (Abb. 126) von der Länge l cm und dem Krümmungsradius r cm, in dessen Mittelpunkt sich der Einzelpol befindet, so wirkt auf den Einzelpol von der Stärke m, wenn durch den Leiter die Stromstärke J fließt, die Kraft

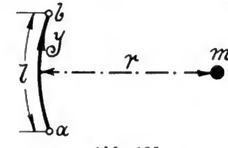


Abb. 126.

$$P = \frac{J \cdot l \cdot m}{r^2} = J \cdot l \cdot \mathfrak{H}.$$

$\mathfrak{H}$ ist dabei die Feldstärke, die von dem Magnetpol m an der Stelle, an der sich das Leiterstück befindet, erzeugt wird. In einem Feld mit der Stärke $\mathfrak{H}$ wirkt also auf den Leiter von der Länge l, der vom Strome J durchflossen ist, die Kraft P (Abschnitt II, 10). Ist das von m erzeugte Feld an allen Stellen des Leiters dasselbe, so kann der Stromleiter auch gerade sein. Mit obiger Gleichung kann man die Stromstärke in absolutem Maß definieren und die Dimension ableiten, da die Dimensionen von P, l und $\mathfrak{H}$ bekannt sind. Derjenige Strom, der im Leiter von der Länge l = 1 [cm] fließt und

in einem Feld von der Stärke $\mathfrak{H} = 1 \left[\frac{gr^{1/2}}{cm^{1/2} sec}\right]$ die Kraft $P = 1 \left[\frac{gr\,cm}{sec^2}\right]$ ausübt, hat die Stärke 1.

$$\text{Dim. } [J] = \frac{\text{Dim. } [P]}{\text{Dim. } [l] \times \text{Dim. } [\mathfrak{H}]} = \left[\frac{gr \cdot cm \cdot cm^{1/2} \cdot sec}{sec^2 \cdot cm \cdot gr^{1/2}}\right] = \left[\frac{gr^{1/2} cm^{1/2}}{sec}\right]$$

Obgleich die absolute Stromeinheit $1 \left[\frac{gr^{1/2}\, cm^{1/2}}{sec}\right]$ für praktische Zahlenrechnungen sehr gut brauchbar ist, hat man doch als praktische Einheit 1 Ampere den zehnten Teil der absoluten gewählt.

$$1 \text{ Ampere} = \frac{1}{10} \left[\frac{gr^{1/2}\, cm^{1/2}}{sec}\right]$$

1 absolute Stromeinheit = 10 Ampere.

In der Gleichung $P = \mathfrak{H} \cdot J \cdot l$ ist J in absoluten Einheiten einzusetzen, will man J in Ampere einsetzen, so muß man um P wieder in Dyn zu erhalten, die rechte Seite durch 10 dividieren.

$$P = \mathfrak{H} \cdot \frac{J_{(\text{Amp.})}}{10} \cdot l \text{ Dyn.}$$

Wenn z. B. bei einem Elektromotor die Stärke des Magnetfeldes $\mathfrak{H} = 5000$ ist und sich im Bereich des Magnetfeldes, also unter den Polflächen 200 Umfangsdrähte von je 20 *cm* Länge befinden, durch welche ein Strom von 30 Ampere fließt, so ist die Umfangskraft am Anker

$$P = \frac{1}{10} \cdot 30 \cdot 20 \cdot 200 \cdot 5000$$

$$= 60\,000\,000 \text{ Dyn oder}$$

$$P = \frac{60\,000\,000}{981\,000} = 61{,}2 \, kg.*$$

Hat der Anker D = 40 *cm* Durchmesser, so ist das Drehmoment $M_d = P \cdot \frac{D}{2} = 61{,}2 \cdot 0{,}2 = 12{,}24\ mkg$. Läuft der Anker augenblicklich mit 900 Touren, also mit einer Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2\pi \cdot 900}{60} = 94{,}2/sec,$$

so leistet er

$$N = M_d \cdot \omega = 12{,}24 \cdot 94{,}2 = 1152\ mkg/sec \text{ oder}$$

$$N = \frac{1152}{75} = \sim 15{,}4 \text{ PS.}$$

In Abb. 126 treffen die Kraftlinien des Magnetpoles m das Leiterstück a b an allen Stellen rechtwinklig. In Abb. 127 ist ein gerader Leiter von größerer Länge gezeichnet, dem der Pol m gegenübersteht. Auf das Stückchen a b treffen die Kraftlinien auch rechtwinklig, dagegen nicht mehr auf das gleichlange Leiterstück c d. Dagegen treffen die Kraftlinien rechtwinklig auf die Strecke $cd' = cd \cdot \cos\alpha$. Für die Strecke cd wird also die auf den Pol ausgeübte Kraft nur

$$P_1 = \frac{J \cdot l_1 \cdot m}{r_1^2} \cos\alpha \text{ Dyn betragen.}$$

Aus der Abb. ist $r_1 = \dfrac{r}{\cos\alpha}$ also

$$P_1 = \frac{J \cdot l_1 \cdot m \cdot \cos^3\alpha}{r^2} = \frac{J \cdot m}{r^2}(l_1 \cdot \cos^3\alpha).$$

Die gesamte Kraft zwischen dem Pol m und dem unendlich langen Leiter ergibt sich als Summe aller P_1. Bildet man $\sum_{\alpha=0}^{\alpha=180^\circ} (l_1 \cdot \cos^3\alpha)$, so erhält man als Resultat 2 r*). Damit wird

$$\Sigma(P_1) = P = \frac{J \cdot m}{r^2} \cdot 2r = \frac{2J}{r} \cdot m \text{ Dyn.}$$

Setzt man m = 1, wirkt also der Leiter auf den Einheitspol, so ist die Kraft P nun gleich der Feldstärke, also

$$\mathfrak{H} = \frac{2J}{r}.$$

---

*) Mit Hilfe von Abb. 127a wird:

$$dl \cdot \cos\alpha = r_1 \cdot d\alpha$$

$$r_1 = \frac{r}{\cos\alpha}$$

$$dl = \frac{r}{\cos^2\alpha} \cdot d\alpha.$$

Offenbar ist die Kraft zwischen m und A B genau so groß als zwischen m und A C. Wir integrieren daher von $\alpha = 0$ bis $\alpha = 90^\circ$ und nehmen das Resultat nachträglich doppelt. Statt l_1 in Abb. 127 ist dl in Abb. 127a gesetzt. Daher

$$\sum_{\alpha=0}^{\alpha=180} (l_1 \cdot \cos^3\alpha) = 2\int_{\alpha=0}^{\alpha=90} \frac{r \cdot d\alpha}{\cos^2\alpha} \cdot \cos^3\alpha = 2 \cdot r \int_0^{90} \cos\alpha \cdot d\alpha$$

$$= 2r \Big|_0^{90} \sin\alpha \Big| = 2r \cdot 1 = 2r.$$

Soll die Stromstärke J nicht in absoluten Einheiten, sondern in Ampere eingesetzt werden, so ist

$$\mathfrak{H} = 0{,}2 \frac{J}{r} \text{ [Abschnitt II, Gleichung (18)].}$$

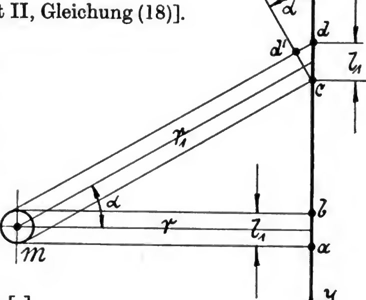


Abb. 127.

Auch diese Gleichung ist zur Definition der absoluten Einheit der Stromstärke zu benutzen. Setzt man J = 1 und r = 1, so wird $\mathfrak{H} = 2$. Derjenige Strom, der im Abstand 1 *cm* von einem ∞ langen Leiter die Feldstärke 2 erzeugt, ist die Einheit

$$\text{Dim. [J]} = \text{Dim. }[\mathfrak{H}] \times \text{Dim. [r]}$$

$$= \left[\frac{gr^{1/2}}{cm^{1/2}\,sec} \cdot cm\right] = \left[\frac{gr^{1/2}\,cm^{1/2}}{sec}\right]$$

wie vorher.

Die Feldstärke einer Spule von w Windungen ist nach Gleichung (20), Abschnitt II

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{w \cdot J}{l}$$

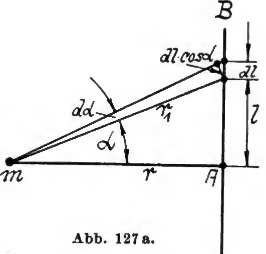


Abb. 127 a.

l = Länge der Kraftlinien in *cm*, J = Stromstärke in Ampere.

Diese Gleichung, die von großer Wichtigkeit für die Magnetberechnung einer Dynamomaschine ist, läßt erkennen, daß die Feldstärke direkt mit dem Produkt w · J, den Amperewindungen, zunimmt.

11. Dimension und absolute Einheit der EMK. Nach Gleichung (24), Abschnitt II, lautet das Induktionsgesetz

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot v.$$

Hieraus ist E = 1 für $\mathfrak{H} = 1 \left[\frac{gr^{1/2}}{cm^{1/2}\,sec}\right]$, l = 1 [*cm*] und v = 1 $\left[\frac{cm}{sec}\right]$.

Daher ist:

$$\text{Dim. [E]} = \left[\frac{gr^{1/2} \cdot cm^2}{cm^{1/2}\,sec^2}\right] = \left[\frac{gr^{1/2}\,cm^{3/2}}{sec^2}\right].$$

Diese Einheit ist sehr klein, daher faßt man $10^8 \left[\frac{gr^{1/2}\, cm^{3/2}}{sec^2}\right]$ zur praktischen Einheit 1 Volt zusammen.

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ absol. Einheiten.}$$

Nach Gleichung (26), Abschnitt II, ist auch:

$$\text{Dim. [E]} = \frac{\text{Dim. } [\Phi]}{\text{Dim. [t]}} = \left[\frac{cm^{3/2}\, gr^{1/2}}{sec^2}\right] \text{ wie oben.}$$

12. Dimension und Einheit des Widerstandes. Nach dem Ohmschen Gesetz ist:

$$R = \frac{E}{J}$$

also

$$\text{Dim. [R]} = \frac{\text{Dim. [E]}}{\text{Dim. [J]}} = \left[\frac{cm^{3/2} \cdot gr^{1/2} \cdot sec}{sec^2 \cdot gr^{1/2} \cdot cm^{1/2}}\right] = \left[\frac{cm}{sec}\right].$$

Der elektrische Widerstand hat also dieselbe Dimension wie die Geschwindigkeit. Die absolute Widerstandseinheit $1 \left[\frac{cm}{sec}\right]$ ist klein, die praktische Einheit ist

$$1 \text{ Ohm} = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Amp.}} = \frac{10^8}{10^{-1}} = 10^9 \text{ absol. Einheiten.}$$

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \left[\frac{cm}{sec}\right].$$

13. Dimension und Einheit der Elektrizitätsmenge. Nach Gleichung (1), Abschnitt I ist die Elektrizitätsmenge

$$Q = J \cdot t,$$

also $\text{Dim. [Q]} = \text{Dim. [J]} \times \text{Dim. [t]} = \left[\frac{gr^{1/2}\, cm^{1/2}}{sec} \cdot sec\right] = [gr^{1/2}\, cm^{1/2}]$.

Ist die Stromstärke J = 1 absol. Einheit, so fließt in der Zeit t = 1 *sec* die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge durch einen Querschnitt. Der zehnte Teil ist die praktische Einheit 1 Coulomb.

$$1 \text{ absol. Einheit} = 10 \text{ Coulomb.}$$

14. Dimension und Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten. Ändert sich in einem Leiter die Stromstärke, so erleidet das um den Leiter erzeugte Kraftlinienfeld ebenfalls eine Änderung. Das Verhältnis der Änderung des Kraftlinienfeldes zur Änderung der Stromstärke bezeichnet man als Selbstinduktionskoeffizient L. Es ist also

$$L = \frac{(\Phi_1 - \Phi_2)}{(J_1 - J_2)}.$$

Hieraus:

$$\text{Dim. [L]} = \frac{\text{Dim. }[\Phi]}{\text{Dim. [J]}} = \left[\frac{cm^{3/2} \cdot gr^{1/2} \cdot sec}{sec \cdot gr^{1/2} \cdot cm^{1/2}}\right] = [cm].$$

Die Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten im absoluten Maßsystem ist also 1 [*cm*]. Multipliziert man L mit der Winkelgeschwindigkeit ω, so erhält das Produkt die

$$\text{Dim. } [\mathrm{L} \cdot \omega] = \left[\frac{cm}{sec}\right],$$

also die Dimension eines elektrischen Widerstandes. Im praktischen Maßsystem wird daher (L · ω) in Ohm gemessen.

Da die absolute Einheit 1 [*cm*] sehr klein ist, faßt man 10^9 [*cm*] zur praktischen Einheit 1 Henry zusammen.

$$1 \text{ Henry} = 10^9 \, cm.$$

Da 10^9 *cm* = 10000 *km* sind, so bezeichnete man früher die praktische Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten als Erdquadrat. (Der Erdumfang ist annähernd 40000 *km*.)

15. Dimension und Einheit der Kapazität. Eine Leydener Flasche läßt sich mit Elektrizität laden. Beide metallische Belege werden dabei an die Klemmen einer Elektrizitätsquelle mit der EMK E angelegt. Ist die Flasche aufgeladen, so ist die Spannung zwischen den beiden Belegen entgegengesetzt gleich der EMK. Beim Laden ist desto mehr Elektrizität auf die Belegungen geströmt, je größer E und je größer das Fassungsvermögen oder die Kapazität C der Flasche ist. In Form einer Gleichung also

$$\mathrm{Q} = \mathrm{E} \cdot \mathrm{C},$$

d. h.

$$\text{Dim. [C]} = \frac{\text{Dim. [Q]}}{\text{Dim. [E]}} = \left[\frac{cm^{1/2} \cdot gr^{1/2} \cdot sec^2}{cm^{3/2} \cdot gr^{1/2}}\right] = \left[\frac{sec^2}{cm}\right].$$

Die Dimension der Kapazität ist der reziproke Wert der Dimension der Beschleunigung. Da die absolute Einheit der EMK E sehr klein ist, so wird die absolute Einheit der Kapazität sehr groß. Als praktische Einheit 1 Farad hat man den 10^9ten Teil gewählt.

$$1 \text{ Farad} = 10^{-9} \text{ absol. Einheiten} = \frac{1 \text{ Coulomb.}}{1 \text{ Volt}}.$$

Da 1 Farad selbst noch eine große Einheit ist, so gibt man die Kapazität gewöhnlich in Mikrofarad (MF) an.

$$1 \text{ Farad} = 10^6 \text{ MF}$$

$$1 \text{ MF} = \frac{1}{10^6} \text{ Farad.}$$

In allen praktischen Berechnungen ist natürlich die Kapazität in Farad einzusetzen.

38. Der einfach erregte magnetische Stromkreis.

In Abb. 26 (Abschnitt II, 11) sind die w Windungen einer ringförmig gewickelten Spule vom Strome J Ampere durchflossen. Abb. 128 zeigt noch einmal eine solche Spule, die auf einen Eisenkern von überall gleichem Querschnitt Q gewickelt ist. Der durch die Windungen fließende Strom ist mit i_m bezeichnet. Der durch den Querschnitt Q gehende Induktionsfluß ist nach Gleichung (21a), Abschnitt II, 11

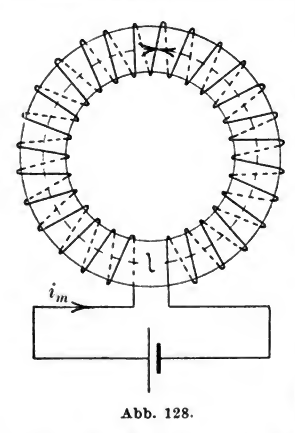


Abb. 128.

$$\Phi = \frac{\frac{4\pi}{10} \cdot w \cdot i_m}{\left(\frac{l}{\mu \cdot Q}\right)} = \frac{1{,}257 \cdot w \cdot i_m}{\frac{l}{\mu \cdot Q}}$$

l ist die mittlere Länge der Induktionslinien und μ die Permeabilität. Für l kann man mit genügender Genauigkeit die mittlere geometrische Länge einsetzen, besonders dann, wenn der Eisenweg durch eine Luftstrecke unterbrochen ist, was bei den Maschinen ja immer zutrifft. Die Dichte der Induktionslinien ist

$$\mathfrak{B} = \frac{\Phi}{Q} = \frac{\frac{4\pi}{10} \cdot w \cdot i_m}{l} \mu,$$

also bei konstantem μ umgekehrt proportional der Länge l. $\mathfrak{B}$ ist nicht gleichmäßig über den Querschnitt Q verteilt. An einem Beispiel soll der Unterschied zwischen mittlerer magnetischer Länge und mittlerer geometrischer Länge gezeigt werden. In Abb. 129 sei μ = konstant = 400, $\left(\frac{4\pi}{10} \cdot w \cdot i_m\right) = 7500$. Die mittlere geometrische Länge ist

$$l_m = 2\, r_m \cdot \pi = 2 \cdot 31{,}8 \cdot \pi = 200\ cm.$$

Die kleinste Länge $2\, r_i \cdot \pi = 2 \cdot 28{,}8 \cdot \pi = 181\ cm$,

die größte Länge $2\, r_a \cdot \pi = 2 \cdot 34{,}8 \cdot \pi = 219\ cm$.

$$\mathfrak{B}_i = \frac{7500 \cdot 400}{181} = 16600,$$

$$\mathfrak{B}_m = \frac{7500 \cdot 400}{200} = 15000,$$

$$\mathfrak{B}_a = \frac{7500 \cdot 400}{219} = 13700.$$

In Abb. 130 ist die Dichte $\mathfrak{B}$ an den einzelnen Stellen des Querschnitts AB aufgetragen.

Verwandelt man die Fläche $\overline{\text{CDF}}$ in ein flächengleiches Recht-

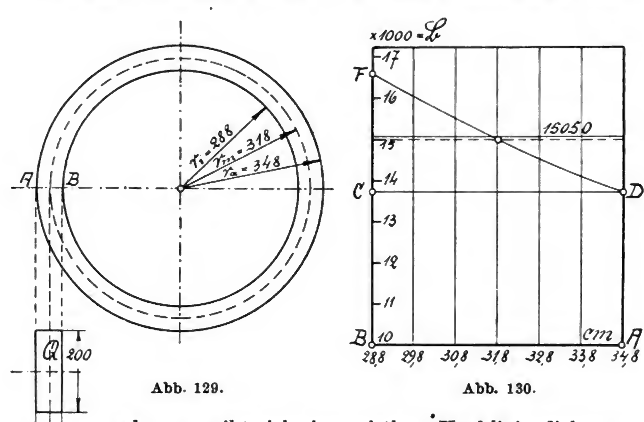


Abb. 129.

Abb. 130.

eck, so ergibt sich eine mittlere Kraftliniendichte von $15050 = \mathfrak{B}_m'$. Bezeichnet l_m' die mittlere magnetische Länge, so ist

$$l_m' = l_m \frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}_m'} = 200 \frac{15000}{15050} \cong 199 \; cm.$$

Wir können also mit gleichmäßiger Verteilung der Induktion und mit den geometrischen Längen rechnen.

Die Permeabilität $\mu = \dfrac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$ ist für die verschiedenen Eisensorten und für verschiedene Werte von $\mathfrak{B}$ verschieden (Abb. 18, Abschn. II, 9). Für die Berechnung von Maschinen ist es bequemer, statt μ abhängig von $\mathfrak{B}$, $0{,}8\,\mathfrak{H}$ abhängig von $\mathfrak{B}$ für die verschiedenen Eisensorten aufzutragen. Auf Tafel III sind diese Magnetisierungskurven gezeichnet für gutes Ankerblech, Stahl und Gußeisen. Auf dem hori-

zontalen Schenkel sind die Amperewindungen pro Zentimeter = 0,8 $\mathfrak{H}$ aufgetragen, auf dem vertikalen Schenkel die Induktionen $\mathfrak{B}$.

Die Windungszahl w braucht nicht gleichmäßig über den ganzen Ring verteilt zu sein, sondern kann auch auf einen Teil des Umfanges zusammengedrängt werden (Abb. 131).

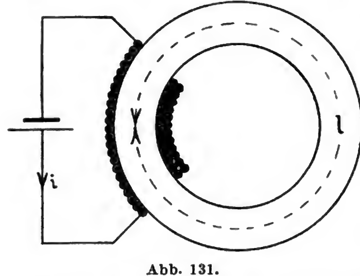


Abb. 131.

Beispiel. Ein Eisenring (Abb. 132) hat einen mittleren Durchmeser D = 50 *cm*. Der Eisenquerschnitt ist

$$Q = \frac{d^2 \pi}{4} = 315 \ qcm.$$

Wieviel Amperewindungen müssen auf den Ring, welcher aus Schmiedeeisen sein soll, gebracht werden, damit ein Induktionsfluß von $\Phi = 3150000$ entsteht? Die Dichte der Induktionslinien ist

$$\mathfrak{B} = \frac{\Phi}{Q} = \frac{3150000}{315} = 10000.$$

Dazu gehört aus Tafel III (Kurve für Ankerblech) 0,8 $\mathfrak{H}$ = 3,8 Amperewindungen pro Zentimeter.

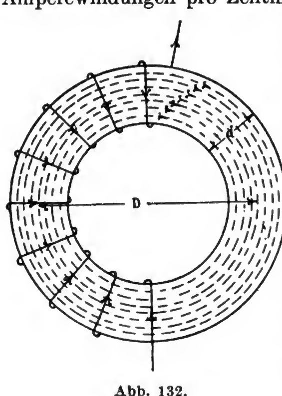


Abb. 132.

Die gesamte Länge der Kraftlinien ist $l = 50 \cdot \pi = 157$ *cm*, also sind erforderlich $3{,}8 \times 157 \cong 600$ Amperewindungen. Bei einem Erregerstrom $i_m = 5$ Ampere ist die Windungszahl

$$w = \frac{600}{5} = 120.$$

Das Ohmsche Gesetz für den magnetischen Stromkreis behält auch dann noch Gültigkeit, wenn der Kreis sich aus mehreren Teilen, die verschiedenen Querschnitt besitzen und aus verschiedenem Material bestehen, zusammensetzt. Genau wie bei dem elektrischen Widerstand ist dann der resultierende magnetische Widerstand des ganzen Kreises gleich der Summe der einzelnen Widerstände der verschiedenen Teile.

Bei den Dynamomaschinen und Elektromotoren setzt sich der magnetische Stromkreis aus drei Teilen zusammen, aus dem Magnet,

den beiden Luftstrecken und dem rotierenden Anker. Dieser Fall läßt sich aus dem angeführten einfachen Fall ableiten, wenn man z. B. dem Ring einen rechteckigen Querschnitt gibt und einen runden Teil herausschneidet, damit derselbe als Anker rotieren kann (Abb. 133). Die magnetischen Kraftlinien müssen zweimal einen kleinen Luftzwischenraum l_l durchsetzen. Entsprechend den drei Teilen wird sich der magnetische Widerstand aus drei Teilen zusammensetzen. Es ist der Widerstand des Magnets:

$$\frac{l_m}{\mu_m Q_m},$$

der Widerstand der beiden Luftzwischenräume:

$$2\frac{l_l}{\mu_l Q_l},$$

der Widerstand des Ankers:

$$\frac{l_a}{\mu_a Q_a},$$

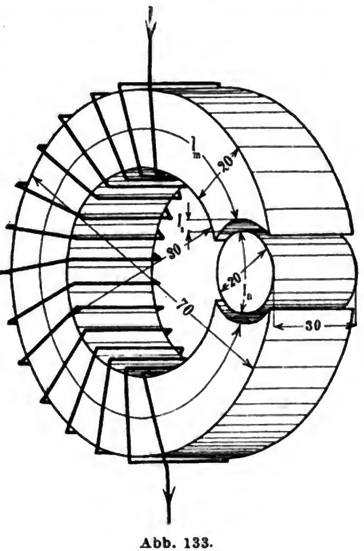


Abb. 133.

Die allgemeine Gleichung wird jetzt lauten:

$$\Phi = \frac{1{,}257\ w \cdot i_m}{\frac{l_m}{\mu_m Q_m} + 2\frac{l_l}{\mu_l Q_l} + \frac{l_a}{\mu_a Q_a}}.$$

Diese Gleichung kann man, um die Rechnung möglichst einfach zu gestalten, auf eine andere Form bringen. Wir multiplizieren die ganze Gleichung mit dem Nenner:

$$\Phi\frac{l_m}{\mu_m Q_m} + 2\Phi\frac{l_l}{\mu_l Q_l} + \Phi\frac{l_a}{\mu_a Q_a} = 1{,}257\ w \cdot i_m.$$

Der Gesamtstrom Φ geht durch den ganzen Kreis in gleicher Stärke hindurch. Wenn wir mit $\mathfrak{B}_m$ die Kraftlinienzahl pro Quadratzentimeter im Magnet bezeichnen, mit Q_m den Querschnitt, so ist

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\Phi}{Q_m}.\ \text{Entsprechend}\ \mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{Q_l}\ \text{und}\ \mathfrak{B}_a = \frac{\Phi}{Q_a}.$$

Damit wird:

$$\frac{\mathfrak{B}_m}{\mu_m} \cdot l_m + 2\frac{\mathfrak{B}_l}{\mu_l} \cdot l_l + \frac{\mathfrak{B}_a}{\mu_a} l_a = 1{,}257\ w \cdot i_m,$$

oder
$$0{,}8\ \mathfrak{H}_m \cdot l_m + 1{,}6\ \mathfrak{H}_l \cdot l_l + 0{,}8\ \mathfrak{H}_a \cdot l_a = w \cdot i_m.$$

Da für Luft $\mu_l = 1$ ist, so ist der Zahlenwert von $\mathfrak{B}_l = \mathfrak{H}_l$. Wir behalten in Zukunft das Zeichen $\mathfrak{B}_l$ bei. Setzt man noch

$0{,}8\ \mathfrak{H}_m = a\,w_m$ = Amperewindungen pro Zentimeter im Magneteisen,
$0{,}8\ \mathfrak{H}_a = a\,w_a$ = Amperewindungen pro Zentimeter im Ankereisen,

so wird:
$$w \cdot i_m = a\,w_m \cdot l_m + 1{,}6\ \mathfrak{B}_l \cdot l_l + a\,w_a \cdot l_a\,.$$

Kennt man die Induktionen in den einzelnen Teilen des magnetischen Kreises, so entnimmt man den Magnetisierungskurven (Tafel III) die dazugehörigen Amperewindungen pro Zentimeter und kann dann mit Hilfe der Längen die Gesamtamperewindungen nach obiger Gleichung berechnen. Besteht der magnetische Stromkreis aus fünf Teilen, so ist obige Formel entsprechend zu erweitern, z. B.:

$$w \cdot i_m = a\,w_m \cdot l_m + a\,w_j \cdot l_j + 1{,}6\ \mathfrak{B}_l \cdot l_l + a\,w_z \cdot l_z + a\,w_a \cdot l_a.$$

Beispiel. Der Ring in Abb. 133 besitze einen rechteckigen Querschnitt. Sein äußerer Durchmesser ist 70 *cm*, sein innerer 30 *cm*, also seine Breite $\frac{70-30}{2} = 20$ *cm*. Die Tiefe des Ringes sei 30 *cm*, so daß sein Querschnitt $20 \cdot 30 = 600$ *cm*² beträgt. Der Anker ist an der breitesten Stelle ebenfalls 20 *cm* und seine Tiefe 30 *cm*, also auch dessen Querschnitt ist 600 *cm*². $Q_m = 600$, $Q_a = 600$. Der Luftquerschnitt ist größer, wir werden sehen, daß die genaue Berechnung desselben sehr wesentlich ist. Für dieses einfache Beispiel sei angenommen, daß die Kraftlinien auf der ganzen einen Hälfte des Ankers durch die Luft in den Anker eintreten und auf der anderen Hälfte wieder heraus. Der Querschnitt des Luftzwischenraumes wäre demnach gleich dem halben Ankerumfang, multipliziert mit der Tiefe. Der halbe Ankerumfang ist $\frac{20\,\pi}{2}$, die Tiefe 30 *cm*, also

$$Q_l = \frac{20\,\pi}{2} \cdot 30 = 942\ cm^2.$$

Ferner ist:
$$l_a = 20\ cm,\ l_l = 1\ cm$$

angenommen und
$$l_m = 50\,\pi - 20 - 2 \cdot 1 = 135\ cm.$$

Der Kraftlinienstrom, welcher durch den Anker gehen soll, und welcher demnach auch im Luftzwischenraume und in dem Magnet

vorhanden sein muß, sei $\Phi = 3600000$. Dann ist die Kraftliniendichte im Anker

$$\mathfrak{B}_a = \frac{3600000}{600} = 6000,$$

im Magnet $\mathfrak{B}_m = 6000$

und im Luftzwischenraum

$$\mathfrak{B}_l = \frac{3600000}{942} = 3850.$$

Der Anker sei aus Schmiedeeisen. Aus der Kurve für Schmiedeeisen (Tafel III) findet man, daß bei einer magnetischen Induktion von $\mathfrak{B}_a = 6000$ für 1 *cm* Kraftlinienlänge 1,6 Amperewindungen erforderlich sind.

Der Magnet sei aus Gußeisen; um $\mathfrak{B}_m = 6000$ Kraftlinien durch 1 *cm* Länge dieses Materials zu treiben, sind nach Tafel III 30 Amperewindungen nötig.

Setzt man diese Werte ein, so wird:

$$w \cdot i_m = 30 \cdot 135 + 1{,}6 \cdot 3850 \cdot 1 + 1{,}6 \cdot 20 = 4050 + 6160 + 32 = 10242.$$

Mit einem Erregerstrom $i_m = 10$ Ampere wären also rund 1024 Windungen erforderlich.

39. Berechnung der EMK des Ankers einer Gleichstrommaschine.

Nach Gleichung (25), Abschnitt II, 13 lautet die Grundgleichung für die durch Induktion erzeugte EMK

$$E = \mathfrak{H} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Hierin ist $\mathfrak{H}$ die Feldstärke, l die wirksame im Feld befindliche Drahtlänge und v die Geschwindigkeit, mit der der Draht durch die Kraftlinien des Feldes schneidet.

Es bezeichne (Abb. 134):

D = Durchmesser des Ankers in Zentimetern.
L_i = axiale Ankerlänge, gemessen in Luftspaltmitte, in Zentimetern.
n = Umdrehungszahl des Ankers pro Minute.
2p = Polzahl.
2p′ = Zahl paralleler Ankerabteilungen.
Φ = Kraftlinienfluß pro Pol.
z = Gesamtleiterzahl des Ankers.

Da jeder Pol Φ Kraftlinien umfaßt, so ist der Gesamtkraftlinienfluß aller 2p Pole $2p \cdot \Phi$. Für diese Kraftlinien steht ein Quer-

schnitt, zur Verfügung von $D \cdot \pi \cdot L_i$ cm^2, daher ist die mittlere Dichte:

$$\mathfrak{H} = \frac{2\,p\,\Phi}{D\,\pi \cdot L_i}.$$

Die Gesamtlänge der z Leiter ist $z \cdot L_i$ cm, hintereinander geschaltet, d. h. für die Erzeugung der EMK wirksam, sind nur $\frac{z \cdot L_i}{2p'} = l$ cm. Die Geschwindigkeit beträgt

$$v = \frac{D\,\pi \cdot n}{60}\left[\frac{cm}{sec}\right].$$

Setzt man diese drei Werte in die Grundgleichung ein, so wird:

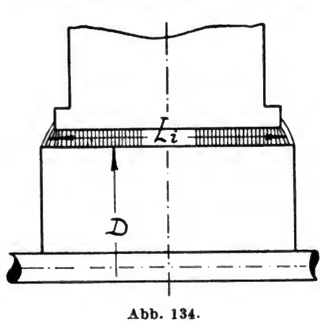


Abb. 134.

$$E = \frac{2p \cdot \Phi}{D\,\pi \cdot L_i}\,\frac{z \cdot L_i}{2p'}\,\frac{D\,\pi\,n}{60} \cdot 10^{-8}$$

oder:

$$\mathbf{E = z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'} \cdot 10^{-8}\ Volt.}$$

Setzt man in der Gleichung die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \frac{2\,\pi \cdot n}{60}$ ein, so wird:

$$E = z \cdot \Phi \cdot \omega \frac{p}{2\,\pi \cdot p'} \cdot 10^{-8}\ \text{Volt}.$$

Da die Leiterzahl z, die Polpaarzahl p und die halbe Anzahl parallel geschalteter Ankerabteilungen p′ dimensionslose Zahlen sind, so muß sein:

$$\text{Dim. [E]} = \text{Dim. }[\Phi] \times \text{Dim. }[\omega]$$

also:

$$\text{Dim. [E]} = \left[\frac{cm^{3/2}\,gr^{1/2}}{sec}\right] \times \left[\frac{1}{sec}\right] = \left[\frac{cm^{3/2} \cdot gr^{1/2}}{sec^2}\right],$$

was nach 11, Kapitel 37 tatsächlich richtig ist.

IX. Abschnitt.

40. Die Kraftlinienstreuung.

Die Amperewindungszahl, welche auf die in 38 angegebene Art berechnet wird, würde praktisch nicht ausreichen, den verlangten Kraftlinienstrom im Anker hervorzubringen. Der Grund

dieser Tatsache liegt darin, daß die in den Magneten erzeugten Kraftlinien nur zum Teil ihren Weg durch den Anker finden, ein anderer Teil schließt sich durch die Luft, bildet also gewissermaßen einen magnetischen Nebenschluß. Diese Erscheinung nennt man Kraftlinienstreuung. Nehmen wir als magnetischen Stromkreis eine Anordnung nach Abb. 135, so läßt sich mit Hilfe von Eisenfeilspänen leicht nachweisen, daß auch Kraftlinien außerhalb des Eisens verlaufen, und zwar nach Art der Abb. 135. Diejenigen Kraftlinien, welche nicht durch den Anker gelangen, sondern sich außerhalb durch die Luft schließen, haben, da sie nicht von den Drähten des Ankers geschnitten werden, auf die Erzeugung der EMK keinen Einfluß, sie sind nutzlos erzeugt worden. Will man daher im Anker einen gewissen Kraftlinienstrom haben, so müssen mit Hilfe der Amperewindungen nicht nur diese Kraftlinien erzeugt werden, sondern auch diejenigen, welche zerstreut werden. Man hat daher die Magnetwicklung so zu berechnen, daß durch dieselbe die Summe der zerstreuten plus der durch den Anker gehenden Kraftlinien erzeugt wird. Das Verhältnis der gesamten erzeugten Kraftlinien zu den durch den Anker gehenden läßt sich an einer fertigen Maschine leicht durch einen Versuch bestimmen.

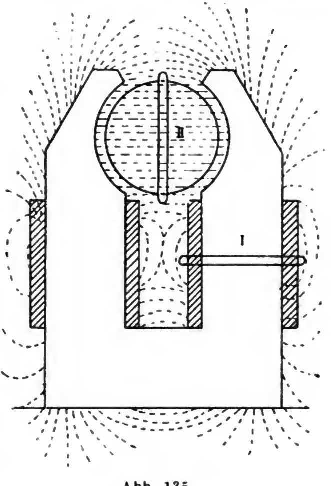


Abb. 135.

Zu diesem Versuch ist ein ballistisches Galvanometer erforderlich.

Unter einem ballistischen Galvanometer versteht man ein solches, welches eine lange Schwingungsdauer hat. Schickt man durch ein ballistisches Galvanometer einen kurzen Stromstoß, so gibt dasselbe langsam einen Ausschlag, dessen maximale Größe abhängig ist von der Größe der momentan wirkenden Ablenkungskraft. Legt man nun um die Magnetwicklung an die Stelle I (Abb. 135) eine Windung, deren Enden mit dem ballistischen Galvanometer verbunden sind und unterbricht plötzlich den Magnetstrom, so verschwinden die Kraftlinien und es entsteht in der Versuchswindung ein kurzer In-

duktionsstrom (Abschnitt II, 13). Die Größe desselben und damit auch der Ausschlag α_I des Galvanometers ist abhängig von der Zahl der Kraftlinien, welche plötzlich verschwunden sind. Dasselbe Experiment macht man mit der Windung II, welche um den Anker gelegt ist, indem man plötzlich den Magnetstrom unterbricht. An der Stelle I sind noch keine Kraftlinien zerstreut, da diese Stelle mitten im Magnet, also an der Erzeugungsstelle liegt. Hier ist der gesamte Kraftlinienstrom Φ_m vorhanden. Im Anker waren natürlich nur noch die Kraftlinien Φ_a vorhanden, welche tatsächlich durch den Anker gehen. Da die Ausschläge proportional den Kraftlinienzahlen sind, so ist:

$$\frac{\Phi_m}{\Phi_a} = \frac{\alpha_I}{\alpha_{II}} = \sigma.$$

Da $\Phi_m > \Phi_a$ ist $\sigma > 1$. Man nennt σ den „Streuungskoeffizienten". Ist σ bekannt, so ist

$$\Phi_m = \sigma \, \Phi_a.$$

Für gute neuzeitliche Maschinen bewegt sich der Streukoeffizient in den Grenzen

$$\sigma = 1{,}1 \text{ bis } 1{,}5.$$

Er ist abhängig von der Form des Magnetgestells, von der Größe der Maschine und hauptsächlich von der Eisensättigung, also von der Größe der Amperewindungen auf den Magnetschenkeln. Es haben sich jetzt schon Normaltypen für die einzelnen Leistungen und Tourenzahlen herausgebildet, so daß in den Formen nicht mehr viel Unterschied besteht. Größere Maschinen erhalten größere spezifische Beanspruchungen, daher wird in einer Typenreihe der Streukoeffizient mit wachsender Maschinengröße größer werden.

Eine Berechnung des Streuungskoeffizienten kann erst dann erfolgen, wenn die Abmessungen der Maschine festliegen. Eine solche Berechnung kann jedoch auf große Genauigkeit keinen Anspruch machen, da dem Ermessen des Rechners in den Annahmen dabei ein großer Spielraum gegeben ist. Bei der Vorausberechnung einer Maschine muß der Streukoeffizient angenommen oder annähernd festgelegt werden. Wenn bereits von dem zu entwerfenden Modell einige Maschinen verschiedener Größe vorhanden sind, deren Streuungskoeffizienten experimentell bestimmt worden sind, so ist es leicht, für die betreffende Maschinengröße den vermutlichen Streuungskoeffizienten mit ziemlicher Sicherheit vorauszusagen.

Bedeutet:

AW_s = gesamte Amperewindungszahl bei voller Last auf einem Magnetschenkel,
L_m = Länge des Magnetschenkels in Richtung der Achse,
b_m = Breite des Magnetschenkels senkrecht zur Achsenrichtung,

so kann man annähernd die Streulinienzahl berechnen aus:

$$\Phi_s = \varphi_s \cdot (L_m + b_m) \cdot AW_S$$
$$\Phi_m = \Phi_a + \Phi_S .$$

Der Zahlenwert von φ_s ist folgender Tabelle zu entnehmen:

4polige Maschinen: $\varphi_s = 3{,}5 \div 4{,}5$
6polige Maschinen: $\varphi_s = 2 \div 2{,}5$
Mehr als 6polige Maschinen: $\varphi_s = 1{,}5 \div 2.$

Bei den 4poligen Maschinen gilt die größere Zahl für kleine, die kleinere für größere Maschinen.

Beispiel. Eine 20 KW-Maschine ist 4polig ausgeführt mit folgenden Größen:

$$AW_S = 4300$$
$$L_m + b_m = 20 + 16 = 36\ cm$$
$$\Phi_a = 3 \cdot 10^6.$$

Wie groß ist der Streukoeffizient σ?

Wir wählen $\varphi_s = 4{,}2$, dann ist:

$$\Phi_s = 4{,}2 \times 36 \times 4300 = 650000 = 0{,}65 \times 10^6$$
$$\Phi_m = (3 + 0{,}65)\, 10^6 = 3{,}65 \cdot 10^6$$
$$\sigma = \frac{3{,}65}{3} = 1{,}22.$$

Die ungefähren Werte des Streukoeffizienten enthält Tafel IV.

41. Die Formen der Magnetgestelle.

Die Form der Magnetgestelle muß so gewählt werden, daß der Kraftlinienweg möglichst einfach, kurz und bequem ist. Scharfe Biegungen sind ebenso zu vermeiden, wie viele Verschraubungen, da jene eine Kraftlinienstreuung bedingen, diese den magnetischen Widerstand erhöhen. Der Querschnitt des ganzen Kraftlinienweges soll, wenn das ganze Gestell aus demselben Material besteht, womöglich überall derselbe bleiben, doch können aus konstruktiven Gründen sehr wohl Verstärkungen des Querschnitts an irgendwelchen Stellen eintreten. Ferner sind davon ausgenommen die Polschuhe. Da man nämlich im Luftzwischenraum im allgemeinen keine so große Sättigung zuläßt wie in den Magneten, so muß der Querschnitt des Luftzwischenraumes vergrößert werden. Dies geschieht dadurch, daß man die Pole an ihren Enden verdickt, so daß sich die Kraftlinien über einen größeren Querschnitt ausbreiten. Diese Verdickungen, welche meistens auf die Pole aufgesetzt werden, nennt man Polschuhe.

Als Material wird für das Magnetgestell Stahlguß, Schmiedeeisen und Gußeisen verwendet. Das Gußeisen ist gegenwärtig für Magnet-

kerne fast vollkommen durch den Stahlguß verdrängt, da dieser, infolge seiner bedeutend besseren Leitfähigkeit für Kraftlinien, kleinere Querschnitte erfordert. Durch den geringen Querschnitt wird nicht allein das Gewicht der Maschine verringert, sondern auch der Aufwand an Kupfer für die Erregerwicklung wird, da die Windungen kürzer ausfallen, wesentlich kleiner. Schmiedeeisen wird aus gleichem Grund bei einigen Magnetformen als Material für den Magnetkern benutzt, während das Joch dann der Billigkeit halber aus Gußeisen gefertigt wird.

Die Kraftliniendichte $\mathfrak{B}$ ist im Magnetgestell so zu wählen, daß der Aufwand an Eisen und an Kupfer möglichst klein wird. Je höher man die Sättigung $\mathfrak{B}$ wählt, desto kleiner wird wohl der Querschnitt und der Eisenaufwand, desto größer wird aber auch der magnetische

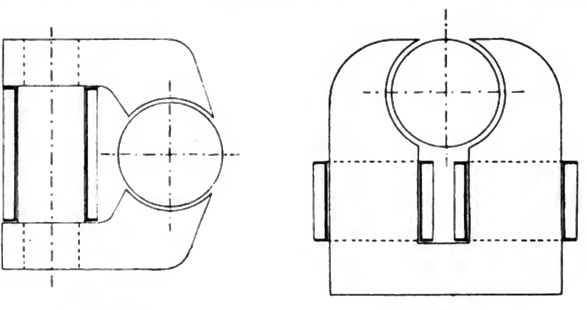


Abb. 136. Abb. 137.

Widerstand des Eisens und dadurch die Amperewindungszahl der Magnetwicklung. Bei welchen Werten von $\mathfrak{B}$ man die günstigsten Verhältnisse bekommt, das läßt sich allgemein nicht angeben. Während die Kraftliniendichte in dem stets aus weichem Eisenblech bestehenden Anker zwischen 6000 und 16000 schwankt, liegen die Grenzen, die für die Magnetgestelle üblich sind, bei Schmiedeeisen zwischen 12000 bis 16000, bei Stahlguß zwischen 14000 bis 17000, bei Gußeisen zwischen 6000 bis 8000 Kraftlinien pro Quadratzentimeter.

Bei der Dimensionierung des Magnetgestells ist darauf zu achten, daß die abkühlende Oberfläche groß genug ist, und daß die Amperewindungen auch unterzubringen sind. Meist wird die Wicklung auf Spulenkästen aus Zinkblech oder Isolationsmaterial gewickelt, und dann auf die Magnetkerne aufgebracht. Früher gab es eine große Zahl von Feldanordnungen, im folgenden sollen einige charakteristische Typen besprochen werden, obgleich sie heute nicht mehr alle ausgeführt werden.

Alle übrigen Formen lassen sich nach diesen Typen sehr leicht einreihen und ihre Zweckmäßigkeit beurteilen.

Wir haben zu unterscheiden Maschinen mit einem Magnetstromkreis und solche mit doppeltem. Der einfachste Fall der ersten Kategorie ist Abb. 136. Die Form stammt von Thompson, wir wollen sie daher Type Thompson nennen. Entweder ist der Magnetschenkel aus Schmiedeeisen und die beiden gegossenen Polstücke sind auf denselben schwach konisch aufgesteckt, um einen festen Schluß zu erhalten, oder der Schenkel ist mit einem der beiden Polstücke aus einem Stück gegossen und nur das andere Polstück ist aufgesetzt. Dieser Typus hat eine sehr starke Kraftlinienstreuung, ist schwer, braucht ziemlich viel Kupfer und das Magnetfeld ist leicht unsymmetrisch, da auf der Seite nach dem Magnet zu die Kraftliniendichte etwas größer ist.

Abb. 137 zeigt eine Form, welche als Hufeisentypus bekannt ist. Auch hier haben wir einen einfachen Stromkreis, nur verteilt sich die Magnetwicklung auf zwei Stellen; darin liegt der Vorzug der ersten Anordnung gegenüber, denn es wird die abkühlende Oberfläche der Magnetwicklung eine größere. Dies ist wesentlich, damit die Magnete nicht zu heiß werden. Die Maschine ist leicht, braucht wenig Kupfer, hat eine geringe Kraftlinienstreuung. Sie kann ganz aus Schmiedeeisen zusammengesetzt oder aus Guß hergestelt werden. Es ist darauf zu achten, daß man die Spulen von oben hereinschieben kann. Der Querschnitt der Schenkel ist entweder rechteckig, oval oder rund. Das Magnetfeld ist auch hier etwas unsymmetrisch.

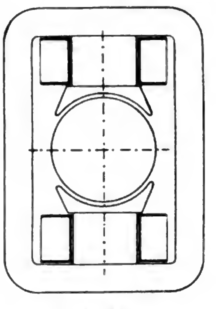


Abb. 138.

Abb. 138 stellt die Magnetform dar, die gegenwärtig für die zweipolige Maschine am meisten Verwendung findet. Diese Gestellform, zuerst von Lahmeyer angewandt, die auch oval oder rund sein kann, besitzt die geringste Kraftlinienstreuung und ergibt ein symmetrisches Magnetfeld. Außerdem gewährt sie auch den Magnetspulen einen Schutz gegen mechanische Beschädigung. Im Gestell spaltet sich hinter den Magnetschenkeln der Kraftlinienstrom in die beiden Jochhälften und zwar gleichmäßig dann, wenn beide Hälften den gleichen Querschnitt und Kraftlinienweg besitzen. Für die Berechnung der Amperewindungen spielt dies hier keine Rolle, da beide Wege, der Parallelschaltung entsprechend, als ein einziger mit doppeltem Querschnitt angesehen werden können. Um kurze Drahtlängen für die Magnetwicklung zu erhalten, vermindert man durch Wahl

hoher Kraftliniendichte den Querschnitt und Umfang des Magnetschenkels. In diesem Falle setzt man, um im Luftspalt den Querschnitt zu vergrößern und dadurch den magnetischen Widerstand zu verkleinern, auf die Schenkel Polschuhe auf. Diese Polschuhe erfordern zum Durchdrücken des Kraftlinienstromes ebenfalls Amperewindungen, die aber, da ihre Zahl gering ist, nicht besonders berechnet werden. Ist die Kraftliniensättigung im Joch eine andere als im Schenkel, so muß die Amperewindungszahl für das Joch und die Schenkel natürlich getrennt berechnet werden.

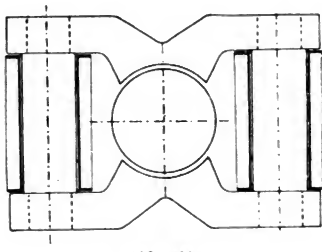


Abb. 139.

Abb. 139 ist eine Verdoppelung der Abb. 136. Es wird hier eine vollständige Symmetrie der Kraftlinien im Anker erzeugt. Dafür erhält man aber zwei getrennte Magnetstromkreise. Der Querschnitt eines jeden Schenkels ist nur halb so groß als in Abb. 136 für dieselbe Leistung. Da jedoch die Zahl der Amperewindungen nicht von der Größe des Eisenquerschnittes, sondern nur von der Sättigung abhängt, so braucht man für jeden der beiden Stromkreise genau soviel Amperewindungen wie für den einen in Abb. 136. Die Anordnung erfordert also beinahe doppelt so viel Kupfer, allerdings wird dasselbe bei Abb. 139 um einen kleineren Umfang gewickelt als bei Abb. 136. Bei der Berechnung verfährt man so, daß man annimmt, eine Wicklung hat den halben Kraftlinienstrom zu erzeugen. Die Maschine, welche wir als Manchestertypus bezeichnen wollen, hat zwar eine elegante Form, dafür aber auch wohl die größte Kraftlinienstreuung, braucht viel Eisen und viel Kupfer. Die Herstellung ist wie bei Abb. 136.

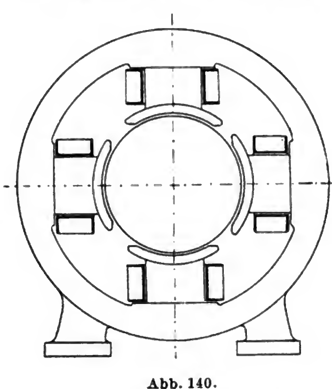


Abb. 140.

Abb. 140 stellt die gebräuchlichste Form der vier- und mehrpoligen Maschinen vor. Dieselbe kann als Verdoppelung des Lah-

meyertypus (Abb. 138) betrachtet werden. Die Anordnung hat eine geringe Streuung und braucht wenig Kupfer. Die Magnete wechseln in ihrer Polarität der Reihe nach ab.

Das Magnetgestell mit Folgepolen in Abb. 141 wurde meist angewendet, wenn Raum erspart werden sollte, z. B. bei Straßenbahnwagen. Diese Anordnung hat aber den Nachteil, daß das Magnetfeld unsymmetrisch wird, wodurch es schwer fällt, einen funkenfreien Lauf zu erhalten.

Die Innenpolmaschinen, bei welchen das feststehende Magnetsystem im Innern des rotierenden Ankers angebracht ist, werden gegenwärtig aus konstruktiven Gründen nicht mehr gebaut.

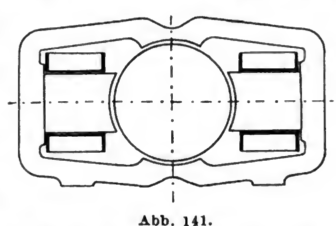


Abb. 141.

42. Die magnetischen Verhältnisse des Luftspaltes.

Von großem Einfluß auf die Berechnung der Amperewindungszahl eines magnetischen Stromkreises ist die Bestimmung der magnetischen Induktion im Luftzwischenraum. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden, entweder werden die Ankerdrähte direkt auf den glatten Umfang des Ankers aufgelegt, oder sie werden in Nuten des Ankerkörpers eingelegt. Die letztere Anordnung wird gegenwärtig bei den Trommelankern fast durchweg angewandt; die glatte Armatur findet im allgemeinen nur bei Ringwicklungen Verwendung. Im folgenden soll nun die Amperewindungszahl berechnet werden, die erforderlich ist, um den Kraftlinienstrom von der Polfläche durch den Luftspalt nach dem Ankerkern zu treiben.

Der glatte Anker.

Der einfachste Fall für die Berechnung der Luftamperewindungen ist in Abb. 142 dargestellt. Der Luftspalt δ zwischen Polschuh und Anker ist überall gleich und in Richtung der Achse ist das Ankereisen nicht durch Luftschlitze unterteilt. Die Kraftlinien treten senkrecht aus der Polschuhfläche aus und ebenso in das Ankereisen ein. Nur an den Kanten der Polschuhe tritt eine Zerstreuung der Kraftlinien ein, derart, daß in der Mitte zwischen zwei benachbarten Polen die Feldstärke Null ist. In Abb. 142 ist für beide Schnitte die Feldverteilung gezeichnet. Der maximale Wert der Luftinduktion ist $\mathfrak{B}_l$. Im Radialschnitt ist die gesamte Feldbreite gleich der Polteilung τ, wobei

$$\tau = \frac{D \cdot \pi}{2\,p}.$$

Das Feld hat trapezförmige Gestalt mit abgerundeten Ecken. Verwandelt man die Fläche des Feldes in ein Rechteck mit der Höhe $\mathfrak{B}_l$, so ist die Breite des Rechtecks gleich der ideellen Polbreite b_i in der Mitte des Luftspaltes. Verfährt man ebenso im Axialschnitt, so erhält

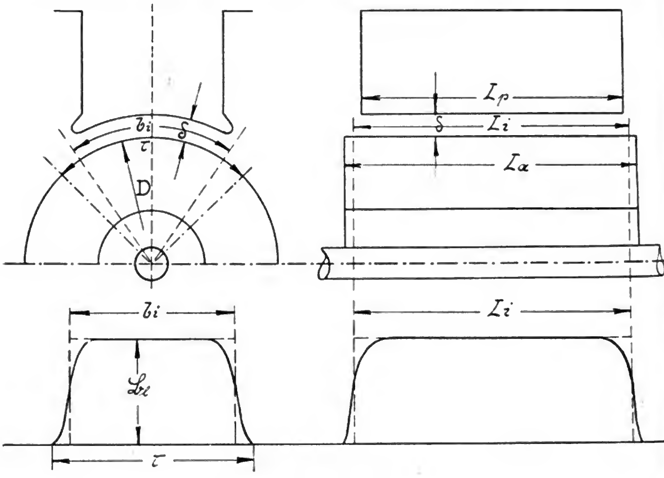


Abb. 142.

man die ideelle Ankerlänge im Luftspalt L_i. Der Querschnitt in der Luft ist dann

$$Q_l = b_i \cdot l_i \ cm^2$$

und die Luftinduktion bei einem Kraftfluß Φ durch den Luftspalt

$$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{Q_l}.$$

Die Zahl der Amperewindungen pro Pol ist damit

$$AW_l = 0{,}8\ \delta_{(cm)} \cdot \mathfrak{B}_l.$$

Das Verhältnis $\frac{\text{Ideelle Polbreite}}{\text{Polteilung}}$ sei mit α bezeichnet, also

$$\alpha = \frac{b_i}{\tau}.$$

Man macht bei zweipoligen Maschinen $\alpha = 0{,}6 \div 0{,}7$,
bei mehrpoligen Maschinen $\alpha = 0{,}7 \div 0{,}8$.

Mit genügender Genauigkeit kann man setzen bei dem glatten Anker

$$b_i = b_p + 2\,\delta,$$

wenn b_p = Polbogen.

Um ein Eindringen der Kraftlinien in die Stirnflächen des Ankers zu verhüten, macht man die Polschuhlänge L_p gewöhnlich um $2\,\delta$ kürzer als die Ankerlänge L_a. Es ist dann angenähert

$$L_i = \frac{L_p + L_a}{2} = L_a - \delta,$$

also:

$$Q_l = (L_a - \delta)(b_p + 2\,\delta)\,cm^2.$$

Um eine gute Kommutation des Stromes zu erhalten, darf das Feld zwischen zwei Polkanten nicht zu stark variieren, es muß also von der neutralen Linie an allmählich nach beiden Seiten ansteigen. Um dies zu erreichen, müssen die Polschuhkanten gut abgerundet werden und das Verhältnis $\alpha = \frac{b_i}{\tau}$ darf nicht zu groß genommen werden. Im Interesse einer guten Stromwendung soll $\alpha = 0{,}7$ nicht wesentlich überschritten werden. In Abb. 142 ist $\alpha \cong 0{,}81$, das Feld steigt zu steil an, die Stromwendung wird mangelhaft.

Die Länge δ des Kraftlinienweges im Luftspalt ist gleich dem senkrechten Abstand zwischen Magnet- und Ankereisen. Dieser Abstand hängt von der Dicke der Isolationsschicht zwischen Anker und Wicklung, ca. $1 \div 2\,mm$, von der Anzahl der übereinander gewickelten Drähte, ferner von der Bandagenstärke, etwa $2 \div 3\,mm$, und dem erforderlichen Spielraum von mindestens $2\,mm$ zwischen Polfläche und Anker ab.

Der Nutenanker.

Bei dem Nutenanker (Abb. 143), ist der Luftspalt abwechselnd δ und $(h_n + \delta)$, daher kann die Induktion unter dem Pol nicht mehr konstant sein. Unter den Zähnen drängen sich die Kraftlinien zusammen, durch die Nut gehen, bei nicht zu hohen Zahnsättigungen, nur wenig Linien. Infolgedessen wird der magnetische Widerstand im Luftspalt bedeutend größer als bei dem glatten Anker. Da der magnetische Widerstand in der Luft das Verhältnis $\frac{\text{Länge der Kraftlinien}}{\text{Querschnitt}}$ ist, so kann man zur Berechnung der Amperewindungen den größeren Widerstand sich hervorgerufen denken, entweder durch eine entsprechende Verkleinerung des Querschnittes, oder durch Einführung eines entsprechend größeren Luftspaltes δ'. Wir wählen das erstere, setzen also für den Nutenanker $b_i < (b_p + 2\,\delta)$.

Bedeutet c eine Zahl größer als 1, so können wir schreiben

$$b_l = \frac{1}{c}(b_p + 2\,\delta).$$

Je kleiner $\frac{b_z}{t_n} = \frac{\text{Zahnbreite}}{\text{Zahnteilung}}$ und je größer $\frac{b_n}{\delta} = \frac{\text{Nutweite}}{\text{Luftspalt}}$, desto größer wird c sein. In der E. T. Z. 1909, Heft 42 und 43 hat Dr. Th. Lehmann eine Methode angegeben, um die Kraftlinien auf einfache Weise zu zeichnen. Hiernach sind die Kraftröhren in Abb. 143 gezeichnet. Da die einzelnen Röhren parallel geschaltet sind, so muß man die reziproken Werte der Widerstände der einzelnen Röhren addieren, um den reziproken Wert des Gesamtwiderstandes zu erhalten. Es ist $t_n = 55{,}2$ *mm**), $b_n = 30$ *mm* und $b_z = 25{,}2$ *mm*. Luftspalt $\delta = 10$ *mm*.

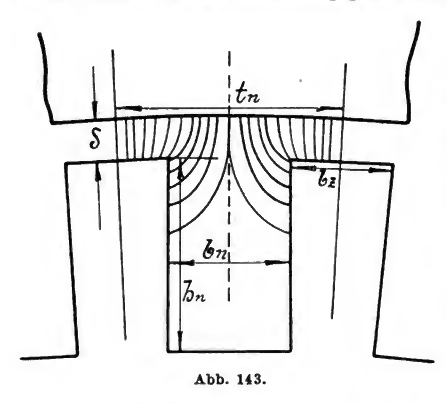


Abb. 143.

Senkrecht zur Zeichenebene sei die Länge von Polschuh und Anker 1 *cm*. Der Querschnitt der Kraftröhren ist dann gleich der mittleren Breite. Addiert man in Abb. 143 für alle gezeichneten Röhren der halben Nutteilung die Werte $\frac{\text{Mittlere Breite}}{\text{Mittlere Länge}}$, so erhält man 2,21, also einen magnetischen Widerstand des Nutenankers von $\frac{1}{2{,}21} = 0{,}452$ pro halbe Nutteilung. Für den glatten Anker dagegen ist der

$$\text{Widerstand} = \frac{10}{\frac{55{,}2}{2}} = 0{,}362.$$

Für die Abmessungen der Nut (Abb. 143) ist also

$$c = \frac{0{,}452}{0{,}362} = 1{,}25.$$

*) Abb. 143 ist auf ca. $^2/_3$ verkleinert.

Zeichnet man für verschiedene $\frac{b_n}{\delta}$, aber für $b_n = b_z$ die Kraftröhrenbilder auf, so ergibt sich der zugehörige Faktor c_0 aus Abb. 144*) Ist $b_n \gtrless b_z$, so berechnet sich nach Lehmann der Faktor c aus:

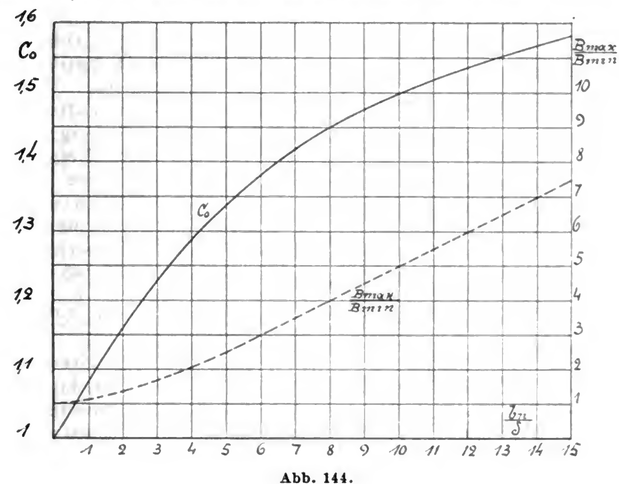


Abb. 144.

$$c = \frac{1}{1 - \frac{2\,b_n}{t_n}\left(\frac{c_0 - 1}{c_0}\right)}.$$

Zu $\left(\frac{b_n}{\delta}\right) = \frac{30}{10} = 3$ gehört aus Abb. 144

$c_0 = 1{,}227$, also

$$c = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 30}{55{,}2} \cdot \frac{0{,}227}{1{,}227}} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25.$$

Durch die Zähne treten auch bei groben Nutteilungen Fluktuationen des Kraftlinienfeldes ein, wodurch in den Polschuhen Wirbelstromverluste entstehen, die dieselben stark erwärmen. In Abb. 144 ist das Verhältnis $\frac{\mathfrak{B}_{max}}{\mathfrak{B}_{min}}$ an der Ankeroberfläche in Abhängigkeit von

*) Entnommen dem Aufsatz von Dr. Lehmann a. a. O.

$\frac{b_n}{\delta}$ ebenfalls eingetragen. Ist $\frac{b_n}{\delta} > 5$, dann gilt

$$\frac{\mathfrak{B}_{max}}{\mathfrak{B}_{min}} = \frac{b_n}{2\,\delta}.$$

Bei größeren Ankerlängen L_a müssen, zur besseren Abführung der Wärme, Luftschlitze in radialer Richtung eingefügt werden (Abb. 145). Hierdurch wird der magnetische Widerstand des Luftspaltes wiederum vergrößert, was wir durch eine Verkleinerung der Länge L_i ausdrücken wollen. Ist c′ wieder eine Zahl größer als 1, so müssen wir für Abb. 145 schreiben:

$$L_i = \frac{L_a - \delta}{c'}.$$

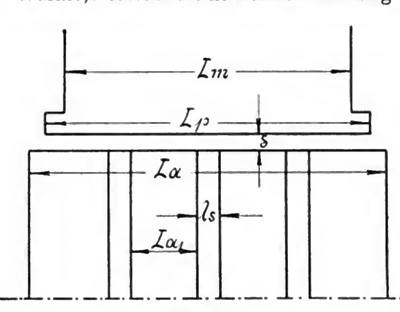


Abb. 145.

Die Luftschlitze spielen im Axialschnitt die Rolle der Nuten, und die Zähne sind dargestellt durch die einzelnen Blechpakete. c′ ist daher auf dieselbe Weise zu berechnen wie c. Es bezeichne:

n_s = Zahl der Luftschlitze,
λ_s = Breite eines Schlitzes.

Die Dicke eines Blechpaketes ist dann $\frac{L_a - n_s \cdot \lambda_s}{n_s + 1} = L_{a1}$.

Man bildet $\frac{\lambda_s}{\delta}$ und findet dazu c_0 aus Abb. 144. Damit wird

$$\frac{1}{c'} = 1 - \frac{2\,\lambda_s\,(c_0 - 1)}{(L_{a1} + \lambda_s)\,c_0}.$$

Beispiel: Für eine 12 polige Maschine ist

$D = 240$ *cm*
$L_a = 36$ *cm*
$\delta = 0{,}6$ *cm*
$n_s = 3$
$\lambda_s = 1$ *cm*.

Nutenzahl $z_n = 305$,
Nutweite $b_n = 1{,}2$ *cm*,
Kraftlinienfluß $\Phi = 14{,}1 \cdot 10^6$.

Es ist die Luftinduktion und AW_l zu berechnen.

$$\text{Nutteilung } t_n = \frac{D \cdot \pi}{z_n} = \frac{240 \cdot \pi}{305} = 2{,}47 \, cm$$

$$\text{Zahnstärke } b_z = 2{,}47 - 1{,}2 = 1{,}27 \, cm$$

$$\text{Polteilung } \tau = \frac{D \cdot \pi}{2p} = \frac{240 \cdot \pi}{12} = 62{,}8 \, cm$$

$$\text{Polbogen } b_p = 0{,}72 \cdot \tau = 0{,}72 \cdot 62{,}8 \cong 45 \, cm.$$

Zu $\left(\frac{b_n}{\delta}\right) = \frac{1{,}2}{0{,}6} = 2$ gehört aus Abb. 144 $c_0 = 1{,}16$, daher ist

$$c = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 1{,}2}{2{,}47} \cdot \frac{0{,}16}{1{,}16}} = \frac{1}{0{,}866} = 1{,}15$$

$$b_i = \frac{b_p + 2\,\delta}{c} = \frac{45 + 1{,}2}{1{,}15} = 40 \, cm.$$

Zu $\left(\frac{\lambda_s}{\delta}\right) = \frac{1}{0{,}6} = 1{,}67$ gehört aus Abb. 144 $c_0 = 1{,}135$, also mit

$$L_{a_1} = \frac{L_a - n_s\,\lambda_s}{n_s + 1} = \frac{36 - 3}{4} = 8{,}25$$

$$\frac{1}{c'} = 1 - \frac{2 \cdot 1 \cdot 0{,}135}{(8{,}25 + 1)\; 1{,}135} = 0{,}974$$

$$L_i = \frac{1}{c'}(L_a - \delta) = 0{,}974 \cdot 35{,}4 = 34{,}5 \, cm$$

Luftquerschnitt $Q_l = b_i \cdot L_i = 40 \cdot 34{,}5 = 1380 \; cm^2$

$$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{Q_l} = \frac{14{,}1 \cdot 10^6}{1380} = 10\,200$$

Amperewindungen für einen Luftspalt also

$$AW_l = 0{,}8\,\delta \cdot \mathfrak{B}_l = 0{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot 10\,200 = 4896 \cong 4900.$$

43. Berechnung der Amperewindungen für die Zähneschicht.

Für diesen Teil des magnetischen Kreises ist die Berechnung der Amperewindungen am schwierigsten. Solange allerdings die Zahnsättigung klein ist, kann man mit dem mittleren Zahnquerschnitt rechnen und erhält dann genügend genau die mittlere Zahnsättigung.

Bei einer Sättigung von $\mathfrak{B}_z = 19000$ z. B. ist aus der Kurve für Ankerblech auf Tafel III aw = 200 also $\mathfrak{H} = 1{,}256$ aw = 250 und die Permeabilität

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} = \frac{19000}{250} = 76.$$

Bei einer so großen Leitfähigkeit des Eisens gegenüber der Luft wird nur ein vernachlässigbar kleiner Teil des Kraftlinienflusses durch die Nuten gehen. Wächst $\mathfrak{B}_z$ aber über 20 000, so sinkt μ sehr schnell. Bei Induktionen größer als 22000 lassen sich die Amperewindungen pro Zentimeter berechnen aus: $aw = 0{,}5\,\mathfrak{B} - 10000$.

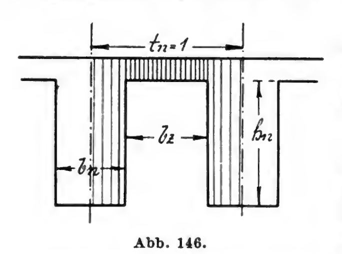


Abb. 146.

Für $\mathfrak{B}_z = 25000$ wäre danach $aw_z = 12500 - 10000 = 2500$ und

$$\mathfrak{H} = 1{,}25 \cdot 2500 = 3140$$

also

$$\mu = \frac{25\,000}{3140} \cong 8.$$

In diesem Falle wird ein recht beträchtlicher Teil der Kraftlinien durch die Nut gehen und dadurch der Zahn entlastet. Die Kraftliniendichte ist erheblich kleiner als man durch Einsetzung des Zahnquerschnittes in die Gleichung

$$\mathfrak{B}_z = \frac{\Phi}{Q_z} \text{ erhält.}$$

Wir wollen $\mathfrak{B}_z$, aus obiger Gleichung berechnet, die „scheinbare“ Zahninduktion nennen und die wirkliche mit $\mathfrak{B}_{zw}$ bezeichnen. Mit $\mathfrak{B}_z$ gerechnet, würden die Amperewindungen für die Zähne zu groß, es soll daher erst $\mathfrak{B}_{zw}$ bestimmt werden. Wir setzen dabei Zähne mit parallelen Wänden voraus, also eine Maschine mit großem Durchmesser D gegenüber der Nuthöhe h_n. Sind die Zähne konisch, so zerlegt man die ganze Zahnhöhe h_n in so viel Teile, daß man jeden Teil als parallelwandig betrachten kann. Für jeden Teil wird dann die Amperewindungszahl ermittelt und die Teilamperewindungen summiert. Die axiale Länge sei wieder 1 *cm* und die Nutteilung ebenfalls $t_n = 1$ *cm* (Abb. 146). Die gesamte für den Kraftlinienfluß zur Verfügung stehende Fläche ist also 1 *cm*².

Bezeichnet ξ das Verhältnis $\left(\frac{b_n}{t_n}\right)$, so ist unter der Annahme, daß die Kraftlinien vollkommen radial verlaufen, der Querschnitt der Nut

$$Q_n = \xi \cdot t_n \cdot 1\ cm^2.$$

Für die Isolation zwischen den einzelnen Blechen rechnen wir 10%, also ist der Eisenquerschnitt des Zahnes

$$Q_z = b_z \cdot 0,9 \cdot 1 = (t_n - \xi \cdot t_n)\, 0,9 = 0,9\, t_n\, (1 - \xi)\ cm^2.$$

Ist die Nutteilung $t_n = 1\ cm$, so wird:

$$Q_n = \xi\ cm^2$$
$$Q_z = 0,9\,(1 - \xi)\ cm^2.$$

Die Kraftlinien durch die Nut und den Zahn sind parallel geschaltet, beide Teile werden also von derselben Amperewindungszahl erzeugt. Ist die wirkliche Dichte im Eisen $\mathfrak{B}_{zw}$, so ist die Linienzahl durch das Eisen

$$\Phi_z = \mathfrak{B}_{zw} \cdot Q_z = 0,9\,(1 - \xi)\, \mathfrak{B}_{zw}.$$

Aus der Magnetisierungskurve entnimmt man die zu $\mathfrak{B}_{zw}$ gehörige Amperewindungszahl pro Zentimeter. Die Gesamtamperewindungen sind dann $h_n \cdot a\, w_z$. Diese treiben auch die Kraftlinien durch die Nut, also ist

$$\mathfrak{B}_n = 1,25 \cdot a\, w_z$$

und

$$\Phi_n = \mathfrak{B}_n \cdot Q_n = \xi \cdot \mathfrak{B}_n.$$

Die Gesamtkraftlinienzahl ist $\varphi = \Phi_z + \Phi_n$. Die scheinbare Zahndichte ist

$$\mathfrak{B}_z = \frac{\varphi}{Q_z} = \frac{\varphi}{0,9\,(1 - \xi)}.$$

Wäre die Fläche 1 cm^2 vollkommen mit Eisen angefüllt, so würde man eine Induktion von $\mathfrak{B}_z' = \frac{\varphi}{1} = \varphi$ erhalten.

Für verschiedene ξ kann man die Abhängigkeit $\mathfrak{B}_{zw}$ von $\mathfrak{B}_z$ berechnen und nebst $a\, w_z$ abhängig von $\mathfrak{B}_z$ in Kurven auftragen.

Es sei z. B. $\xi = 0,5$ und $\mathfrak{B}_{zw} = 23000$. Hierzu gehört

$$a\, w_z = 0,5 \cdot 23000 - 10000 = 1500 \text{ pro Zentimeter}$$
$$\Phi_z = 0,9\,(1 - 0,5) \cdot 23000 = 10350$$
$$\mathfrak{B}_n = 1,25 \cdot 1500 = 1875$$
$$\Phi_n = 0,5 \cdot 1875 = 937$$
$$\varphi = 10350 + 937 = 11287$$
$$\mathfrak{B}_z = \frac{11287}{0,9 \cdot 0,5} = 25000$$
$$\mathfrak{B}_z' = 11287.$$

Zu der scheinbaren Induktion $\mathfrak{B}_z = 25000$ gehört also die wirkliche $\mathfrak{B}_{zw} = 23000$ mit $a\, w_z = 1500$ Amperewindungen pro Zentimeter bei $\xi = 0,5$. Für $\xi = 0,4$, 0,45, 0,5, 0,55 und 0,6 sind die Kurven in Abb. 147 aufgetragen unter Zugrundelegung der Magneti-

sierungskurve für Ankerblech Tafel III und für Induktionen höher als 22000 unter Benutzung der Gleichung

$$a\,w = 0{,}5\,\mathfrak{B} - 10000.$$

Ist die scheinbare Induktion $\mathfrak{B}_z = 21000$ berechnet, so findet man bei $\xi = 0{,}6$ aus Abb. 147 die wirkliche Induktion $\overline{21\,a} = \overline{18\,b} = 20150$ und die zugehörigen Amperewindungen $a\,w_z = \overline{b\,c} = 400$ pro Zentimeter.

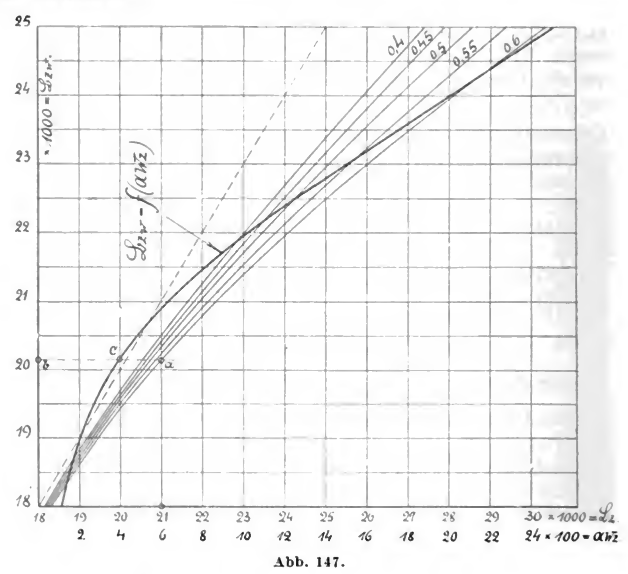


Abb. 147.

Beispiel. Es sind die Amperewindungen für die Zähneschicht zu berechnen, wenn bekannt ist:

Durchmesser D = 58 *cm*
Axiale Länge ohne Luftschlitze = 18 *cm*
Nutzahl z_n = 66
Nuthöhe h_n = 3,5 *cm*
Nutweite b_n = 1,35 *cm*
Polbogen b_p = 21 *cm*
Kraftlinienfluß $\Phi = 4 \cdot 10^6$
Nutzahl unter dem Polbogen = 8.

$$\text{Die Nutteilung am Zahnkopf ist } t_{n_1} = \frac{58 \cdot \pi}{66} = 2{,}76\ cm$$

$$\text{Größte Zahnstärke } b_{z_1} = 2{,}76 - 1{,}35 = 1{,}41\ cm$$

$$\text{Die Nutteilung am Zahngrund ist } t_{n_2} = \frac{51 \cdot \pi}{66} = 2{,}42\ cm$$

$$\text{Kleinste Zahnstärke } b_{z_2} = 2{,}42 - 1{,}35 = 1{,}07\ cm$$

$$\text{Maximaler Zahnquerschnitt } Q_{z_1} = 8 \cdot 1{,}41 \cdot 18 \cdot 0{,}9 = 183\ cm^2$$

$$\mathfrak{B}_{z\,min} = \frac{\Phi}{Q_{z_1}} = \frac{4 \cdot 10^6}{183} = 21850$$

$$\text{Minimaler Zahnquerschnitt } Q_{z_2} = 8 \cdot 1{,}07 \cdot 18 \cdot 0{,}9 = 139\ cm^2$$

$$\mathfrak{B}_{z\,max} = \frac{4 \cdot 10^6}{139} = 28800.$$

In Abb. 148 ist nun der Zahn in die fünf Abschnitte 1 bis 5 geteilt und für jeden Abschnitt von 0,7 *cm* Höhe werden die Amperewindungen bestimmt. In folgender Tabelle sind die Werte zusammengestellt.

Nr. des Zahnabschnittes .	1	2	3	4	5
Mittlere Zahnstärke . . .	1,375	1,31	1,25	1,175	1,11
Mittlere Zahnteilung . .	2,725	2,66	2,60	2,525	2,46
ξ	0,495	0,508	0,52	0,535	0,55
$\mathfrak{B}_z$	22400	23450	24600	26200	27700
Aus Abb. 147 . . . $\mathfrak{B}_{zw}$	21350	22000	22650	23450	24150
Aus Abb. 147 . $a\,w_z/cm$	750	1015	1335	1715	2085

Die $a\,w_z$ sind in Abb. 148 in den Mitten der einzelnen Abschnitte aufgetragen und die fünf Punkte durch eine Kurve verbunden. Verwandelt man die dadurch erhaltene Fläche in ein Rechteck, so ergibt sich ein Mittelwert von

$$a\,w_{z\,mittel} = 1380 \text{ pro Zentimeter.}$$

Für die Zähneschicht sind also erforderlich $1380 \cdot 3{,}5 = 4380$ Amperewindungen. Arnold bestimmt den Mittelwert aus den Werten an Zahnkopf, in Zahnmitte und an Zahngrund nach der Formel

$$a\,w_{z\,mittel} = \frac{a\,w_{z\,max} + 4\,a\,w_{z\,m} + a\,w_{z\,min}}{6}.$$

In unserem Beispiel ist:

$$a\,w_{z\,max} = 2300$$
$$a\,w_{z\,m} = 1335$$
$$a\,w_{z\,min} = 670$$

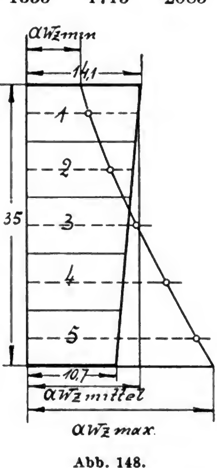


Abb. 148.

$$a\,w_{z\,\mathrm{mittel}} = \frac{2300 + 4 \cdot 1335 + 670}{6} = \frac{8310}{6} = 1385.$$

Das arithmetische Mittel aus den fünf Einzelwerten der $a\,w_z$ ergibt

$$a\,w_{z\,\mathrm{mittel}} = \frac{750 + 1015 + 1335 + 1715 + 2085}{5} = \frac{6900}{5} = 1380.$$

Es ist also nicht nötig, das Diagramm Abb. 148 zu zeichnen. Es genügt nach der Arnoldschen Formel zu rechnen oder den Mittelwert aller Amperewindungen zu nehmen, wenn man den Zahn in eine Anzahl Abschnitte teilt.

44. Berechnung der Amperewindungen für Luftspalt und Zähneschicht bei veränderlichem Luftspalt.

Sind Anker und Polschuh konzentrisch, so ist das Felddiagramm, (Abb. 142) ohne großen Fehler aufzuzeichnen und damit die aus einem Pol austretende Linienzahl hinreichend genau zu berechnen. Diese Feldverteilung gilt nur für den Leerlauf der Maschine, bei Belastung erzeugt der Anker ebenfalls ein Feld, das mit dem Leerlauffeld zusammen das resultierende Feld bei Belastung ergibt. Dieses ist im Vergleich zu dem Leerlauffeld stark verzerrt. Soll nun bei einer Maschine das Feld bei Belastung möglichst konstant sein, so läßt sich dies durch verschieden große Luftspaltlängen unter dem Polschuh erreichen (Abb. 149). Das Leerlauffeld ist hierbei derart verzerrt, daß das hinzukommende Ankerfeld ein nahezu konstantes Feld bei Belastung erzeugt. Maschinen mit derartigen Polschuhen können nur in einer Drehrichtung laufen, als Motoren sind sie also nicht zu verwenden. Bei der Vorausberechnung muß der Drehsinn einer solchen Maschine bekannt sein.

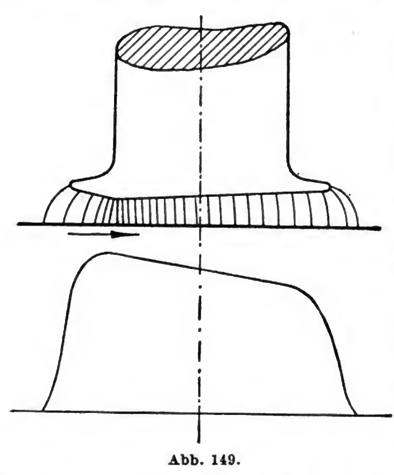


Abb. 149.

Der Luftspalt kann auch symmetrisch sein und doch an den Polschuhspitzen größer werden (Abb. 150). Diese Form ist für alle Maschinenarten brauchbar. Durch Einzeichnen von Kraftröhren kann die Feldkurve konstruiert, und für eine geforderte Kraftlinienzahl pro Pol die zugehörige Zahl der Amperewindungen für Luft und Zähneschicht ermittelt werden. Die Konstruktion der Diagramme soll an einem Beispiel, nach der von Pichelmayer angegebenen Weise, gezeigt werden. Eine vierpolige Maschine hat einen Ankerdurchmesser von $D = 60$ *cm*, $z_n = 48$ Nuten, $b_n = 2{,}2$ *cm* Nutweite, $h_n = 4{,}0$ *cm* Nuthöhe und einen kleinsten Luftspalt $\delta_{min} = 1{,}0$ *cm*.

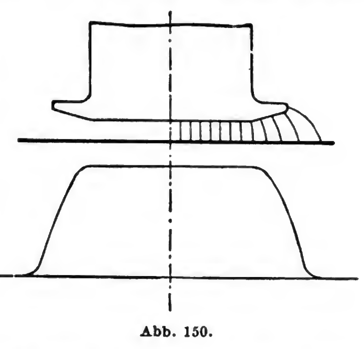


Abb. 150.

Die Form des Polschuhes ist auf Tafel II gezeichnet. Der Polbogen ist 35 *cm*.

$$\text{Polteilung } \tau = \frac{60 \cdot \pi}{4} = 47{,}2 \; cm.$$

Wie groß ist die Zahl der Amperewindungen für Luft und Zähne bei einer axialen Länge $L_i = 40$ *cm*, wenn $\Phi = 10 \cdot 10^6$ Kraftlinien erzeugt werden sollen?

$$\text{Nutteilung am Ankerumfang } t_{n_1} = \frac{60 \cdot \pi}{48} = 3{,}93 \; cm$$

$$\text{Nutteilung in Nutmitte } t_{n_2} = \frac{56 \cdot \pi}{48} = 3{,}66 \; cm$$

$$\text{Nutteilung am Nutengrund } t_{n_3} = \frac{52 \cdot \pi}{48} = 3{,}40 \; cm$$

$$\xi_1 = \frac{b_n}{t_{n_1}} = \frac{2{,}2}{3{,}93} = 0{,}56$$

$$\xi_2 = \frac{b_n}{t_{n_2}} = \frac{2{,}2}{3{,}66} = 0{,}6$$

$$\xi_3 = \frac{b_n}{t_{n_3}} = \frac{2{,}2}{3{,}4} = 0{,}647.$$

Wir berechnen zuerst die Amperewindungen für die Zähneschicht für verschiedene, angenommene Induktionen an der Ankeroberfläche $\mathfrak{B}_z'$. Die Werte sind in folgender Tabelle angegeben.

$\mathfrak{B}_z' =$	6 000	7 000	8 000	9 000	10 000
$\mathfrak{B}_{z1} = \dfrac{\mathfrak{B}_z'}{0,9\,(1-\xi_1)} =$	15 150	17 700	20 200	22 700	25 200
$\mathfrak{B}_{z2} = \dfrac{\mathfrak{B}_z'}{0,9\,(1-\xi_2)} =$	16 670	19 500	22 200	25 000	27 700
$\mathfrak{B}_{z3} = \dfrac{\mathfrak{B}_z'}{0,9\,(1-\xi_3)} =$	18 900	22 050	25 200	28 300	31 400
$a\,w_{z1} =$	25	90	450	730	1 330
$a\,w_{z2} =$	50	200	600	1 240	1 900
$a\,w_{z3} =$	150	520	1 170	1 850	2 500
$a\,w_{z1} =$	25	90	450	730	1 330
$4\,a\,w_{z2} =$	200	800	2 400	4 960	7 600
$a\,w_{z3} =$	150	520	1 170	1 850	2 500
$\Sigma =$	375	1 410	4 020	7 540	11 430
$a\,w_z = \dfrac{\Sigma}{6} =$	62,5	235	670	1 253	1 905
$A\,W_z = 4 \cdot a\,w_z$	250	940	2 680	5 012	7 620

In einem Axenkreuz mit dem Koordinatenanfang O ist auf Tafel II die Abhängigkeit der Eisenamperewindungen AW_z von der mittleren Induktion $\mathfrak{B}_z'$ aufgetragen. Von dem Polschuh nach dem Anker sind 10 Kraftröhren eingezeichnet, die mittlere Länge einer Röhre ist δ_x, die mittlere Breite b_x und die Breite beim Eintreten der Kraftlinien in den Anker a_x. Der Widerstand einer Röhre ist $\dfrac{\delta_x}{b_x}$, wenn wir wieder die axiale Länge 1 *cm* setzen. Bei einem Querschnitt a_x müßte die Röhre für den gleichen magnetischen Widerstand eine Länge von

$$\delta_x' = \frac{\delta_x}{b_x} \cdot a_x \; cm \text{ haben.}$$

Für die 10 Röhren ergeben sich die Werte folgender Tabelle für δ_x', die abhängig von dem zugehörigen Polbogen in Tafel II aufgetragen sind. Ebenso ist δ_x aufgetragen.

Kraftröhre Nr.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$\delta_x =$	1	1,05	1,2	1,4	1,73	2,1	2,57	3,8	6	8,3
$b_x =$	9,8	1,1	1,2	1,4	1,7	1,0	1,25	1,3	0,79	0,64
$a_x =$	9,65	1,1	1,25	1,45	1,75	1,15	1,6	2,35	2,2	2,35
$\delta_x' = \dfrac{\delta_x}{b_x} \cdot a_x =$	0,985	1,05	1,25	1,45	1,78	2,42	3,29	6,86	16,7	30,5

Durch die Kontraktion der Kraftlinien an den Zähnen erhöht sich nach 42 der magnetische Widerstand des Luftspaltes. Diese Erhöhung ist mit Hilfe der Abb. 144 zu bestimmen. Wir denken uns die Erhöhung des Widerstandes hervorgerufen durch eine Vergrößerung von δ_x' auf δ_x''. Die verschiedenen Werte sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Kraftröhre Nr.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$\frac{b_n}{\delta_x} =$	2,2	2,1	1,83	1,57	1,27	1,045	0,855	0,58	0,365	0,265
Aus Abb. 144 $c_0 =$	1,175	1,17	1,15	1,13	1,105	1,085	1,07	1,047	1,03	1,021
$c = \frac{1}{1 - \frac{2\,b_n}{t_n}\left(\frac{c_0 - 1}{c_0}\right)}$	1,2	1,195	1,17	1,15	1,114	1,096	1,08	1,05	1,035	1,025
$\delta_x'' = c \cdot \delta_x' =$	1,18	1,255	1,46	1,67	1,985	2,65	3,55	7,2	17,3	31,3

δ_x'' ist auf Tafel II ebenfalls eingetragen. Für verschiedene Luftspalte, von $\delta = 1$ *cm* anfangend, werden nun die Amperewindungen für Luft und Zähne gezeichnet. Für $\delta = 15$ *mm* ist z. B. $\delta'' = 1{,}75$ *cm* und daher

$$AW_l = 0{,}8 \cdot \delta'' \cdot \mathfrak{B}_l = 0{,}8 \cdot 1{,}75 \cdot \mathfrak{B}_l$$
$$AW_l = 1{,}4\,\mathfrak{B}_l.$$

Mit dem beliebig gewählten Wert $\mathfrak{B}_l = 5000$ ist dann

$$AW_l = 1{,}4 \cdot 5000 = 7000.$$

Bei $\mathfrak{B} = 5000$ wird horizontal $AW = 7000$ aufgetragen und durch den Nullpunkt O eine Gerade gezogen. An diese Gerade werden horizontal die Amperewindungen AW_z angetragen und so die Kurve für Luft und Zähne erhalten. Im Punkte n wird eine Senkrechte errichtet und für verschiedene AW die Schnittpunkte mit der Magnetisierungslinie auf diese Senkrechte herüberprojiziert. Es entstehen dadurch die Punkte 5 bis 12 für die verschiedenen Feldlinien an der Stelle mit 15 *mm* Luftspalt. Führt man die angegebene Konstruktion für eine Anzahl verschiedener δ durch und verbindet die zusammengehörgen Punkte, so erhält man die Feldlinien für 5000 bis 12000 Amperewindungen. Die Flächen zwischen den Feldlinien und der Abszissenaxe stellen die Kraftflüsse dar, die zu den verschiedenen Amperewindungen gehören. Auf Tafel II stellt in der ursprünglichen Zeichnung dar:

1 *cm* = 500 Linien/*cm*²
1 *cm* = 40 *cm*² bei einer axialen Länge $L_i = 40$ *cm*,
also 1 *cm*² = 20000 Linien.

Durch Ausplanimetrieren ergaben sich folgende Werte:

AW =	5000	6000	7000	8000
Fläche F in cm^2 =	316,6	372,8	419,4	458,8
$\Phi = 20\,000 \cdot F =$	$6{,}332 \cdot 10^6$	$7{,}456 \cdot 10^6$	$8{,}388 \cdot 10^6$	$9{,}176 \cdot 10^6$

AW =	9000	10 000	11 000	12 000
Fläche F in cm^2 =	493,6	524,4	553,8	579,2
$\Phi = 20\,000 \cdot F =$	$9{,}872 \cdot 10^6$	$10{,}488 \cdot 10^6$	$11{,}076 \cdot 10^6$	$11{,}584 \cdot 10^6$

In einem zweiten Diagramm sind nun die Kraftlinien abhängig von den erregenden Amperewindungen aufgetragen. Aus diesem Diagramm gehören zu $\Phi = 10 \cdot 10^6$ 9200 Amperewindungen pro Pol. Zieht man die Tangente im Koordinatenanfang an die Kurve, so zerlegen sich die Amperewindungen in 7200 für die Luft und 2000 für die Zähneschicht. Die maximale Kraftliniendichte ist für 9200 Amperewindungen 7660. Der Luftquerschnitt ist also

$$Q_l = \frac{\Phi}{\mathfrak{B}_l} = \frac{10 \cdot 10^6}{7660} = 1305\ cm^2.$$

Ideelle Breite

$$b_i = \frac{Q_l}{L_i} = \frac{1305}{40} = 32{,}6\ cm.$$

45. Berechnung der Ankerrückwirkung.

Fließt Strom in den Ankerleitern, so erzeugt er ein magnetisches Feld, das sich mit dem Feld der Magnete zu einem resultierenden Feld bei Belastung zusammensetzt. Dieses ist gegen das Leerlauffeld verzerrt und geschwächt. Das Feld der Magnete ist dadurch charakterisiert, daß die nützlichen Kraftlinien alle magnetisierenden Windungen umschlingen (Abb. 151). Die Kraftlinien bilden ein Kettenglied, in dem die sämtlichen erregenden Windungen als zweites Kettenglied hängen (Abb. 152). Man sagt, alle erregenden Windungen sind mit allen Kraftlinien verkettet. Bei dem Ankerfeld sind die erregenden Windungen gleichmäßig über den Ankerumfang verteilt, es können daher nicht mehr alle Windungen von allen Kraftlinien umschlungen sein. Wir nehmen zunächst einmal an, das Eisen des Polschuhes reiche bis in die neutrale Zone, in der die Bürsten stehen. Rollt man eine Polteilung in die Gerade auf, so erhält man Abb. 153. Zwischen zwei Eisenplatten, die δ *cm* voneinander getrennt sind, liegt die erregende Schicht. Das Eisen sei noch so schwach gesättigt, daß sein Widerstand gegen den Widerstand im Luftspalt vernachlässigt werden kann. Wir wählen die Polmitte als Ordinatenaxe. Auf jedes Zenti-

meter der erregenden Schicht sollen A S Amperewindungen kommen. Zeichnet man eine Kraftlinie I in der Mitte des Strombandes, so umschlingt sie nur wenige Amperewindungen, im Abstand x von der Mitte umschlingt die Kraftlinie II mehr Amperewindungen, und im Abstand $\frac{\tau}{2}$ umschlingt die Kraftlinie III alle Amperewindungen. In dem Maße wie x wächst, nimmt auch die umschlungene Amperewindungszahl zu. Die Amperewindungen ändern sich nach einer ge-

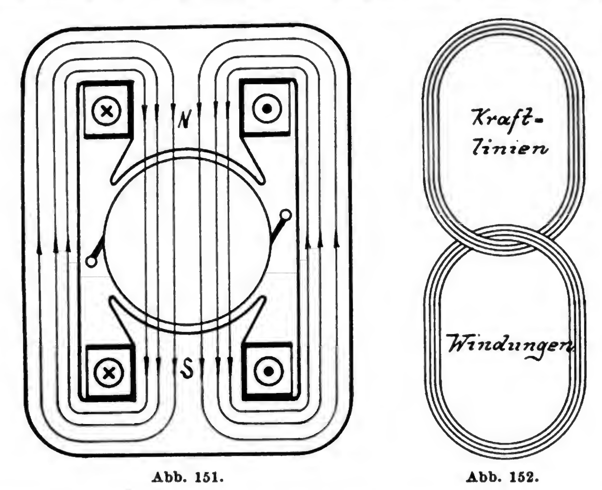


Abb. 151. Abb. 152.

raden Linie und sind in der Polmitte Null. Betrachten wir nun das erzeugte Feld. Die Feldstärke berechnet sich an irgendeiner Stelle aus der allgemeinen Gleichung

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \frac{w \cdot i}{l}.$$

Von der Linie II werden 2 x · A S Amperewindungen umschlungen, und die Länge der Kraftlinien ist 2 δ. Wir erhalten daher die Feldstärke $\mathfrak{H}_x$ im Abstand x aus

$$\mathfrak{H}_x = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{x \cdot A\,S}{\delta}.$$

$\mathfrak{H}_x$ ist abhängig von x also auch eine Gerade, die in Abb. 153 eingezeichnet ist.

Für $x = 0$ ist $\mathfrak{H}_x = 0$

Für $x = + \frac{\tau}{2}$ ist $\mathfrak{H}_{max} = \frac{4\pi}{10} \frac{AS \cdot \tau}{2\delta}$

Für $x = - \frac{\tau}{2}$ ist $\mathfrak{H}_{max} = - \frac{4\pi}{10} \frac{AS \cdot \tau}{2\delta}$.

Soll die Gerade in Abb. 153 die Ankeramperewindungen darstellen, so ist statt $\mathfrak{H}_{max}$ nach oben und unten von der Abszissenaxe $\frac{\tau}{2}$ AS aufzutragen. Die Amperewindungen der Feldmagnete sind unter den Polschuhen konstant, diejenigen des Ankers ändern

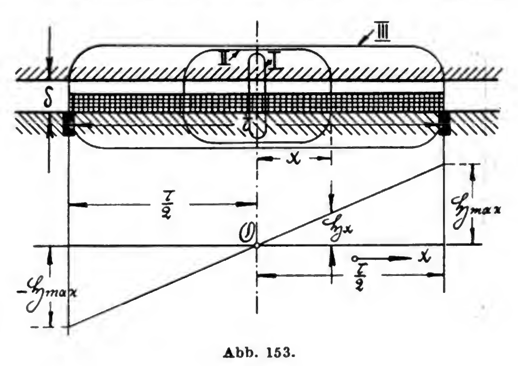


Abb. 153.

sich nach einer Geraden und sind in der Polmitte Null. In Abb. 154 sind nun für fünf verschiedene Bürstenstellungen die Magnet- und Ankeramperewindungen zu den resultierenden AW zusammengesetzt. In I stehen die Bürsten in der neutralen Zone. Die resultierenden Amperewindungen sind gegen die Magnet-AW nur verzerrt, die Gesamtzahl ist ungeändert. Der Inhalt von $\overline{ABCD}$ ist gleich dem von $\overline{ABFE}$. Das Ankerfeld besitzt in I keine Gegenwindungen, die das Magnetfeld schwächen, sondern nur Querwindungen, die das Magnetfeld verzerren. In II ist die Bürstenverschiebung $\gamma \cdot \tau <$ als die halbe Pollücke $\frac{\tau - b_p}{2}$. Verwandelt man $\overline{ABFE}$ in ein Rechteck mit der Grundlinie $\overline{AB}$, so ist seine Höhe um AW_g kleiner als bei I. Das Ankerfeld besitzt jetzt auch Gegenwindungen. Um wieder die anfänglichen Magnet-AW $\overline{AD}$ zu erhalten, müssen

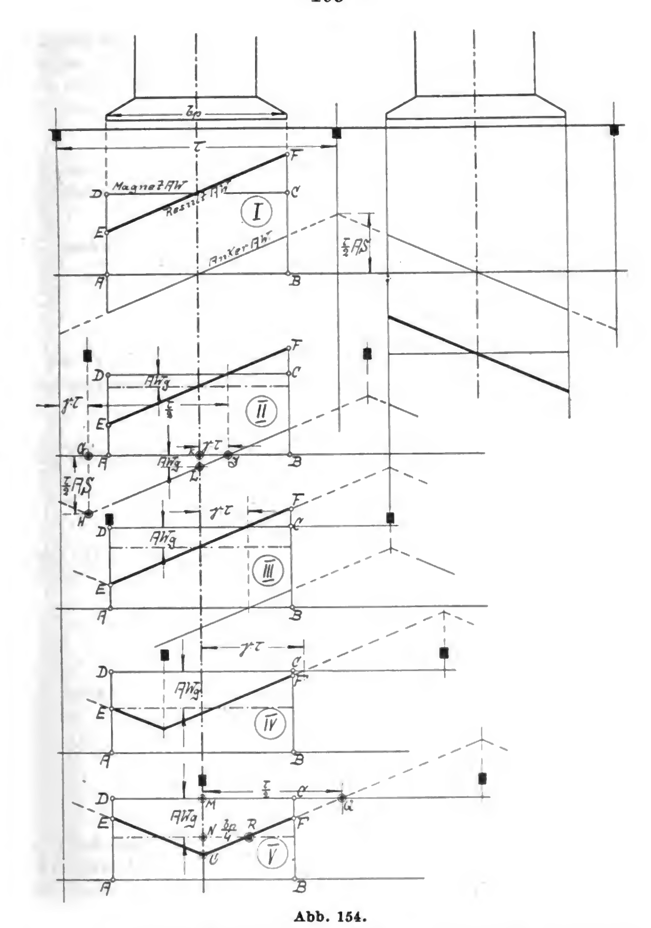


Abb. 154.

noch AW_g Amperewindungen auf den Feldmagneten angebracht werden.

Die Größe von AW_g berechnet sich leicht aus den beiden ähnlichen Dreiecken $\overline{GHJ}$ und $\overline{JKL}$. Es ist

$$\frac{\frac{\tau}{2} \cdot A\,S}{A\,W_g} = \frac{\frac{\tau}{2}}{\gamma \cdot \tau} \text{ oder}$$

$$A W_g = \frac{\frac{\tau}{2} \cdot A\,S \cdot \gamma \cdot \tau}{\frac{\tau}{2}} = A\,S \cdot \gamma \cdot \tau.$$

In III sind die Bürsten bis an den Polrand vorgeschoben. Die Gegenamperewindungen sind gewachsen auf

$$A W_g = A S \frac{\tau - b_p}{2}.$$

In IV sind die $A W_g$ noch weiter gewachsen und in V, wo die Bürsten unter den Polmitten stehen, sind sie ein Maximum geworden. Für V gilt

$$A W_g = \overline{MO} - \overline{NO}.$$

Nun ist $\overline{MO} = \frac{\tau}{2}$ AS und aus den ähnlichen Dreiecken $\overline{MOQ}$ und $\overline{NOR}$ folgt

$$\frac{MO}{NO} = \frac{MQ}{NR} \text{ also}$$

$$\frac{\frac{\tau}{2} A S}{N O} = \frac{\frac{\tau}{2}}{\frac{b_p}{4}} = \frac{2\tau}{b_p}$$

$$\overline{NO} = \frac{\frac{\tau}{2} A\,S \cdot b_p}{2\tau} = \frac{b_p}{4} A\,S$$

$$A W_g = A S \left(\frac{\tau}{2} - \frac{b_p}{4}\right).$$

Trägt man für verschiedene Bürstenstellungen die $A W_g$ abhängig von $\gamma \cdot \tau$ auf, so erhält man ein Diagramm (Abb. 155). Für Verschiebungen bis unter den Polrand ist

$$A W_g = A S \cdot \gamma \cdot \tau \text{ pro Pol.}$$

Diese Amperewindungszahl muß, damit auch bei Belastung der angestrebte Kraftlinienstrom erhalten wird, durch Hinzufügen von Amperewindungen zur Magnetwicklung kompensiert werden. Bringt man die oben berechnete Amperewindungszahl auf dem Magneten

noch mit an, so wird diese zur Kompensation der Entmagnetisierung nicht ausreichen, da ja infolge der Streuung nicht alle erzeugten Kraftlinien durch den Anker gelangen. Der berechnete Wert muß noch mit dem Streuungskoeffizienten σ erweitert werden, so daß wir erhalten

$$A W_g = \sigma \cdot A S \cdot \gamma \cdot \tau \text{ pro Pol.}$$

Die Gegenamperewindungen liegen unter dem doppelten Bürstenverschiebungswinkel $2\,\alpha$, die Queramperewindungen unter dem Pol-

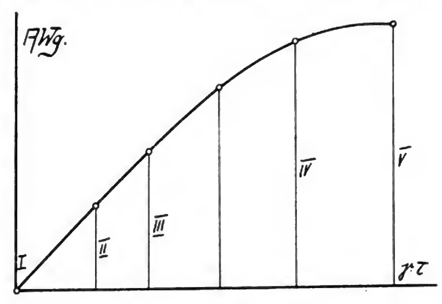


Abb. 155.

bogen (Abb. 156). Nach Abb. 154 (I) sind die Queramperewindungen pro Pol

$$A W_q = \frac{\frac{\tau}{2} A S \cdot \frac{b_p}{2}}{\frac{\tau}{2}} = A S \frac{b_p}{2}.$$

Sie erzeugen unter den Polkanten ein Feld von

$$\mathfrak{B}_q = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{A W_q}{l_q} = \frac{4\pi \cdot A S \cdot b_p}{10\; 2\, \delta_q} \text{ oder}$$

$$\mathfrak{B}_q = \frac{4\pi}{20} \cdot \frac{A S \cdot b_p}{\delta_q} = 0{,}628 \frac{A S \cdot b_p}{\delta_q}.$$

Die Länge der Kraftlinien ist wieder l_q = Luftspalt δ_q gesetzt, der Eisenwiderstand also vernachlässigt. Um an der vorderen Polkante noch ein Feld zur Kommutierung des Stromes zu erhalten, müssen die Amperewindungen für Luft und Zähneschicht größer sein als $A W_q$, also

$$A S \frac{b_p}{2} < A W_l + A W_z.$$

$A W_l$ ist durch Vergrößerung des Luftspaltes und $A W_z$ durch große Zahninduktion zu erhöhen. Man wird natürlich diese Größen nicht

zu sehr steigern, weil damit das Kupfer auf den Magneten wächst und die Maschine nicht konkurrenzfähig in bezug auf den Preis bleibt. Die Differenz $(AW_l + AW_z) - AS\frac{b_p}{2}$ wird man nur so groß nehmen als zur funkenfreien Stromwendung gerade nötig ist.

Der Quermagnetisierung kann man auch dadurch entgegenwirken, daß man durch Schlitze in den Polen den magnetischen Widerstand der Querkraftlinien vergrößert (Abb. 157). Durch diese Schlitze wird der magnetische Widerstand des Magnetkreises nicht beeinflußt, doch fällt durch den größeren Magnetumfang die Drahtlänge der Magnetwicklung größer aus.

Ist $\mathfrak{B}_l$ die Induktion im Luftspalt, so muß an der Eintrittskante die Differenz $\mathfrak{B}_l - \mathfrak{B}_q = \mathfrak{B}_l'$ noch größer sein als die Induktion $\mathfrak{B}_k$, hervorgerufen durch den veränderlichen Strom in den kurz geschlossenen Windungen unter der Bürste, damit die Kommutation noch vor der Polkante erfolgen kann. Im äußersten Fall darf $\mathfrak{B}_l' = \mathfrak{B}_k$ sein, also

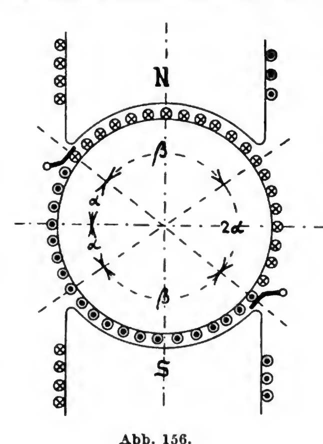


Abb. 156.

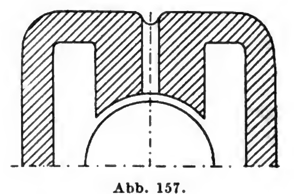


Abb. 157.

$$\mathfrak{B}_q - \mathfrak{B}_l = \mathfrak{B}_k.$$

Aus der Gleichung für $\mathfrak{B}_q$ kann man mit diesem Wert den minimalen Luftspalt δ_q an den Polkanten berechnen. Es ist

$$\delta_{q\,min} = \frac{0{,}628\,AS \cdot b_p}{\mathfrak{B}_q} = \frac{0{,}628\,AS \cdot b_q}{\mathfrak{B}_l - \mathfrak{B}_k}.$$

46. Bedingungen für funkenfreie Kommutierung in der neutralen Linie, bei konstanter Bürstenstellung.

Allgemein wird heute an eine marktfähige Maschine die Bedingung gestellt, daß sie ohne Bürstenverschiebung von Leerlauf

bis Vollast funkenfrei arbeitet. Ein solcher Betrieb läßt sich bei normalen Maschinen, ohne Anwendung besonderer Kommutierungsvorrichtungen erreichen, wenn die mechanische Konstruktion von Kollektor und Bürsten gut ist, und die im folgenden entwickelten elektrischen Bedingungen eingehalten werden.

In Abb. 90, Abschnitt V, 24, ist der Vorgang bei der Stromwendung erläutert. Wir wollen nun den Verlauf des Stromes in der kurzgeschlossenen Spule rechnerisch und graphisch verfolgen. In Abb. 158 ist noch einmal die gerade im Kurzschluß befindliche Spule gezeichnet. Der Eigenwiderstand der Spule sei ϱ_s Ohm, derjenige der Verbindungsdrähte c und d zwischen Spule und Kollektorsegmenten je ϱ_1 Ohm, und der Übergangswiderstand zwischen Kollektor und Bürstenfläche a · b r Ohm. Der Kollektor bewegt sich mit der Geschwindigkeit v_k *cm/sec.* Die Kurzschlußzeit der Spule, das ist die Zeit, die sich die Isolationsschicht zwischen zwei Lamellen unter der Bürste befindet, sei T *sec.*

Abb. 158.

Unsere sämtlichen Ableitungen werden unter der Voraussetzung Bürstenbreite b gleich Lamellenbreite β gemacht.

Wir wollen zuerst den Stromverlauf in der Spule für den einfachsten Fall darstellen. Dieser tritt ein unter folgenden Voraussetzungen:

a) Die Widerstände ϱ_s und ϱ_1 sind gegenüber r vernachlässigbar klein.

b) Durch die Veränderung des Stromes während der Zeit T wird keine EMK der Selbst- und gegenseitigen Induktion in der Spule erzeugt.

c) Durch die Bewegung der Spule in einem äußeren Feld wird keine EMK in ihr hervorgerufen.

Durch Vergrößerung des Übergangswiderstandes r_1 zwischen Segment 1 und Bürste und gleichzeitige Verkleinerung des Widerstandes r_2 zwischen Segment 2 und Bürste wird der Strom allmählich von Segment 1 nach 2 gedrängt.

Die Widerstände sind umgekehrt proportional den Auflageflächen und da die axiale Breite a konstant ist, auch umgekehrt proportional den Strecken $v_k \cdot t$ und $v_k (T - t)$ *cm*, denn Weg = Geschwindigkeit × Zeit. Liegt die Bürste noch ganz auf Segment 1, so ist r umgekehrt proportional der Strecke $v_k \cdot T$. Es wird also:

$$\frac{r_1}{r} = \frac{v_k \cdot T}{v_k \cdot t} \text{ oder } r_1 = r\,\frac{T}{t}$$

$$\frac{r_2}{r} = \frac{v_k \cdot T}{v_k\,(T - t)} \text{ oder } r_2 = r\,\frac{T}{T - t}.$$

Da in Abb. 158 r_2 schon kleiner ist als r_1, so fließt der größere Strom $i_a + i$ von der Bürste nach 2 und der kleinere Strom $i_a - i$ nach 1. Der Strom i fließt von rechts nach links durch die kurz geschlossene Spule. Setzt man $\varrho_s = 0$ und $\varrho_1 = 0$, so ergibt das zweite Kirchhoffsche Gesetz (Abschnitt I, 6)

$$(i_a - i)\,r_1 - (i_a + i)\,r_2 = 0$$

$$i_a \cdot r_1 - i \cdot r_1 = i_a \cdot r_2 + i \cdot r_2$$

$$i_a\,(r_1 - r_2) = i\,(r_1 + r_2)$$

$$i = i_a\,\frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} = i_a\,\frac{r\left[\frac{T}{t} - \frac{T}{T - t}\right]}{r\left[\frac{T}{t} + \frac{T}{T - t}\right]}$$

$$i = i_a\,\frac{T - 2\,t}{T}$$

$$i = i_a\left(1 - \frac{2\,t}{T}\right).$$

Trägt man in Abb. 159 i abhängig von der Zeit t auf, so erhält man eine Gerade.

$$\text{Für } t = 0 \text{ ist } i = +\,i_a$$

$$\text{Für } t = \frac{T}{2} \text{ ist } i = 0$$

$$\text{Für } t = T \text{ ist } i = -\,i_a.$$

Zur Zeit $t = 0$ ist der Strom im anlaufenden Segment 2 noch Null, also der Strom im Segment 1 $2\,i_a$, zur Zeit $t = T$ ist der Strom im ablaufenden Segment 1 Null, dagegen in Segment 2 gleich $2\,i_a$. Die Ordinaten zwischen der Horizontalen AB und der Stromlinie ergeben also die Ströme im anlaufenden Segment, die Ordinaten zwischen CD und der Stromlinie die Ströme im ablaufenden Segment. So wie im anlaufenden Segment der Strom zunimmt, so vergrößert sich auch die Übergangsfläche, die Stromdichte muß also konstant sein. Ebenso ist es beim ablaufenden Segment. In derselben Weise wie der Strom nimmt auch die Übergangsfläche ab. Man kann diesen Fall als „ideale“ Kommutierung ansprechen. Je mehr sich die wirkliche Kommutierung diesem Fall nähert, desto besser ist sie.

Zweitens sollen die Widerstände ϱ_s und ϱ_1 berücksichtigt werden, aber die Einschränkungen b) und c) sollen bestehen bleiben. Es wird also keine EMK in der kurz geschlossenen Spule induziert.

Das Kirchhoffsche Gesetz ergibt wieder:

$$(i_a - i)(r_1 + \varrho_1) - i \cdot \varrho_s - (i_a + i)(r_2 + \varrho_1) = 0$$
$$i_a (r_1 + \varrho_1) - i (r_1 + \varrho_1) = i \cdot \varrho_s + i_a (r_2 + \varrho_1) + i (r_2 + \varrho_1)$$
$$i_a (r_1 + \varrho_1 - r_2 - \varrho_1) = i (r_1 + r_2 + 2 \varrho_1 + \varrho_1).$$

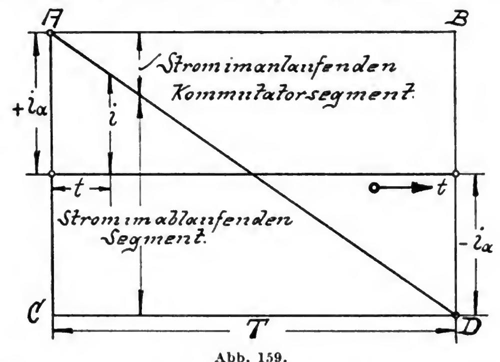


Abb. 159.

Setzt man zur Abkürzung $2 \varrho_1 + \varrho_s = \varrho$, so wird

$$i = i_a \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2 + \varrho}.$$

Setzt man außerdem noch die Werte von r_1 und r_2 ein, so ergibt sich

$$i = i_a \frac{r \cdot T \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{T - t}\right)}{r \cdot T \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{T - t}\right) + \varrho}$$

$$i = i_a \frac{\frac{T - t - t}{t (T - t)}}{\frac{T - t + t}{t (T - t)} + \frac{\varrho \cdot t (T - t)}{r \cdot T \cdot t (T - t)}}$$

$$i = i_a \frac{T - 2 t}{T + \frac{\varrho}{r \cdot T} \cdot t (T - t)}.$$

Für $\varrho = 0$ erhält man die vorher schon gefundene Gleichung

$$i = i_a \frac{T - 2\,t}{T}.$$

Je größer das Verhältnis $\left(\frac{\varrho}{r}\right)$, desto mehr weicht die Kurve für i von der Geraden ab. In Abb. 160 sind 2 Kurven gezeichnet, die erste I für $\left(\frac{\varrho}{r}\right) = 0{,}5$, die zweite II für $\left(\frac{\varrho}{r}\right) = 1$. Bleibt man mit $\left(\frac{\varrho}{r}\right) \leqq 0{,}2$, so wird die Abweichung von der Geraden vernachlässigbar klein.

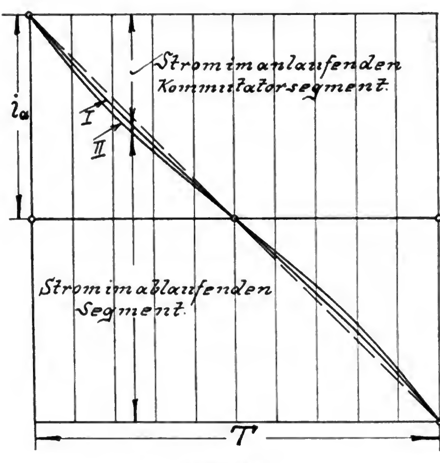


Abb. 160.

Für t = 0,5 T ist die Stromdichte in beiden Segmenten dieselbe, wie im zuerst besprochenen Falle. Dagegen ist beim a n l a u f e n d e n Segment i m A n f a n g der Kommutierung und beim a b l a u f e n d e n Segment a m E n d e der Kommutierung die Stromdichte g r ö ß e r, weil die Ströme größer sind. Wir sehen hier schon den Vorteil von Kohlebürsten gegenüber Metallbürsten, weil ihr Übergangswiderstand r größer ist als bei letzteren. Man kann daher leichter $\left(\frac{\varrho}{r}\right) \leqq 0{,}2$ halten.

Gleichzeitig erkennen wir noch, daß es verfehlt wäre, die Verbindungen zwischen den Ankerspulen und den Kollektorsegmenten aus

Material mit hohem spezifischen Widerstand herzustellen, denn dann würde ϱ_1 groß und also auch

$$\varrho = \varrho_s + 2\,\varrho_1.$$

Drittens lassen wir die Beschränkung b) fallen, setzen aber wieder $\varrho = \varrho_s + 2\,\varrho_1 = 0$. Ebenso soll die Beschränkung c) in Kraft bleiben.

Da der Strom in der kurz geschlossenen Spule seine Stärke und Richtung ändert, so erzeugt er ein wechselndes Kraftlinienfeld, das in der Spule eine EMK der Selbstinduktion verursacht. Auch in den, der betrachteten Spule benachbarten kurzgeschlossenen Spulen, verursacht der wechselnde Strom eine EMK durch gegenseitige Induktion. Beide Wirkungen unterstützen sich immer, weshalb sie in Zukunft in dem Ausdruck EMK der Selbstinduktion zusammengefaßt sind. Die Selbstinduktion kann man auffassen als elektrische Trägheit, sie will den ursprünglichen Zustand aufrecht erhalten. Sie widersetzt sich daher dem Abfallen des Stromes von $+ i_a$ auf Null in der ersten Hälfte der Kommutierung, ebenso dem Wiederansteigen des Stromes von Null auf $- i_a$ in der zweiten Kommutierungshälfte.

Wirkt in dem geschlossenen Stromkreis Abb. 158 die EMK E_s, so ergibt das Kirchhoffsche Gesetz:

$$E_s + (i_a - i)(r_1 + \varrho_1) - i \cdot \varrho_s - (i_a + i)(r_2 + \varrho_1) = 0$$

oder für ϱ_1 und ϱ_s gleich Null

$$E_s + (i_a - i)\, r_1 - (i_a + i)\, r_2 = 0$$

$$E_s + i_a\, r_1 - i \cdot r_1 = i_a \cdot r_2 + i \cdot r_2$$

$$E_s + i_a (r_1 - r_2) = i\,(r_1 + r_2)$$

$$i = \frac{E_s}{r_1 + r_2} + i_a \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}.$$

Der Strom i besteht also jetzt aus 2 Teilen, nämlich

$$i_1 = \frac{E_s}{r_1 + r_2} = \frac{E_s \cdot t\,(T - t)}{r \cdot T^2}$$

und

$$i_2 = i_a \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} = \frac{i_a (T - 2\,t)}{T}.$$

Um i berechnen zu können, muß also E_s bekannt sein. Wir wollen es nach dem Vorgang von Prenzlin in E. T. Z. 1902, Seite 933 auf einem Annäherungsweg bestimmen. Wir setzen zunächst $i_1 = 0$. Die Änderung von i_2 erzeugt die EMK E_s', mit deren Hilfe i_1' und i' berechnet werden können. Aus i' ergibt sich ein neuer Wert der EMK E_s'' und daraus i_1'' und i''. Auf diese Weise erhält man schließlich die endgültigen Werte von E_s und i, wenn sich 2 aufeinanderfolgende Werte

der EMK und des Stromes nicht mehr unterscheiden. Die EMK E_s' ist proportional der Änderung des Stromes pro Sekunde, also

$$E_s' = L \frac{d\,i}{d\,t}.$$

Man nennt L den Selbstinduktionskoeffizienten.

Der Strom i_2 ändert sich während der Zeit T stetig von $+ i_a$ bis $- i_a$, daher um den Betrag $2\,i_a$. Es wird demnach

$$E_s' = L \frac{2\,i_a}{T}.$$

Es ist mithin L und T zu berechnen, um E_s' finden zu können.

Die Windungszahl der kurz geschlossenen Spule sei w_1. Bei der Änderung des Stromes um $\varDelta\,i$ Ampere wird das Kraftlinienfeld der Spule geändert um $w_1 \cdot \varDelta\,\varPhi$ Linien. Nach Abschnitt 37 (14) ist daher

$$L = \frac{w_1 \cdot \varDelta\,\varPhi}{\left(\frac{\varDelta\,i}{10}\right)}\,cm$$

oder

$$L = \frac{10 \cdot w_1 \cdot \varDelta\,\varPhi}{\varDelta\,i}\,10^{-9} \text{ Henry}$$

$$L = \frac{w_1 \cdot \varDelta\,\varPhi}{\varDelta\,i}\,10^{-8} \text{ Henry.}$$

Bezeichnet φ_1 die Kraftlinienzahl, hervorgerufen von dem Strome 1 Ampere in einer Windung, so werden von $\varDelta\,i$ Ampere in w_1 Windungen erzeugt

$$\varDelta\,\varPhi = \varDelta\,i \cdot w_1 \cdot \varphi_1 \text{ Kraftlinien.}$$

Diesen Wert eingesetzt, ergibt

$$L = \frac{w_1 \cdot \varDelta\,i \cdot w_1 \cdot \varphi_1}{\varDelta\,i}\,10^{-8} = w_1^2 \cdot \varphi_1 \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Damit wird

$$E_s' = 2 \cdot w_1^2 \cdot \varphi_1 \frac{i_a}{T} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

oder

$$E_s' = 2\,w_1 \cdot \varphi_1 \frac{w_1 \cdot i_a}{T} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$w_1 \cdot i_a$ sind die Amperewindungen einer Spule. Mit m_k Kollektorlamellen ist die Gesamtamperewindungszahl des Ankers

$$m_k \cdot w_1 \cdot i_a.$$

Bezeichnet A S die Amperestabzahl oder Amperedrahtzahl pro 1 *cm* Ankerumfang, so ist

$$m_k \cdot w_1 \cdot i_a = \frac{A\,S}{2} \cdot D \cdot \pi \text{ oder}$$

$$w_1 \cdot i_a = \frac{A\,S \cdot D \cdot \pi}{2\,m_k} \text{ und}$$

$$E_s' = 2\,w_1 \cdot \varphi_1 \frac{A\,S \cdot D \cdot \pi}{2\,m_k \cdot T} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Abb. 161.

Nun ist $\frac{D \cdot \pi}{m_k} = \beta'$ die Segmentbreite bezogen auf den Ankerumfang.
Die wirkliche Segmentbreite ist

$$\beta = \frac{D_k \cdot \pi}{m_k},$$

wenn D_k = Kollektordurchmesser. (In β ist die Jsolierschicht zwischen zwei Lamellen mit enthalten.)

$$\beta' = \beta\left(\frac{D}{D_k}\right).$$

Zwei ungleichnamige Bürsten stehen immer um die Polteilung τ auseinander, zwei gleichnamige also um $2\,\tau$ *cm*. Bei Wellenwicklungen erfolgt der Kurzschluß durch zwei gleichnamige Bürsten (Abb. 161). Die Anschlüsse zu den Kollektorlamellen dagegen liegen um $y = \frac{x \pm 2\,p'}{z_1}$ Lamellenteilungen auseinander. Statt den Anker mit

der Geschwindigkeit v von links nach rechts zu bewegen, kann man auch in Abb. 162 die Bürsten von rechts nach links bewegen.

Abb. 162a zeigt die Stellung der Bürsten, in der gerade die vordere Kante der Bürste A das Segment 1 berührt. Wir sehen, daß B noch nicht auf Segment 9 aufliegt, die Spule befindet sich noch nicht im Kurzschluß. Erst nach Zurücklegung des Weges $\varDelta$ tritt der Kurzschluß ein (Abb. 162b).

Der Kurzschluß dauert so lange, bis die Bürste A einen Weg von $b' + \beta' - \varDelta$ zurückgelegt hat (Abb. 162c).

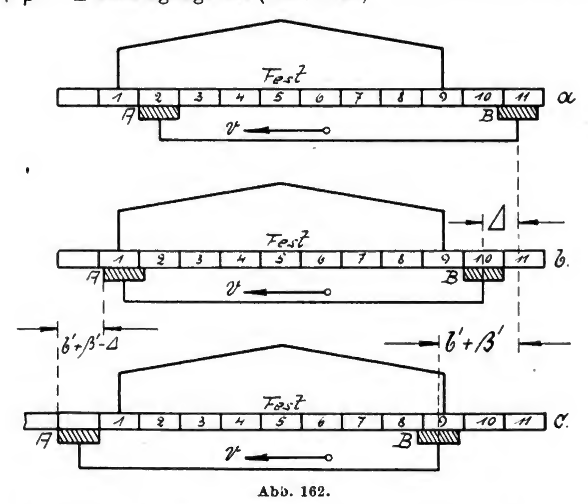


Abb. 162.

Hierauf hört der Kurzschluß auf, obgleich die Bürste B noch auf Segment 9 aufliegt. Während des Kurzschlusses wird also bei $b' = \beta'$ ein Weg zurückgelegt von

$$2\beta' - \varDelta \ cm.$$

Nun ist

$$\varDelta = 2\tau - y = \frac{x \cdot \beta'}{2p} - \frac{x \cdot \beta'}{2p} \mp \frac{p'}{p} \cdot \beta'$$

$$\varDelta = \mp \frac{p'}{p} \cdot \beta'.$$

Während des Kurzschlusses zurückgelegter Weg am Ankerumfang also

$$2\beta' - \left(\mp \frac{p'}{p}\beta'\right) = \beta'\left(2 \pm \frac{p'}{p}\right) cm.$$

Da Kurzschlußzeit $= \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}}$, so wird

$$T = \frac{\beta'\left(2 \pm \frac{p'}{p}\right)}{v} \text{ oder}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{v}{\beta'\left(2 \pm \frac{p'}{p}\right)}.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung für die EMK der Selbstinduktion ein, so wird

$$E_s' = 2\, w_1 \cdot \varphi_1 \frac{A\,S \cdot \beta' \cdot v \cdot 10^{-8}}{2 \cdot \beta'\left(2 \pm \frac{p'}{p}\right)} \text{ oder}$$

$$E_s' = \frac{w_1 \cdot \varphi_1 \cdot A\,S \cdot v}{2 \pm \frac{p'}{p}} 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die kleinste Kurzschlußzeit ist $T = \frac{\beta'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}{v}$, damit erhalten wir also

$$E_s' = \frac{w_1 \cdot \varphi_1 \cdot A\,S \cdot v}{2 - \frac{p'}{p}} 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Bei Parallelschaltung ist $\frac{p'}{p} = 1$, also

$$E_s' = w_1 \cdot \varphi_1 \cdot A\,S \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Bei Serienschaltung muß man zwei Fälle unterscheiden, es können erstens so viel Bürstenstifte angebracht werden als Pole vorhanden sind, zweitens können nur zwei Bürstenstifte verwendet werden. In Abb. 163 sind alle vier Bürstenstifte vorhanden, durch zwei gleichnamige Bürsten wird immer nur eine Spule kurzgeschlossen. Wir erhalten also, da $p' = 1$ ist:

$$E_s' = \frac{w_1 \cdot \varphi_1 \cdot A\,S \cdot v}{2 - \frac{1}{p}} 10^{-8} \text{ Volt (alle Bürstenstifte).}$$

In Abb. 164 sind nur zwei Bürstenstifte vorhanden; durch die negative Bürste werden p Spulen hintereinander kurzgeschlossen. Es ist daher für diesen Fall:

$$E_s' = \frac{p \cdot w_1 \cdot \varphi_1 \cdot A\,S \cdot v}{2 - \frac{1}{p}} 10^{-8} \text{ Volt (zwei Bürstenstifte).}$$

Bei mehrpoligen Ankern mit weniger Ankerzweigen wie Pole sind immer $\frac{p}{p'}$ Spulen hintereinander kurzgeschlossen, so daß wir erhalten:

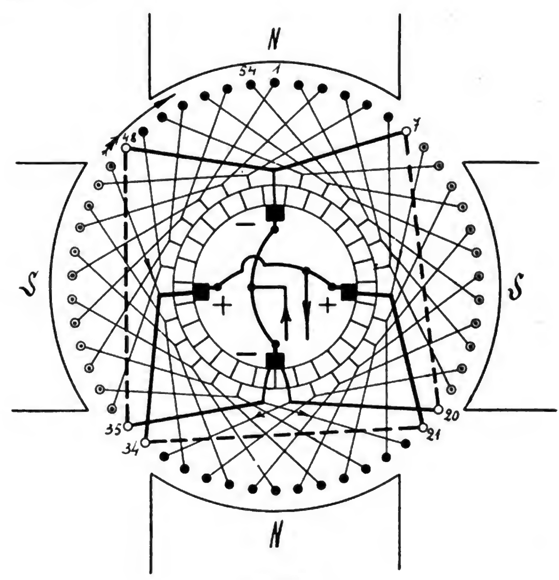


Abb. 163.

$$E_s' = \frac{p \cdot w_1 \cdot \varphi_1 \cdot A\,S \cdot v}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)} 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Parshall und Hobart fanden durch den Versuch, daß pro Ampere und Windung vier Kraftlinien auf jedes Zentimeter Eisenlänge und 0,8 Kraftlinien auf jedes Zentimeter freie Länge entfallen. Bezeichnen wir mit L_e die Eisenlänge des Ankers, mit l_s die Stirnverbindung einer Stirnseite, einschließlich der Luft-

kanäle und Isolationsschichten zwischen den Blechen, so ist die Länge einer Ankerwindung $= 2 (L_e + l_s)$.

Ist noch ψ_1 die Kraftlinienzahl pro Zentimeter Eisenlänge, so ist auch

$$\varphi_1 = L_e \cdot \psi_1 \text{ pro Ampere und Windung.}$$

$$\psi_1 = \frac{\varphi_1}{L_e}.$$

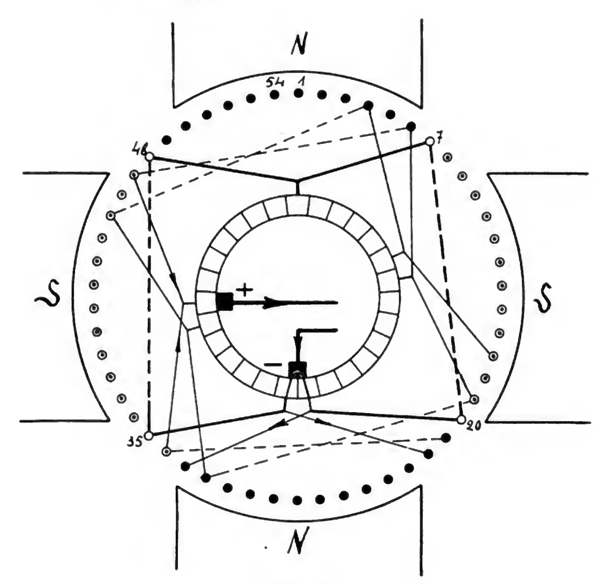


Abb. 164.

Beim Einsetzen der Werte von Parshall und Hobart ist darauf zu achten, daß auf der Eisenlänge die doppelte Windungszahl wie auf der freien Länge zur Wirkung kommt (Abb. 165). Wir berücksichtigen dies dadurch, daß wir auf der Eisenlänge die Kraftlinienzahl pro Zentimeter verdoppeln und in der Gleichung für E_s' dann mit der einfachen Windungszahl w_1 rechnen können. Es wird also

$$\varphi_1 = 2 L_e \cdot 4 + l_s \cdot 0{,}8 = 8 L_e + 0{,}8 l_s$$

und

$$\psi_1 = \frac{8 L_e + 0{,}8 l_s}{L_e} = 8 + 0{,}8 \left(\frac{l_s}{L_e}\right)$$

$$\psi_1 = 8\left(1 + 0{,}1\,\frac{l_s}{L_e}\right).$$

In der schon erwähnten Arbeit leitet Prenzlin folgenden Ausdruck ab, für eine Nutenwicklung mit Ober- und Unterlage in jeder Nut:

$$\psi_1 = 1{,}675\,\frac{h_n}{b_n} + 3{,}68 \log \frac{\tau - b_p}{b_n} + \frac{l_s}{L_e}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{D}{p \cdot b_n}\right)^{*)}$$

Setzt man noch den Wert $\varphi_1 = L_e \cdot \psi_1$ in die Gleichung für E_s' ein, so wird:

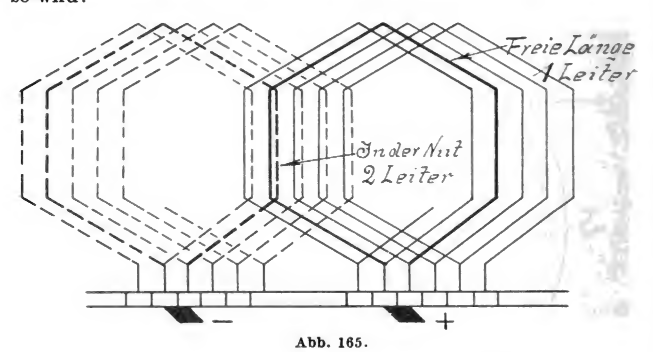


Abb. 165.

$$E_s' = \frac{p \cdot w_1 \cdot L_e \cdot \psi_1 \cdot A\,S \cdot v}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}\,10^{-8}\ \text{Volt.}$$

Man nennt E_s' gewöhnlich die „Reaktanzspannung".

Beispiel. Es ist die Reaktanzspannung für einen vierpoligen Motor in Serienschaltung mit nur zwei Bürstenstiften zu berechnen. Für den Motor gelten folgende Abmessungen und Daten:

Ankerdurchmesser $D = 25{,}4$ *cm*
Ankereisenlänge $L_e = 9{,}2$ *cm*
Länge einer Ankerwindung $= 72$ *cm*
Freie Länge einer Stirnseite $l_s = \frac{72 - 2 \cdot 9{,}2}{2} = 36 - 9{,}2 = 26{,}8$ *cm*
Windungszahl pro Spule $w_1 = 3$
Tourenzahl pro Minute $n = 1000$

*) Am Ende des Buches ist in einem Anhang die Ableitung dieser und einiger hierher gehöriger Formeln gebracht.

Amperedrahtzahl pro Zentimeter Ankerumfang A S = 84
Länge des Polbogens $b_p = 12{,}7$ *cm*
Nutentiefe $h_n = 1{,}6$ *cm*
Nutenweite $b_n = 0{,}64$ *cm.*

Die Ankerumfangsgeschwindigkeit ist

$$v = \frac{25{,}4 \cdot \pi \cdot 1000}{60} = 1330 \ cm/sec.$$

Die Polteilung $\tau = \dfrac{25{,}4 \cdot \pi}{4} = 20 \ cm.$

Nach Parshall und Hobart ist

$$\psi_1 = 8 + 0{,}8 \frac{26{,}8}{9{,}2} = 8 + 2{,}9 = 10{,}9.$$

Nach Prenzlin ist:

$$\psi_1 = 1{,}675 \frac{1{,}6}{0{,}64} + 3{,}68 \log \frac{20 - 12{,}7}{0{,}64} + \frac{26{,}8}{9{,}2} \left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{25{,}4}{2 \cdot 0{,}64}\right)$$

$$\psi_1 = 4{,}18 + 3{,}88 + \frac{26{,}8}{9{,}2} (0{,}1 + 1{,}19)$$

$$\psi_1 = 8{,}06 + 3{,}76 = 11{,}82.$$

Rechnet man mit dem letzteren Wert, so wird

$$E_s' = \frac{2 \cdot 3 \cdot 11{,}82 \cdot 9{,}2 \cdot 84 \cdot 1330}{2 - \frac{1}{2}} \cdot 10^{-8} = 0{,}488 \text{ Volt.}$$

Die weiteren Ausführungen sollen an Hand dieses Beispiels gemacht werden. Zur Berechnung des Teilstromes i_1' muß noch der Übergangswiderstand r bekannt sein. An einer Kohlenbürste ist der Spannungsverlust ungefähr 1 Volt, und da der Gesamtstrom $J_a = 17{,}6$ Ampere beträgt, so ist

$$r \cong \frac{1}{17{,}6} \cong 0{,}055 \ \Omega.$$

Hiermit wird

$$i_1' = \frac{E_s' \cdot t\,(T - t)}{0{,}055 \cdot T^2} = \frac{0{,}488}{0{,}055} \, \frac{t\,(T - t)}{T^2}$$

$$i_1' = 8{,}87 \, \frac{t\,(T - t)}{T^2}.$$

Für $t = 0$ ist $i_1' = 0$, ebenso für $t = T$. Für $t = \frac{T}{2}$ ist i_1' sein Maximum, nämlich

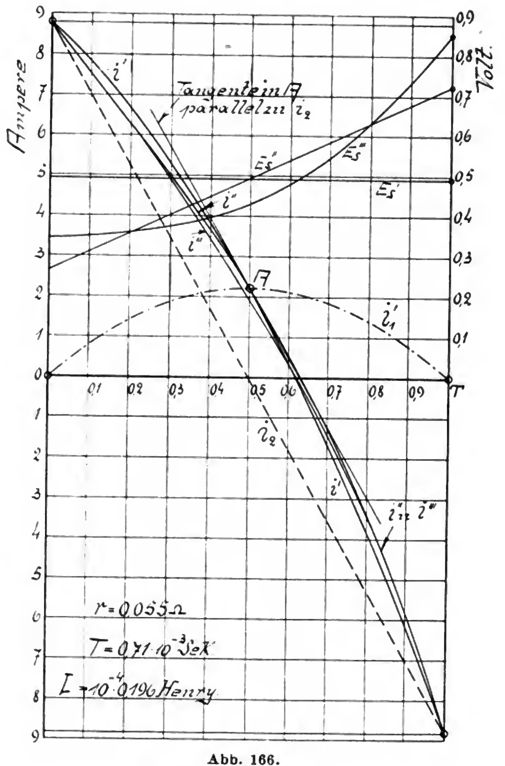


Abb. 166.

$$i_1' = 8{,}87 \frac{\frac{T}{2} \cdot \frac{T}{2}}{T^2} = \frac{8{,}87}{4} = 2{,}22 \text{ Ampere.}$$

Da $i_a = 8{,}8$ Ampere, so ist der Maximalwert von $i_1' = \frac{2{,}22}{8{,}8} \cdot 100 = 25{,}2\%$ von i_a.

Der Strom $i_2 = i_a \frac{T - 2\,t}{T}$ ist eine Gerade.

In Abb. 166 ist nun $i' = i_1' + i_2$ gebildet. Infolge der Selbstinduktion erfolgt die Abnahme des Stromes verzögert, und ebenso die Zunahme in umgekehrter Richtung. Bei $t = \frac{T}{2}$ ist i′ nicht Null, sondern + 2,22 Ampere. Erst bei t = 0,62 T geht der Strom durch Null.

Der veränderliche Strom i′ erzeugt nun die EMK E_s'', die nicht mehr, wie E_s', konstant ist, weil i′ sich in den einzelnen Zeitintervallen verschieden schnell ändert. Bei t = 0,5 T ist die Änderung von i′ dieselbe wie die des Stromes i_2, denn die Tangente an i′ im Punkte

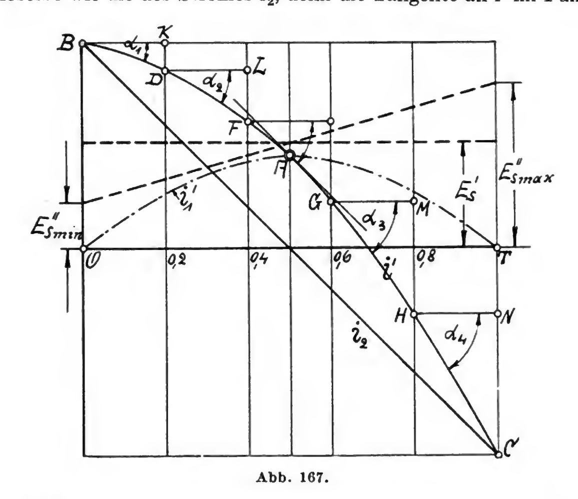


Abb. 167.

A ist parallel zu i_2. Von t = 0 bis t = 0,1 T ist die Änderung am kleinsten, also E_s'' ein Minimum, von t = 0,9 T bis t = T ist die Änderung von i′ am größten, also E_s'' ein Maximum. Die Änderung des Stromes mit der Zeit ist durch tg α (Abb. 167) angegeben. In dem Δ BKD ist

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{KD}{BK} = \frac{\Delta i'}{\Delta t}.$$

Der Winkel α in den aufeinanderfolgenden Dreiecken $\overline{BKD}$, $\overline{DLF}$, $\overline{GMH}$, $\overline{HNC}$ wird immer größer, also auch tg α und folglich die EMK E_s''.

$$E_s'' = L \frac{\Delta i'}{\Delta t} = L \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Selbstinduktionskoeffizient der beiden hintereinander geschalteten Spulen ist in unserem Beispiel

$$L = 2 \cdot w_1^2 \cdot \varphi_1 \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 3^2 \cdot 9{,}2 \cdot 11{,}82 \cdot 10^{-8}$$

$$L = 1960 \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Die Kurzschlußzeit ist

$$T = \frac{\beta'\left(2 - \frac{1}{p}\right)}{v}.$$

Die Zahl der Kollektorlamellen ist $m_k = 127$, also

$$\beta' = \frac{D \cdot \pi}{m_k} = \frac{25{,}4 \cdot \pi}{127} = 0{,}63\ cm$$

$$T = \frac{0{,}63 \cdot 1{,}5}{1330} = 0{,}71 \cdot 10^{-3} \text{ Sekunden.}$$

In Abb. 166 ist nun*)

$$10\ mm = 1 \text{ Ampere}$$

$$10\ mm = 0{,}71 \cdot 10^{-4} \text{ Sekunden.}$$

Mit Berücksichtigung dieser Maßstäbe wird daher

$$E_s'' = 1960 \cdot 10^{-8} \frac{1}{0{,}71 \cdot 10^{-4}} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$E_s'' = 0{,}276 \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Rechnet man hiernach in den zehn Zeitintervallen E_s'' aus und trägt es in der Mitte jedes Intervalles auf, so ergibt die Verbindung der zehn Punkte die Gerade für E_s''. Das Maximum von E_s'' bei T ist 0,73 Volt, das Minimum ist 0,26 Volt.

Der Teilstrom i_1'' berechnet sich jetzt aus:

$$i_1'' = \frac{E_s''}{0{,}055} \frac{t(T-t)}{T^2} = 18{,}2\, E_s'' \frac{t(T-t)}{T^2}.$$

Aus i_1'' und i_2 ist jetzt i'' konstruiert, und aus i'' auf die angegebene Weise E_s'''.

$$E_s''' = 0{,}276 \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Hiermit ist dann i''' zu berechnen, daraus wieder E_s'''' und hiermit i''''. Die Konstruktion ist so lange fortzusetzen, bis zwei aufeinanderfolgende Kurven des Gesamtstromes nicht mehr voneinander abweichen. Dann hat man die richtigen Werte i und E_s gefunden. In Abb. 166 ist schon i''' nur sehr wenig von i'' verschieden. In der Mitte der Kommutierung ist $i' = i_1' = 0{,}252\, i_a$.

---

*) Auf ca. $^2/_3$ verkleinert.

Der Widerstand im Kurzschlußkreis ist $r_1 + r_2 = 2\,r + 2\,r = 4\,r\ \Omega$. Setzt man diese Werte in die Gleichung

$$i_1' = \frac{E_s'}{r_1 + r_2} \text{ ein, so wird}$$

$$0{,}252\, i_a = \frac{E_s'}{4\,r}$$

$$E_s' = 1{,}0\, i_a \cdot r = L \frac{2\, i_a}{T}.$$

Hieraus
$$\frac{r \cdot T}{L} = 2.$$

Bezeichnet man den Quotienten $\frac{r \cdot T}{L}$ allgemein mit k, so ist für den untersuchten Motor

$$k = 2.$$

Wäre der Strom i_1' in der Mitte der Kommutierung gleich $0{,}2\, i_a$, so ergäbe sich

$$0{,}2\, i_a = \frac{E_s'}{4\,r} \text{ oder}$$

$$E_s' = 0{,}8\, i_a \cdot r = L \frac{2\, i_a}{T}$$

$$\frac{r \cdot T}{L} = \frac{2}{0{,}8} = 2{,}5 \text{ also}$$

$$k = 2{,}5.$$

In letzterem Falle weicht offenbar die i' Curve von der Geraden i_2 weniger ab als im ersten Falle. Je größer also $k = \frac{r \cdot T}{L}$, desto weniger veränderlich ist die Stromdichte unter den Bürsten, desto besser die Kommutation. Die ungünstige Wirkung eines kleinen Wertes von k ist in Abb. 166a und b gezeigt, wobei die Werte aus Abb. 166 beibehalten wurden, nur L wurde verdoppelt, so daß $k = 1$ wird.

Die i Kurven liegen alle oberhalb der i_2 Geraden, also ist die Stromdichte im anlaufenden Segment verkleinert, dagegen im ablaufenden vergrößert. Am größten wird die Stromdichte am Ende der Kommutierung, es genügt daher, wenn wir diesen Augenblick weiter betrachten. Die Maxima der verschiedenen E_s-kurven liegen am Ende der Kommutierungszeit. Aus der graphischen Ermittelung in Abb. 166a und b entnehmen wir folgende Werte:

$E_s' = 0{,}976$ Volt	Aus Abb. 166 ist:
$E''_{s\,max} = 1{,}952$ „	$E_s' = 0{,}488$ Volt
$E'''_{s\,max} = 2{,}92$ „	$E_s'' = 0{,}732$ „
$E''''_{s\,max} = 3{,}90$ „	$E_s''' = 0{,}854$ „

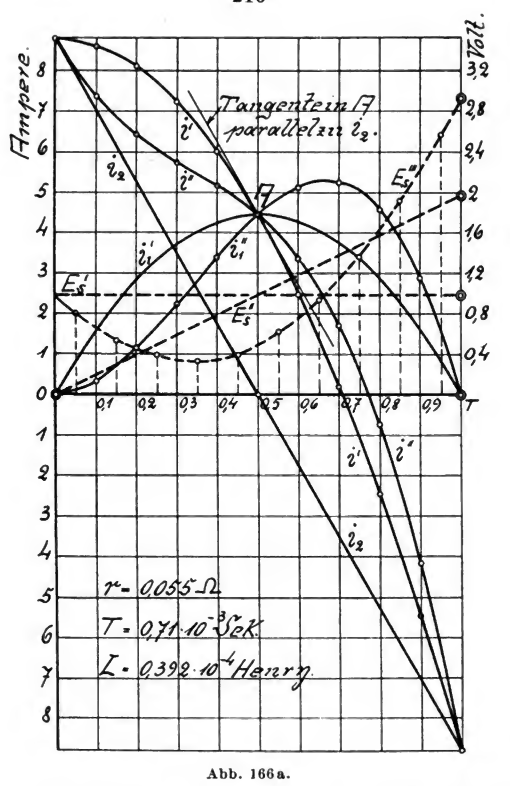


Abb. 166a.

Die verschiedenen Maximalwerte von E_s lassen sich auch mit Hilfe von E_s' und k berechnen. Setzt man nämlich:

$$E''_{s\,max} = E'_s\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$E'''_{s\,max} = E'_s\left(1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2}\right)$$

$$E''''_{s\,max} = E'_s\left(1 + \frac{1}{k} + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^3}\right),$$

so wird



Abb. 166 b.

für Abb. 166a und b:

$$E''_{s\,max} = 0{,}975(1+1) = 1{,}95 \text{ Volt}$$
$$E'''_{s\,max} = 0{,}975 \cdot 3 = 2{,}925 \text{ ,,}$$
$$E''''_{s\,max} = 0{,}975 \cdot 4 = 3{,}90 \text{ ,,}$$

für unseren Motor:

$$E''_s = 0{,}488\left(1+\frac{1}{2}\right) = 0{,}732$$
$$E'''_s = 0{,}488\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right) = 0{,}854.$$

Für den Endwert von $E_{s\,max}$ können wir also die Gleichung anschreiben:

$$E_{s\,max} = E_s'\left[1+\frac{1}{k}+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{k^3}+\frac{1}{k^4}+\ldots+\frac{1}{k^n}\right] \text{ Volt.}$$

Wird in dieser Gleichung $k < 1$, so sind $E_{s\,max}$ ∞ groß, also auch die Stromdichte an der ablaufenden Segmentkante. Ein funkenfreies Kommutieren in der neutralen Linie ist dann ausgeschlossen. Als erste Bedingung für funkenfreie Stromwendung erhalten wir also

$$k > 1.$$

Multipliziert man die Gleichung $\frac{r \cdot T}{L} = k$ auf beiden Seiten mit $J_a = 2\,i_a$, so wird

$$\frac{r \cdot T}{L} \cdot J_a = k \cdot J_a$$

oder

$$r \cdot J_a = L \frac{J_a}{T} \cdot k = L \frac{2\,i_a}{T} \cdot k.$$

Nun ist $r \cdot J_a = \varepsilon_r$ der Spannungsverlust an der Bürste infolge des Übergangswiderstandes r, und $L \frac{2\,i_a}{T} = E_s'$ die Reaktanzspannung.

Es ist also

$$\frac{\varepsilon_r}{E_s'} = k \text{ größer als 1 zu machen.}$$

Für Kohlebürsten war als Mittelwert schon $\varepsilon_r = 1 - 1{,}5$ Volt angegeben, also wird

$$\frac{1{,}5}{E_s'} > 1,$$

d. h. E_s' kleiner als 1,5 Volt. Je größer der Übergangswiderstand r, desto größer darf auch die Reaktanzspannung sein. Bei den modernen bis aufs äußerste ausgenutzten Maschinen wird man nur Kohlebürsten verwenden können. Oft genügt es, bei einer feuernden Maschine eine Kohlensorte mit größerem Übergangswiderstand zu verwenden, und sie läuft dann funkenfrei.

Aus den mit Kohlenbürsten gemachten Erfahrungen ergeben sich folgende Werte für funkenfreie Kommutation, bei guter mechanischer Konstruktion von Kollektor und Bürsten:

$$k > 1{,}4 \qquad E_s' \leqq 1{,}5 \text{ Volt} \qquad E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right) \leqq 2{,}0 \text{ Volt}$$

wobei für beliebige Wicklung

$$k = \frac{r \cdot T}{L} \cdot \frac{p'}{p}.$$

Wir wollen gleich wieder die Gelegenheit wahrnehmen und auf die Kontrolle von Gleichungen mit Hilfe der Dimensionen hinweisen. In der obigen Gleichung $E_{s\,max} = E_s'\left[1 + \frac{1}{k} + \ldots + \frac{1}{k^n}\right]$ stehen auf der linken Seite Volt, und da auf der rechten Seite E_s'

auch in Volt gemessen wird, muß der Klammerausdruck eine dimensionslose Zahl sein. Es muß also k dimensionslos sein, d. h.

$$\text{Dim. [r]} \times \text{Dim. [T]} = \text{Dim. [L]}.$$

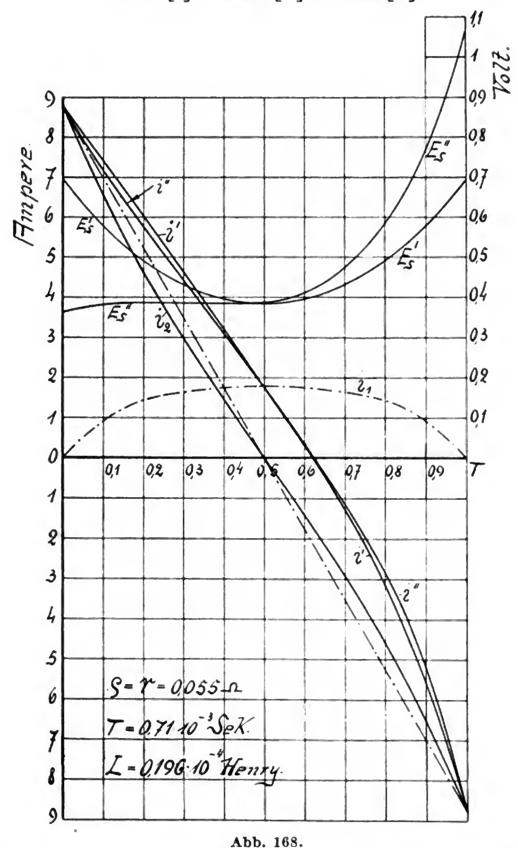


Abb. 168.

Nun ist nach Abschnitt 37 Dim. [r] = $cm \cdot sec^{-1}$, Dim. [T] = sec und Dim. [L] = cm im absoluten Maßsystem, also

$$cm \cdot sec^{-1} \times sec = cm.$$

Viertens soll der Widerstand $\varrho = \varrho_s + 2\,\varrho_1$ nicht vernachlässigt werden, aber alle anderen Einschränkungen unter Drittens Gültigkeit behalten.

Aus Abb. 160 ging schon hervor, daß durch den Einfluß von ϱ die Stromdichte an dem ablaufenden Segment größer war als bei geradliniger Kommutierung. Der ungünstige Einfluß der Selbstinduktion und des Widerstandes ϱ unterstützen sich daher bei dem ablaufenden Segment und die Stromwendung unter Berücksichtigung von ϱ muß ungünstiger werden als für $\varrho = 0$. Der Einfluß von ϱ ist zu vernachlässigen, wenn

$$\varrho \leqq 0{,}2\,r.$$

In Abb. 168 sind die Kurven für den untersuchten Motor gezeichnet, wenn $\varrho = r$ ist. E_s' hat am Anfang und Ende der Kommutierung seinen maximalen Wert, in der Mitte dagegen ein Minimum. Die Abbildung zeigt deutlich, daß die Kommutierung schlechter ist als in Abb. 166 für $\varrho = 0$. Will man die Bedingung $\varrho = 0{,}2\,r$ einhalten, so kann man eine Beziehung zwischen der Stromdichte Δ_a in den Ankerleitern, der Windungszahl w_1 pro Spule und der Länge l_a einer Ankerwindung aufstellen.

Es bedeute:

r_0 den spezif. Übergangswiderstand der Kohlebürsten in Ohm/cm^2,

Q_B den Querschnitt der Bürsten eines Bolzens in Quadratzentimeter,

q_a den Querschnitt des Ankerleiters in Quadratmillimeter,

$s = \frac{1}{50}$ Ohm/mm^2 den spez. Widerstand des warmen Kupfers,

Δ_B = Stromdichte der Bürsten in Ampere/cm^2.

Wir erhalten dann:

$$\varrho = 0{,}2\,r$$

$$r = \frac{r_0}{Q_B}$$

$$Q_B = \frac{2\,i_a}{\Delta_B}$$

$$\varrho = 0{,}2\,\frac{r_0}{Q_B} = \frac{0{,}2\,r_0 \cdot \Delta_B}{2\,i_a} = \frac{s \cdot w_1 \cdot l_a}{q_a}$$

$$r_0 \cdot \Delta_B = 10\,s \cdot w_1 \cdot l_a \left(\frac{i_a}{q_a}\right) = 10\,s \cdot w_1 \cdot l_a \cdot \Delta_a$$

$$\Delta_a = \frac{r_0 \cdot \Delta_B}{10 \cdot \frac{1}{50} \cdot w_1 \cdot l_a}$$

$$\Delta_a = \frac{5 \cdot r_0 \cdot \Delta_B}{w_1 \cdot l_a}.$$

Für die gebräuchlichen Stromdichten $\Delta_B = 4 \div 6$ Ampere/cm^2 **ist aus** Abb. 169

für harte Kohlen im Mittel $\Delta_B \cdot r_0 \cong 1{,}2$,
für weiche Kohlen im Mittel $\Delta_B \cdot r_0 \cong 0{,}85$.

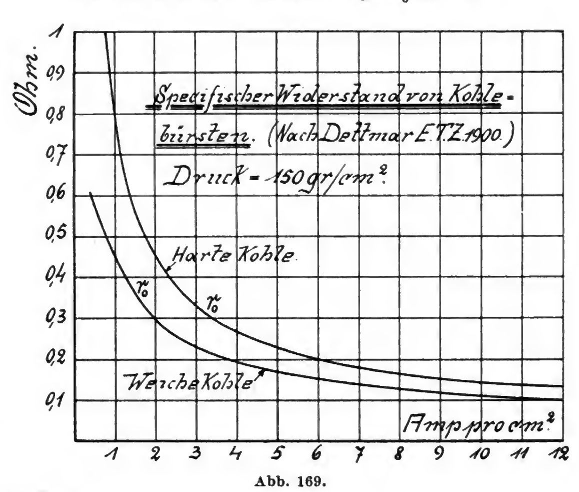


Abb. 169.

Damit ergibt sich

$$\text{Für harte Kohlen } \Delta_a = \frac{6}{w_1 \cdot l_{a\,(m)}},$$

$$\text{Für weiche Kohlen } \Delta_a = \frac{4{,}25}{w_1 \cdot l_{a\,(m)}}.$$

Für $w_1 = 1$ ergibt sich daraus bei einer Länge der Ankerwindung von $l_a = 1\ m$ eine Stromdichte

$\Delta_a = 6$ Ampere/mm^2 für harte Kohlen
$\Delta_a = 4{,}2$ Ampere/mm^2 für weiche Kohlen.

Um die Belastung der Ankerleiter hoch nehmen zu können, sollen also harte Kohlen verwendet werden.

Wir wollen nun die Stromdichte am ablaufenden Segment berechnen. Da der Strom i aus den beiden Teilen i_1 und i_2 be-

steht, so können wir auch die Stromdichte aus ihren beiden Teilen berechnen.

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2.$$

Der Strom i_2 ändert sich nach einer Geraden, also ist die Stromdichte konstant und zwar ist

$$\Delta_2 = \Delta_B = \frac{2\, i_a}{Q_B}$$

$$\Delta_1 = \frac{i_1}{Q_1},$$

wenn Q_1 = Querschnitt der ablaufenden Bürstenseite.

$$i_1 = \frac{E_s}{r_1 + r_2} \text{ also}$$

$$\Delta_1 = \frac{E_s}{Q_1\,(r_1 + r_2)}.$$

Für die Mitte der Kommutierung ist

$$r_1 = r_2 = 2\,r, \text{ also } (r_1 + r_2) = 4\,r \text{ und } Q_1 = \frac{Q_B}{2}, \text{ daher}$$

$$\Delta_1 = \frac{E_s}{\frac{Q_B}{2} \cdot 4\,r} = \frac{E_s}{2\,r \cdot Q_B}.$$

Setzt man noch $r_0 = r \cdot Q_B$ ein, so wird für die Mitte der Kommutierung

$$\Delta_1 = \frac{E_s}{2\,r_0}.$$

Für das Ende der Kommutierung ist E_s sein Maximum, also auch Δ_1. Der Widerstand r_1 ist gegen r_2 zu vernachlässigen und

$$\Delta_1 = \frac{E_{s\,max}}{r_0}.$$

Die gesamte Stromdichte ist daher

$$\Delta = \frac{E_{s\,max}}{r_0} + \frac{2\, i_a}{Q_B} \text{ Ampere}/cm^2.$$

Für praktische Rechnungen setzt man für $E_{s\,max}$ die Größe $E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ ein, und sorgt dafür, daß die Stromdichte Δ, hiermit berechnet, in den zulässigen Grenzen bleibt.

Wir rechnen also die Stromdichte aus:

$$\Delta = \frac{E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right)}{r_0} + \frac{2\, i_a}{Q_B}.$$

Die Auflagerfläche der Bürsten eines Stiftes ist bei dem untersuchten Motor $Q_B = 5\ cm^2$, also

$$r_0 = 0{,}055 \cdot 5 = 0{,}275\ \Omega.$$

Damit

$$\Delta = \frac{0{,}488\left(1 + \frac{1}{2}\right)}{0{,}275} + \frac{2 \cdot 8{,}8}{5} = 2{,}66 + 3{,}5 = 6{,}16\ \text{Ampere}/cm^2.$$

Der spezifische Übergangswiderstand r_0 ist sehr von der Belastung der Bürsten abhängig (Abb. 169). Damit r_0 nicht zu klein wird, darf die Belastung nicht zu groß gewählt werden. Man tut gut, nicht über $\Delta_B = 6$ Ampere/cm^2 hinauszugehen.

Man könnte noch im Zweifel sein, welches r_0 man in der Gleichung

$$\Delta_1 = \frac{E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right)}{r_0}$$

einsetzen soll, weil der Strom i_1 sich doch während der Kommutierungszeit T ändert. Die Zeit T ist nun so klein, daß der Widerstand den Stromänderungen wohl nicht folgen kann und den Wert beibehält, der sich aus der konstanten Stromdichte Δ_B ergibt.

In der Gleichung

$$k = \frac{r \cdot T}{L}$$

kann man noch die einzelnen Größen einsetzen. Es ist

$$r = \frac{r_0}{Q_B}$$

$$L = w_1^2 \cdot L_e \cdot \psi_1 \cdot 10^{-8}$$

$$T = \frac{\beta'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}{v},$$

also

$$k = \frac{r_0 \cdot \beta'\left(2 - \frac{p}{p'}\right) \cdot 10^8}{Q_B \cdot v \cdot w_1^2 \cdot L_e \cdot \psi_1} > 1{,}4.$$

Bei Serienschaltung mit nur zwei Bürstenstiften ist L p mal so groß als oben angegeben, daher in dem Ausdruck für k noch mit p zu dividieren.

Die Ableitungen gelten alle unter der Voraussetzung: Bürstenbreite gleich Lamellenbreite. Ist die Bürstenbreite 2 ÷ 2,5 mal so groß als die Lamellenbreite, so kann man mit den angegebenen Formeln

noch genügend genau rechnen. Breiter als dreimal Segmentbreite soll man die Bürsten nicht nehmen, denn aus zahlreichen Versuchen ergab sich eine ungünstige Wirkung zu breiter Bürsten.

Zuletzt soll nun der Einfluß der EMK, die durch die Bewegung der Spule in einem äußeren Feld induziert wird, auf die Funkenbildung am Kollektor untersucht werden.

Bezeichnet $\mathfrak{B}$ die Stärke des äußeren Feldes, so ist die EMK nach dem Induktionsgesetz

$$E_1 = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Bei $\frac{p}{p'}$ hintereinander liegenden kurz geschlossenen Spulen ist

$$l = \frac{p}{p'} \cdot 2\, L_e \cdot w_1 \, cm, \text{ also}$$

$$E_1 = 2\, \mathfrak{B} \cdot \frac{p}{p'} \cdot L_e \cdot w_1 \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$$v = \text{Ankerumfangsgeschwindigkeit in } cm/sec.$$

Diese EMK E_1 ruft eine zusätzliche Stromdichte hervor von

$$\Delta_3 = \frac{E_1}{r_0} \text{ Ampere}/cm^2.$$

Die gesamte maximale Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenkante erhält damit den Wert

$$\Delta_{max} = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

$$\left\| \; \Delta_{max} = \frac{E_1 + E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right)}{r_0} + \frac{2\, i_a}{Q_B} \; . \right\|$$

Für funkenfreie Stromwendung soll E_1 kleiner als 2 Volt sein, und die maximale Stromdichte $\Delta_{max} \overline{\overline{<}}$ 20 Ampere/cm^2.

In obiger Gleichung für E_1 muß die Feldstärke $\mathfrak{B}$ noch berechnet werden. Nach Abschnitt 45 ist die Dichte unter der Polkante infolge des Ankerquerfeldes

$$\mathfrak{B}_q = 0{,}628 \frac{A\,S \cdot b_p}{\delta_q}.$$

Nach der Mitte der neutralen Zone hin nimmt die Dichte ab, weil δ_q größer wird, aber im Polzwischenraum kommen zwei benachbarte Pole zur Wirkung. Es ist also:

$$\mathfrak{B}_q = 1{,}256 \frac{A\,S \cdot b_p}{\delta_q},$$

wobei δ_q nach Abb. 170 zu schätzen ist.

Für das Ende der Kommutierung kann man näherungsweise setzen

$$\delta_q = \frac{3}{4}[\tau - (b_p + b')],$$

wobei b' die auf den Ankerumfang projizierte Bürstenbreite ist. Damit wird

$$\mathfrak{B}_q = \frac{1{,}7\, b_p \cdot A\, S}{\tau - b_p - b'}.$$

Werden zwei Lamellen von der Bürste bedeckt, so addieren sich die in beiden induzierten EMKe. Ist die erste Spule am Ende der

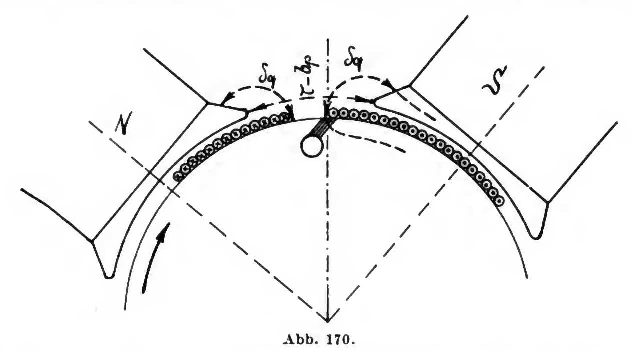


Abb. 170.

Kommutierung, so ist die zweite in der neutralen Linie. Für eine Spule in der neutralen Linie kann man annähernd setzen

$$\delta_q = \tau - b_p,$$

so daß die Feldstärke wird

$$\mathfrak{B}_q' = \frac{1{,}25\, b_p \cdot A\, S}{\tau - b_p}.$$

Für zwei bedeckte Lamellen ist also

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = b_p \cdot A\, S \left(\frac{1{,}7}{\tau - b_p - b'} + \frac{1{,}25}{\tau - b_p} \right).$$

Außer unter der Einwirkung von $\mathfrak{B}_q$ steht die kurzgeschlossene Spule noch in dem Feld der beiden Polspitzen. Bei einer Dynamo müssen die Bürsten nach Abschnitt V, 24, aus der neutralen Linie in der Drehrichtung nach vorn geschoben werden, um gegebenenfalls eine funkenfreie Stromwendung zu erhalten. Der in der Drehrichtung vor der Bürste liegende Pol erzeugt also ein Feld $\mathfrak{B}_1$, das

der EMK der Selbstinduktion entgegenwirkt, dagegen der zurückliegende Pol ein Feld $\mathfrak{B}_2$, das in gleichem Sinne wirkt, wie das Feld des Stromes in der kurzgeschlossenen Spule. Da $\mathfrak{B}_q$ auch in gleichem

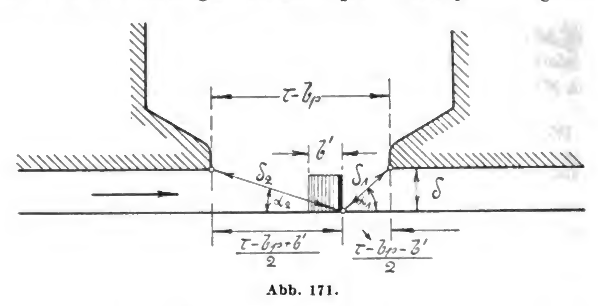


Abb. 171.

Sinne wirkt, wie das Feld der kurzgeschlossenen Spule, so erhalten wir für eine Dynamo ein resultierendes Feld von

$$\mathfrak{B} = -\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q.$$

Bei einem Motor dagegen müssen die Bürsten entgegen der Drehrichtung nach rückwärts verschoben werden, weshalb wir erhalten

$$\mathfrak{B} = +\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q.$$

Zur Berechnung von $\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{B}_2$ nehmen wir an, daß die Kraftlinien von den Polspitzen nach dem Anker geradlinig verlaufen (Abb. 171). Sind die Amperewindungen für die Luft und Zähne $AW_L + AW_z$, so wird

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1,25\,(AW_L + AW_z)}{\delta_1} \sin \alpha_1$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1,25\,(AW_L + AW_z)}{\delta_2} \sin \alpha_2.$$

Abb. 172.

Die zur Wirkung auf die Ankerspule kommende Kraftliniendichte $\mathfrak{B}_1$ in Abb. 172 ist kleiner als $\mathfrak{B}_1'$ senkrecht zu den Kraftlinien.

Die Dichten verhalten sich umgekehrt wie die Strecken $\overline{OA}$ und $\overline{OC}$.

Es ist:
$$\frac{\mathfrak{B}_1'}{\mathfrak{B}_1} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{1}{\sin\alpha_1},$$
also
$$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_1' \cdot \sin\alpha_1 = \frac{1{,}25\,(A\,W_L + A\,W_z)}{\delta_1} \cdot \sin\alpha_1.$$

Da aus Abb. 171
$$\sin\alpha_1 = \frac{\delta}{\delta_1} \text{ und } \sin\alpha_2 = \frac{\delta}{\delta_2}, \text{ so wird}$$
$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1{,}25\,(A W_L + A W_z)\,\delta}{\delta_1^{\,2}}$$
$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1{,}25\,(A W_L + A W_z)\,\delta}{\delta_2^{\,2}}.$$

Am Ende der Kommutation ist für einen Motor also
$$\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 = 1{,}25\,\delta\,(A W_L + A W_z)\left(\frac{1}{\delta_1^{\,2}} - \frac{1}{\delta_2^{\,2}}\right).$$

Da $\delta_2 > \delta_1$ ist $(\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2)$ positiv. Die von $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q$ erzeugte EMK E_1 hat am Schlusse der Kommutation für einen Motor ihren höchsten Wert. Die ablaufende Segmentkante ist also auch hierdurch am meisten belastet.

Bei einer Dynamo hat E_1 am Anfang der Kommutation seinen höchsten Wert und am Ende seinen niedrigsten, weil $(-\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2)$ am Anfang positiv und am Ende negativ ist. Der höchste Wert von E_s und der niedrigste von E_1 fallen daher am Ende der Kommutation zusammen. Eine Maschine arbeitet daher bei gleicher Tourenzahl als Dynamo besser wie als Motor.

Aus Abb. 171 ist noch
$$\delta_1 = \sqrt{\left(\frac{\tau - b_p - b'}{2}\right)^2 + \delta^2}$$
$$\delta_2 = \sqrt{\left(\frac{\tau - b_p + b'}{2}\right)^2 + \delta^2},$$
daher
$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1{,}25\,(A W_L + A W_z)\,\delta}{\left(\frac{\tau - b_p - b'}{2}\right)^2 + \delta^2}$$
$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1{,}25\,(A W_L + A W_z)\,\delta}{\left(\frac{\tau - b_p + b'}{2}\right)^2 + \delta^2}.$$

Damit sind die Größen und Richtungen der drei Einzelfelder bestimmt und E_1 kann berechnet werden.

Für den in diesem Abschnitt behandelten Motor ist noch

Bürstendicke b = 0,9 *cm* (2 Lamellen bedeckt!)
Kollektordurchmesser D_k = 17,8 *cm*
$AW_L + AW_z = 2300 + 600 = 2900$
Luftspalt $\delta = 0,35$ *cm*.

Damit erhalten wir:

$$b' = \frac{D}{D_k} \cdot b = \frac{25,4}{17,8} \cdot 0,9 = 1,29\ cm$$

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = 12,7 \cdot 84 \left(\frac{1,7}{7,3 - 1,29} + \frac{1,25}{7,3}\right) = 12,7 \cdot 84 \cdot 0,454 = 485$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1,25 \cdot 2900 \cdot 0,35}{3^2 + 0,35^2} = 139$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1,25 \cdot 2900 \cdot 0,35}{4,30^2 + 0,35^2} = 68$$

$$\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q = 139 - 68 + 485 \doteq 556$$

$$E_1 = 2 \cdot 556 \cdot 2 \cdot 9,2 \cdot 3 \cdot 1330 \cdot 10^{-8} = 0,815 \text{ Volt.}$$

$$\Delta_3 = \frac{0,815}{0,275} \cong 3 \text{ Ampere}/cm^2$$

$$\Delta_{max} = 6,16 + 3 = 9,16 \text{ Ampere}/cm^2.$$

Der Querschnitt des Ankerdrahtes ist $q_a = 2,09\ mm^2$, der Widerstand der beiden hintereinanderliegenden Spulen also

$$\varrho = \frac{s \cdot l_a \cdot w_1}{q_a} = \frac{1 \cdot 0,72 \cdot 6}{50 \cdot 2,09} = 0,0413\ \Omega$$

$$\left(\frac{\varrho}{r}\right) = \frac{0,0413}{0,055} = 0,75 \text{ also } > \text{ als } 0,2.$$

Der untersuchte Motor wird wohl einwandfrei arbeiten, denn die nicht erfüllte, letzte Bedingung ist nicht sehr wesentlich.

Die Ankerstromdichte ist $\Delta_a = \frac{8,8}{2,09} = 4,2$, wogegen sie höchstens sein sollte für harte Kohlen $\Delta_a = \frac{6}{w_1 \cdot l_a} = \frac{6}{6 \cdot 0,72} = 1,39$.

47. Berechnung der Wendepole.

Die Queramperewindungen des Ankers verursachen eine Verzerrung und Verkleinerung des wirksamen Kraftlinienflusses. Ebenso ergibt sich eine Verminderung der wirksamen Kraftlinien durch einen Vorschub der Bürsten aus der neutralen Linie. Bei Verwendung von Wendepolen bleiben die Bürsten in der neutralen Linie stehen. Den Wendepolen fällt also die Aufgabe zu, 1. die quermagnetisierende Wirkung der Ankeramperewindungen durch ein gleichstarkes entgegengesetzt wirkendes Feld auszugleichen, und 2. ein zusätzliches Feld von solcher Stärke zu schaffen, daß die EMK der Selbstinduktion aufgehoben wird. Sowohl die Queramperewindungen als auch die EMK der Selbstinduktion sind proportional dem Ankerstrom, man wird also die Windungen der Wendepole vom Ankerstrom durchfließen lassen. Damit Proportionalität zwischen Strom und erzeugtem Kraftlinienfluß besteht, darf das Eisen der Wendepole nur sehr schwach gesättigt sein. Außerdem darf die Streuung der Wendepole nicht zu groß werden. Beide Forderungen wirken einander entgegen, denn kleine Eisensättigungen verlangen einen großen Querschnitt des Wendepoles, dagegen kleine Streuung eine kleine Breite in radialer Richtung.

Um beiden Forderungen einigermaßen gerecht zu werden, wollen wir die axiale Länge der Wendepole gleich der Ankerlänge machen.

Wir erreichen dadurch gleichzeitig, daß das Ankerquerfeld vollkommen aufgehoben wird, was nicht der Fall ist, wenn die axiale Länge der Wendepole kleiner ist als die Ankerlänge. Damit die Streuung möglichst herabgedrückt wird, bringt man die Wendepolwicklung so nahe wie möglich an den Anker. Das Material der Wendepole ist Schmiedeeisen oder Stahlguß. Während der Kurzschlußzeit soll die kurzgeschlossene Spule unter dem Wendefeld bleiben. Die radiale Breite der Wendepole b_w machen wir also ungefähr gleich dem während des Kurzschlusses zurückgelegten Weg. Dieser Weg ist nach Abb. 162 bei einer Bürstenbreite b′

$$b' + \beta'\left(1 - \frac{p'}{p}\right) cm.$$

Es wird also

$$b_{w\,(min)} \cong b' + \beta'\left(1 - \frac{p'}{p}\right),$$

b_w soll $2 \div 2^1/_2$ Zähne überdecken. In E. und M., Wien 1907, S. 255 gibt Pelikan an

$$b_w = b' + \left(\frac{m_k}{z_n} - 1\right)\beta' - [b_n + 2\, b_z\,(1 - \alpha)].$$

m_k = Kollektorlamellenzahl.
z_n = Nutenzahl des Ankers.
b_n = Nutenbreite.
b_z = Zahnbreite.
$\alpha = 0{,}3 \div 1.$

Mit $\alpha = 0{,}5$ wird die eckige Klammer $= b_n + b_z$ = Nutenteilung t_n, also

$$b_w \cong b' + \left(\frac{m_k}{z_n} - 1\right)\beta' - t_n.$$

Ist δ_w = Luftspalt unter dem Wendepol, so ist die ideelle Breite des Feldes unter dem Wendepol annähernd

$$b_{wi} = b_w + 4\,\delta_w.$$

Die axiale Länge in der Luft ist annähernd $\left(L_e + \frac{n_s \cdot \lambda_s}{2}\right)$, also der Querschnitt

$$Q_{wL} = b_{wi}\left(L_e + \frac{n_s \cdot \lambda_s}{2}\right) = (b_w + 4\,\delta_w)\left(L_e + \frac{n_s \cdot \lambda_s}{2}\right) cm^2.$$

Ist $\mathfrak{B}_k$ die Stärke des zusätzlichen Wendefeldes zur Kompensierung der EMK der Selbstinduktion, so ist nach dem Induktionsgesetz

$$E_k = \mathfrak{B}_k \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die gesamte wirksame Länge von w_1 kurz geschlossenen Windungen ist

$$l = w_1 \,.\, L_e\, cm,$$

also

$$E_k = w_1 \cdot \mathfrak{B}_k \cdot L_e \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Soll die Reaktanzspannung durch diese EMK aufgehoben werden, so muß $E_s' = E_k$ sein, also

$$\frac{p \cdot w_1 \cdot L_e \cdot \psi_1 \cdot A\,S \cdot r}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)} \cdot 10^{-8} = w_1 \cdot \mathfrak{B}_k \cdot L_e \cdot v \cdot 10^{-8}$$

oder

$$\mathfrak{B}_k = \frac{p \cdot \psi_1 \cdot A\,S}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}.$$

In dieser Gleichung darf man aber für ψ_1 nicht den früher angegebenen Wert einsetzen, weil durch das dem Anker gegenüberstehende Eisen des Wendepoles die Kraftlinienzahl ψ_1 bedeutend vergrößert wird auf ψ_1'.

Nach den Ableitungen im Anhang kann man ψ_1' berechnen aus:

$$\varphi_1' = 1{,}25\,\frac{b_w - b_n}{\delta_w} + 3{,}68 \log\left(2{,}75\,\frac{\tau - b_p}{b_w} - 1{,}75\right) + 1{,}675\,\frac{h_n}{b_n}$$
$$+ 0{,}92\,\frac{l_s}{L_e} \log \frac{\pi \cdot \tau}{h_n + b_n}.$$

Pohl gibt in E. T. Z. 1905, Seite 510, an

$$\psi_1' = 1{,}25 \frac{b_w - b_n}{\delta_w} + 1{,}675 \frac{h_n}{b_n} + \frac{l_s}{L_e}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{D}{p \cdot b_n}\right).$$

Setzt man an Stelle von ψ_1 in obiger Gleichung ψ_1' so wird also

$$\mathfrak{B}_k = \frac{p \cdot \psi_1' \cdot A\,S}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}.$$

Um diese Dichte im Wendepolluftspalt zu erzielen, sind erforderlich

$$A\,W_k = 0{,}8\,\delta_w \cdot \mathfrak{B}_k \text{ Amperewindungen.}$$

Hierzu kommen noch diejenigen zur Kompensation der Ankeramperewindungen pro Pol. Ist z die Gesamtleiterzahl des Ankers, so ist die Zahl der Amperewindungen pro Pol

$$A\,W_A = \frac{z}{2} \cdot \frac{J_a}{2\,p'} \cdot \frac{1}{2\,p} = \frac{z \cdot J_a}{8\,p \cdot p'}.$$

J_a = gesamter Ankerstrom. Nun ist

$$A\,S = \frac{z \cdot J_a}{2\,p' \cdot D \cdot \pi}, \text{ also}$$

$$A\,S \cdot D \cdot \pi = \frac{z \cdot J_a}{2\,p'} \text{ und}$$

$$A\,W_A = \frac{A\,S \cdot D \cdot \pi}{4\,p} = \frac{A\,S}{2} \cdot \tau.$$

Auf dem Wendepol sind also anzubringen

$$A\,W_w = A\,W_k + A\,W_A = 0{,}8\;\delta_w \frac{p \cdot \psi_1' \cdot A\,S}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)} + \frac{A\,S}{2} \cdot \tau$$

$$A\,W_w = A\,S\left[\frac{\tau}{2} + \frac{0{,}8\,\delta_w \cdot p \cdot \psi_1'}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}\right].$$

Für die im Eisen verbrauchten Amperewindungen macht man einen Zuschlag von etwa 10%, so daß man endgültig erhält

$$A\,W_w = A\,S\left[0{,}55\,\tau + \frac{0{,}9\,\delta_w \cdot p \cdot \psi_1'}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}\right].$$

Ist die Amperewindungszahl etwas zu groß, so wird an dei fertigen Maschine parallel zu der Wendepolwicklung ein Shunt gelegt und solange die Stromstärke reguliert, bis eine vollkommen funkenfreie Kommutierung und die geringste Erwärmung des Kollektors erzielt ist. Die Bürsten werden nicht aus der neutralen Linie verschoben. Noch besser als das Parallelschalten eines Widerstandes ist die Einregulierung durch Veränderung des Luftspaltes δ_w. Durch Unterlegen von dünnen Blechscheiben unter die Wendepole kann man nach obiger Gleichung die Wendepolamperewindungen ebenfalls verkleinern.

Einen Annäherungswert erhält man, wenn zu $A S \frac{\tau}{2}$ noch $25 \div 35\%$ zugeschlagen werden, also

$$A W_w \cong 0{,}62\, \tau\, A S \div 0{,}67\, \tau \cdot A S.$$

Um die Wendepole in der Lücke zwischen den Hauptpolen gut unterbringen zu können, nimmt man das Verhältnis

$$\frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} = 0{,}62 \div 0{,}68 \text{ für die Hauptpole.}$$

48. Die Berechnung der Erregung einer Maschine.

Zwischen den erregenden Amperewindungen der Magnete und der in der Ankerwicklung induzierten EMK besteht nach Abschnitt VI keine direkte Proportionalität. Deshalb pflegt man die Beziehung zwischen der EMK und den Amperewindungen durch eine Kurve anzugeben, die als Leerlaufcharakteristik bezeichnet wird. Zur Berechnung dieser Charakteristik müssen alle Eisenabmessungen des Ankers und der Magnete und ferner die Magnetisierungskurven der verwendeten Eisensorten bekannt sein. Man geht bei der Berechnung in der Weise vor, daß man eine Reihe von elektromotorischen Kräften über und unter der normalen EMK annimmt und für jeden Wert den magnetischen Kreis der Maschine vollkommen durchrechnet. Um die Rechnung übersichtlich zu gestalten, trägt man die zusammengehörigen Werte in eine Tabelle ein. Der Gang einer solchen Berechnung ist der folgende:

Aus der angenommenen EMK, der bekannten Tourenzahl n und der ebenfalls bekannten Anzahl z der Umfangsdrähte berechnet man den Kraftlinienfluß

$$\Phi = \frac{60 \cdot E \cdot 10^8}{\frac{p}{p'} \cdot z \cdot n}.$$

Steht diesem Kraftlinienstrom im Anker der Eisenquerschnitt Q_a und in den Zähnen der Eisenquerschnitt Q_z zur Verfügung, so ist die Induktion

$$\text{im Ankereisen } \mathfrak{B}_a = \frac{\Phi}{2Q_a},$$

$$\text{in den Zähnen } \mathfrak{B}_z = \frac{\Phi}{Q_z}.$$

Die Induktion im Luftspalt ist

$$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{Q_l}.$$

Mit einem Streukoeffizienten σ ist die Induktion im Magnetkern

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\sigma \cdot \Phi}{Q_m}.$$

Im Joch ist die Kraftlinienzahl kleiner als $\sigma \cdot \Phi$, wir rechnen mit $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sigma\right)\Phi$ und erhalten die Induktion im Joch

$$\mathfrak{B}_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sigma\right)\Phi}{2\,Q_j}.$$

Die Länge der Kraftlinien in den einzelnen Teilen des magnetischen Stromkreises muß einer maßstäblichen Zeichnung entnommen werden. Mit Hilfe der Induktionen ergeben sich aus den Magnetisierungslinien auf Tafel III die Amperewindungen pro 1 *cm*, und mit den Längen der Kraftlinien die Gesamtamperewindungen.

Am besten stellt man die Werte in einer Tabelle, etwa wie der folgenden (Seite 234), zusammen.

In Abb. 173 stellt Kurve I den Zusammenhang zwischen dem Erregerstrom i_m und E dar. Diese Kurve, Leerlaufcharakteristik genannt, gibt also an, wie sich die in der Ankerwicklung induzierte Spannung mit dem Erregerstrom ändert. Sie gibt ferner Aufschluß über die Sättigungsverhältnisse der Maschine. Liegt die normale EMK im ansteigenden Teil der Kurve, so ist das Eisen nur wenig mit Kraftlinien gesättigt, liegt dagegen die EMK oberhalb des Knies, so besitzen Pole, Joch und Zähne hohe Sättgiungen. Unter gleichen Verhältnissen besitzt im ersten Fall der magnetische Kreis viel Eisen und wenig Kupfer für die Erregung, im zweiten dagegen wenig Eisen und durch die hohe Sättigung unverhältnismäßig viel Kupfer für die Erregung.

Im Leerlauf ist die Klemmenspannung E_k gleich der EMK, da der Spannungsverlust im Anker vernachlässigt werden kann. Dieser Spannung entspricht ein Erregerstrom von $OA = i_{m_1}$ Ampere.

E angenommen =	50	100	150	180	200	210	220	230	240
Φ =									
$\mathfrak{B}_l$ =									
$\mathfrak{B}_a$ =									
$\mathfrak{B}_z$ außen =									
$\mathfrak{B}_z$ mitte =									
$\mathfrak{B}_z$ innen =									
$\mathfrak{B}_m$ =									
$\mathfrak{B}_j$ =									
$a\,w_a$ pro *cm* =									
$a\,w_z$ außen $= a\,w_z'$ =									
$a\,w_z$ mitte $= a\,w_z''$ =									
$a\,w_z$ innen $= a\,w_z'''$ =									
$a\,w_z = \frac{a\,w_z' + 4\,a\,w_z'' + a\,w_z'''}{6}$ =									
$a\,w_m$ =									
$a\,w_j$ =									
$A\,W_l$ =									
$A\,W_a$ =									
$A\,W_z$ =									
$A\,W_m$ =									
$A\,W_j$ =									
$A\,W_s$ =									
Erregerstrom i_m =									

Wird die Maschine belastet, so muß, um die Klemmenspannung konstant zu halten, die EMK um den Spannungsverlust BL = HC in dem Anker auf AL = DC vergrößert werden, wozu die Erregerstromstärke von OA auf OD gesteigert werden muß. Eine weitere Steigerung der Erregerstromstärke ist erforderlich, um die entmagnetisierende Wirkung der Ankerwicklung zu kompensieren. Besitzt der Anker $A\,W_g$ entmagnetisierende Amperewindungen und die Magnetwicklung w_m Windungen, so beträgt diese Steigerung

$$DG = \frac{A\,W_g}{w_m} \text{ Ampere.}$$

Der Erregerstrom muß also für die angenommene Belastung von OA $= i_{m_1}$ Ampere auf OG $= i_{m_2}$ Ampere gesteigert werden.

Soll die Maschine mit einer anderen Klemmenspannung arbeiten, so wiederholt man das angegebene Verfahren für diese Spannung. Führt man die Konstruktion für eine Anzahl von Spannungen aus, wozu es bei demselben Belastungsstrom nur nötig ist, die Linie CF parallel mit sich selbst auf Kurve I zu verschieben, so erhält man schließlich Kurve II, die als Belastungscharakteristik bezeichnet wird und angibt, wie sich die Klemmenspannung mit dem Erregerstrom ändert, wenn der Belastunsgstrom derselbe bleibt. Aus dieser Kurve

ist zu erkennen, wie hoch bei einem bestimmten Ankerstrom die Klemmenspannung durch den Erregerstrom gesteigert werden kann. Soll die Klemmenspannung, z. B. zum Laden von Akkumulatoren um 30 ÷ 40% über den normalen Wert gesteigert werden, so ist das nur dann möglich, wenn die normale Spannung in dem ansteigenden Teil der Kurve II liegt. Im flach verlaufenden Teil wird selbst durch eine starke Veränderung des Erregerstromes die Klemmenspannung nur wenig beeinflußt.

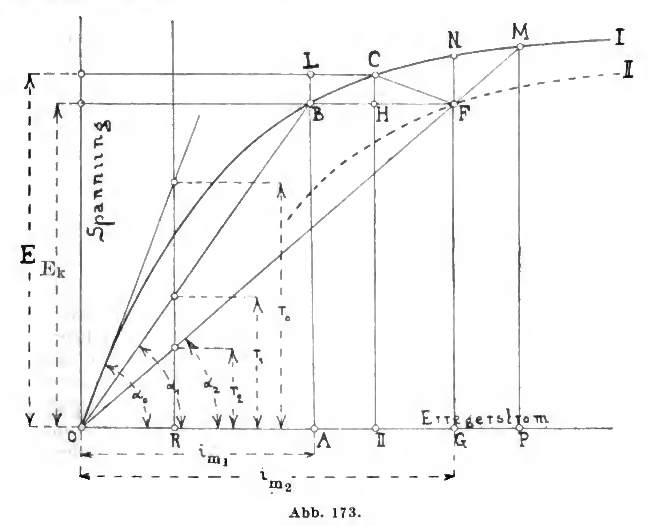


Abb. 173.

Ist die Maschine mit einer kleineren Stromstärke belastet, so liegt die Belastungscharakteristik, auf welcher das Ansteigen der Klemmenspannung erfolgt, zwischen Kurve I und Kurve II, da sowohl die Entmagnetisierung als auch der Spannungsverlust im Anker der Stromstärke entsprechend kleiner sind. Zur Konstruktion dieser Charakteristik kann man annehmen, daß sowohl die Entmagnetisierung als auch der Spannungsverlust proportional mit dem Belastungsstrom sich ändert. Ist das der Fall, so ist die Linie CF ebenfalls dem Strome proportional. Die Richtung von CF ist ferner für alle Ströme immer dieselbe. Um die Charakteristik zu finden, braucht man nur die entsprechende Länge von CF zu bestimmen und die Linie parallel mit sich selbst zu verschieben.

Bei Nebenschlußmaschinen erfolgt die Steigerung der Erregerstromstärke von i_{m1} auf i_{m2} Ampere durch Verminderung des Nebenschlußwiderstandes von

$$r_1 = \frac{E_k}{i_{m1}}\, \Omega \text{ auf } r_2 = \frac{E_k}{i_{m2}}\, \Omega.$$

Die Widerstände r_1 und r_2 werden in dem Diagramm, wie bereits früher im Abschnitt VI erwähnt, durch tg α_1 bzw. tg α_2 ausgedrückt und können direkt auf der Ordinate im Abstand OR = 1 Ampere im Maßstab der Spannung abgelesen werden. Damit eine Selbsterregung eintreten kann, muß der Widerstand des Erregerkreises stets kleiner als der kritische Widerstand sein, der in der Abbildung durch tg α_0 = r_0 dargestellt wird. Solange der Widerstand des Nebenschlusses größer als dieser kritische Widerstand ist, solange wird die durch den remanenten Magnetismus induzierte EMK nicht imstande sein, einen Strom hervorzubringen, der eine Verstärkung des Magnetfeldes bewirkt.

Die Regulierung der Erregerstromstärke von i_{m1} auf i_{m2} Ampere ist nur dann ausreichend, wenn die Maschine bei voller Belastung ebenso rasch läuft wie im Leerlauf. Vermindert sich mit der Belastung die Tourenzahl, so läßt natürlich auch die Spannung der Maschine nach. Um den Einfluß der Tourenverminderung auszugleichen, muß der Erregerstrom entsprechend verstärkt werden. Die Leerlaufcharakteristik, die der geringeren Tourenzahl entspricht, kann dadurch erhalten werden, daß man alle Ordinaten der ursprünglichen Charakteristik mit dem Verhältnis der Tourenzahlen multipliziert. Auf der neuen Kurve sucht man dann zu der bei Vollbelastung zu induzierenden Spannung die Erregerstromstärke auf und addiert zu dieser, um den vollen Erregerstrom zu bekommen, den Betrag, der zur Kompensierung der Entmagnetisierung des Ankers dient. Zu dem gleichen Resultat gelangt man auch ohne die zweite Charakteristik, wenn man die EMK bei normaler Tourenzahl mit dem umgekehrten Verhältnis der Tourenzahlen multipliziert und zu dieser EMK auf der ursprünglichen Charakteristik den Errgerstrom abliest.

Wird die Maschine plötzlich ganz entlastet, so steigt die Klemmenspannung, wenn die Erregungsverhältnisse nicht geändert werden, bei fremder Erregung von GF auf GN, und bei Selbsterregung, da mit der Klemmenspannung auch die Erregerstromstärke wächst, von GF auf PM. Je kleiner diese Spannungserhöhung ausfällt, desto stabiler ist die Spannung, wenn Belastungsänderungen eintreten. Bei Maschinen für Parallelbetrieb soll die Spannungsänderung möglichst klein und für alle Maschinen dieselbe sein, wenn bei zunehmender Belastung sich die Zunahme gleichmäßig auf die Maschinen verteilen soll. Ändert von zwei parallel zu schaltenden Maschinen die eine die Spannung

mehr als die andere, so wird bei steigender Belastung die Maschine mit geringerer Spannungsänderung den größten Teil der Mehrlast übernehmen. Die prozentuelle Spannungserhöhung ist bei Maschinen mit Selbsterregung etwa 10 ÷ 20 %, bei Maschinen mit Fremderregung 5 ÷ 10 %. Die Spannungsänderung fällt um so kleiner aus, je stärker das Eisen gesättigt, je kleiner der Ankerwiderstand und je geringer die Zahl der entmagnetisierenden Amperewindungen ist. Mit der Sättigung des Eisens wächst aber auch der Aufwand für die Erregung, so daß eine geringere Spannungsänderung nur durch einen größeren Wattverlust in der Magnetwicklung und durch einen größeren Aufwand von Kupfer für die Magnetwicklung erreicht werden kann.

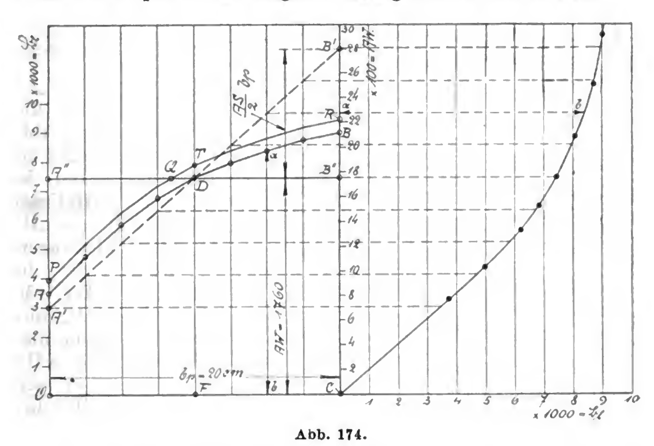


Abb. 174.

Die Queramperewindungen des Ankers verursachen neben der Verzerrung des Feldes auch eine Verminderung der Kraftlinienzahl. Infolge der großen Zahnsättigungen wächst die Induktion nicht mehr proportional den Amperewindungen, so daß wir ein Bild nach Abb. 174 erhalten. Als Abszisse ist die Polbreite b_p aufgetragen, als Ordinaten die Amperewindungen und dazugehörigen Induktionen in der Luft. Die Fläche OA″B″C ist ein Maß für den Kraftlinienfluß pro Pol. Würde die Induktion sich nach der Geraden A′B′ unter dem Pol ändern, so würde keine Verminderung des Kraftlinienflusses eintreten, da A′A″D = B′B″D ist.

Verläuft dagegen die Induktion nach AB, so ist die Fläche AA″D > BB″D und daher der Kraftlinienfluß kleiner geworden. Die mittlere Induktion FD muß vergrößert werden, um den ursprünglichen

Kraftlinienfluß wieder zu erhalten. Dazu ist eine zusätzliche Amperewindungszahl auf den Feldmagneten erforderlich.

In Abschnitt XI ist als erstes Beispeil eine zweipolige Maschine für 6 KW Leistung berechnet. Aus der Leerlaufcharakteristik entnehmen wir folgende Tabelle:

$B_l =$	2480	3710	4960	6190	6810	7440	8050	8680	8980
$AW_a + AW_z + AW_L =$	508	762	1028	1328	1523	1760	2080	2508	2916

Für die volle Last ist

$$AW = AW_a + AW_z + AW_l = 1760,$$

die Polbreite ist $b_p = 20$ *cm* und

$$A\,S = 105$$

$$\frac{A\,S}{2} \cdot b_p = \frac{105}{2} \cdot 20 = 1050.$$

Abb. 175.

Damit ist das Diagramm Abb. 174 gezeichnet, im rechten Teil ist AW als Ordinate und $\mathfrak{B}_l$ als Abszisse aufgetragen. Hiermit ist im linken Teil die Kurve AB gefunden. Hebt man die Kurve ADB um DT, so werden die Flächen PA″Q und QRB″ einander gleich, d. h. der ursprüngliche Kraftlinienfluß ist wieder vorhanden. Mit Hilfe des Amperewindungsmaßstabes ergibt sich

$$D\,T = 105.$$

Die Kraftliniendichte ist gestiegen im Verhältnis $\frac{F\,T}{F\,D} = 1{,}06.$

Die Konstruktion ist also mit den neuen größeren Werten der Induktion zu wiederholen. Das Resultat ist eine zusätzlicheAmperewindungszahl von 120. Bei der Berechnung des Beispiels sind Seite 300 der Sicherheit halber statt der eben berechneten 120 Amperewindungen 200 zugeschlagen.

Ungefähre Werte der Kompensationsamperewindungen sind in Abb. 175 angegeben. Für verschiedene Größen von Luft- und Zähneamperewindungen im Leerlauf sind die Kompensationsamperewindungen in Prozenten von $AW_L + AW_z$ aufgetragen.

Ist z. B. $\frac{AS}{2} \cdot b_p = 1000$ und $AW_z + AW_L = 2000$, so betragen die Kompensationsamperewindungen 12,5% von 2000 = 250.

Beträgt $\frac{AS}{2} \cdot b_p = \frac{138}{2} \cdot 40 = 2760$ und $AW_L + AW_z = 5200$, so ist nach Abb. 175 die Zahl der Kompensationsamperewindungen = 20% von 5200 = 1040. Für die 80 KW-Maschine auf Seite 312 betragen die Queramperewindungen = 2160 und $AW_l + AW_z \cong 3800$. Die Kompensationsamperewindungen sind 17% von 3800 $\cong$ 650.

X. Abschnitt.

49. Allgemeine Angaben über die Berechnung einer Gleichstrommaschine.

Soll eine neue Maschine entworfen werden, so sind bekannt Leistung, Tourenzahl pro Minute und Spannung. Gefordert wird vor allem ein einwandfreies Funktionieren in bezug auf funkenfreie Stromwendung, Erwärmung, Überlastbarkeit, geräuschlosen Gang, ferner wird verlangt möglichst hoher Wirkungsgrad, gute Isolation, Widerstandsfähigkeit gegen Feuchtigkeit und Staub und anderes mehr. Dazu kommt als sehr schwerwiegendes Moment möglichste Billigkeit und geringes Gewicht. Die Materialien Eisen und Kupfer müssen daher bis aufs äußerste ausgenutzt werden und doch in solcher Menge vorhanden sein und derart auf die verschiedenen Teile der Maschine verteilt werden, daß die günstigste Wirkung erzielt wird. Noch schwieriger ist der Entwurf einer Typenreihe, weil zu obigen Forderungen noch eine Anzahl Beschränkungen kommen, die alle gebührend berücksichtigt werden sollen. Am einfachsten liegt die Aufgabe, wenn z. B. zu gegebenen Eisendimensionen die Wicklungen für verlangte Betriebsverhältnisse berechnet werden sollen. Dieser Fall kommt in der Praxis am häufigsten vor. Wir wollen im folgenden den Entwurf einzelner neuer Maschinen näher ins Auge fassen.

Für manche Größen haben sich „Normalwerte“ im Laufe der Zeit gebildet, die zunächst besprochen werden sollen.



1. Die Spannung.

Die gebräuchlichen Licht- und Kraftverteilungsnetze haben Spannungen von 110, 220 oder 440 Volt. Bei Bahnanlagen kommen 500, 600 und 750 Volt als normale Spannungen vor.

Die Generatoren erhalten wegen des Spannungsverlustes in den Leitungen normale Spannungen von 115, 230, 470 Volt, für Bahngeneratoten 550 Volt.

Die Motoren werden für oben angegebene normale Spannungen 110, 220 oder 440 Volt, resp. 500, 600 und 750 Volt gebaut. In den Listen verschiedener Firmen kommen auch noch Spannungen von 65, 150 und 300 Volt vor. Zum Laden von Akkumulatoren werden öfters „Maschinen für erhöhbare Spannungen" benutzt. Als normale Werte gelten dann 115/160 und 230/320 Volt.

2. Die Tourenzahl.

Auch für die minutliche Umdrehungszahl haben sich Normalwerte für bestimmte Leistungen ausgebildet. Man unterscheidet zwischen „schnell" und „langsam" laufenden Maschinen. Unter „schnell" laufenden Maschinen sind nicht etwa Turbomaschinen verstanden, sondern normale Maschinen mit entsprechend hohen Tourenzahlen. Rudolf Goldschmidt hat in seinem Datenbuch „Die normalen Eigenschaften elektrischer Maschinen" folgende Tabelle angegeben:

PS	Umdrehungszahl pro Minute		
	Minimum	Durchschnitt	Maximum
1	500	1500	2500
5	400	1000	2000
10	300	900	1750
25	275	850	1500
50	250	650	1250
100	200	550	1000
500	125	275	550

3. Der Wirkungsgrad.

Der maximale Wirkungsgrad liegt in der Nähe der normalen Leistung, von halber bis $^5/_4$ Last soll der Wirkungsgrad einer guten Maschine nur wenig sich ändern. Als Durchschnittswerte gibt Goldschmidt folgende Tabellen an.

Maschinen von 1 ÷ 100 PS.

PS	Umdrehungszahl pro Minute				
	$62^1/_2$	125	250	500 ÷ 2000	3000
1			67	73	73
2		68	73	78,5	78
5	70	76	79,5	83	82,5
10	75	80	84,5	87	86,5
20	79	84	87	90	89,5
30	81,5	85,5	88	91	90
40	83	86,5	89	91,5	90,5
50	84	87,5	90	91,8	90,8
60	85	88,8	90,5	92	90,9
70	85,8	89,2	90,5	92	91
80	86,5	89,7	91	92	91
90	87	90	91	92	91
100	88	90	91,2	92	91

Maschinen von 100 ÷ 5000 KW.

KW	Umdrehungszahl pro Minute					
	$62^1/_2$	125	250	500 ÷ 1500	2000	3000
100	88	90,5	92	93	92	91
250	90	92	93,5	94	92,8	91,2
500	92	93,5	94,5	94,5	93	91,7
750	93	94	95	94,8	93	91,8
1000	93,7	94,7	95,4	95	93,2	
1500	94,5	95,2	95,7	95		
2000		95,6	96	95,2		
3000		96	96	95,2		
5000			95,7	95		

4. Ankerkonstruktion und Ankerwicklung.

Für normale Maschinen kommt nur noch der Nutenanker mit Trommelwicklung zur Verwendung. Für hohe Spannungen, mehr als 1000 Volt, eignet sich der Ringanker besser, weil zwischen benachbarten Spulen nur die in einer Spule erzeugte EMK als Spannungsdifferenz besteht. Formspulen können nur bei Trommelwicklung angewendet werden, und für Massenfabrikation kleiner und mittlerer Maschinen ist die Verwendung von Formspulen ein wesentlicher Faktor.

Für die Schaltung der Ankerwicklung sind Polzahl, Spannung zwischen zwei Kollektorlamellen und Stromstärke pro Ankerleiter bestimmend. Die mittlere Spannung zwischen zwei Lamellen

$$e_k = \frac{2p \cdot E}{m_k}$$

soll womöglich den Wert 12 ÷ 15 Volt nicht übersteigen. Ausnahmsweise kommen 20 ÷ 25 Volt vor. Ungefähre Werte sind

$$E = 110 \qquad 220 \qquad 550 \quad \text{Volt}$$
$$e_k = 3 \div 5 \quad 4 \div 6 \quad 5 \div 10 \quad \text{Volt.}$$

Mit Hilfe der Ankeramperewindungen pro Pol und e_k läßt sich bei gegebener Leistung und Spannung die Polzahl der Maschine bestimmen. Eine 80 KW-Maschine habe z. B. pro Pol 3800 Ankeramperewindungen bei $e_k = 3{,}5$ Volt und $E = 115$ Volt.

Segmentzahl

$$\frac{m_k}{2\,p} = \frac{E}{e_k} = \frac{115}{3{,}5} = 33.$$

Mit einer Windung pro Segment kommen 33 Windungen pro Pol, d. h.

$$\frac{3800}{33} = 115 \text{ Ampere pro Leiter.}$$

$$\text{Gesamtstrom} = \frac{80000}{115} \cong 700, \text{ also}$$

$$\frac{700}{115} \cong 6 \text{ parallele Stromkreise}$$

und bei Parallelschaltung auch $2\,p = 6$ Pole.

Bei Serienschaltung ist die Zahl paralleler Stromkreise $2\,p' = 2$ unabhängig von der Polzahl $2\,p$. In obigem Beispiel erhalten wir mit den gegebenen Werten wieder

$$\frac{m_k}{2\,p} = \frac{E}{e_k} = \frac{115}{3{,}5} = 33.$$

Mit $2\,p = 2$ Polen wäre daher die Gesamtwindungszahl des Ankers $w = 33 \cdot 2 = 66$ unter der Voraussetzung $w_1 = 1$.

Da der Strom pro Leiter $i_a = \frac{J_a}{2} = \frac{700}{2} = 350$ Ampere ist, so sind die Gesamtamperewindungen bei $2\,p = 2$

$$66 \times 350 = 23\,100.$$

Da aber pro Pol nur 3800 Amperewindungen kommen sollen, so wird

$$2\,p = \frac{23\,100}{3\,800} \cong 6.$$

Da die Ankeramperewindungen pro Pol $AW_A = \tau \frac{A\,S}{2}$ und bei obigem Beispiel $\tau = 30$, so wird

$$A\,S = \frac{2 \cdot 3800}{30} \cong 250.$$

Mit $v = 1760$ *cm/sec* und $L_e = 19$ *cm* wird für $\psi_1 = 10$
bei Parallelschaltung $E_s' = 1 \cdot 19 \cdot 10 \cdot 250 \cdot 1760 \cdot 10^{-8} = 0{,}84$ Volt
bei Serienschaltung mit allen 2 p Bürstenstiften

$$E_s' = \frac{0{,}84}{2 - \frac{1}{3}} = 0{,}504 \text{ Volt.}$$

Bei Serienschaltung mit nur zwei Bürstenstiften dagegen

$$E_s' = 3 \cdot 0{,}5 = 1{,}5 \text{ Volt.}$$

Bei Serienschaltung und zwei Bürstenstiften wird die Maschine also schon schlecht kommutieren, weil der Strom $i_a = 350$ Ampere zu groß ist. Für normale Maschinen soll i_a nicht größer als 200 Ampere sein. Mit der Serienparallelschaltung von Arnold kann man den Strom immer in den gewünschten Grenzen halten.

Wollte man obige Maschine zweipolig ausführen, so wäre bei demselben e_k die Ankerrückwirkung dreimal so groß als bei der sechspoligen Ausführung. Bei derselben Ankerrückwirkung müßte die Segmentzahl auf den dritten Teil reduziert werden, also $e_k = 3{,}5 \times 3 = 10{,}5$ Volt werden. In beiden Fällen würde sich eine schlecht arbeitende Maschine ergeben. Mit wachsender Leistung muß, allgemein gesagt, die Polzahl einer Maschine ebenfalls zunehmen.

5. Die Polzahl.

Früher spielte die zweipolige Maschine in ihren verschiedenen Ausführungsformen eine wichtige Rolle. Bis zu Leistungen von 100 KW wurde diese Type ausgeführt. Heute ist das zweipolige Modell auf ganz kleine Leistungen beschränkt. Schon von 3 PS ab wird bei den üblichen Touenzahlen die vierpolige Maschine billiger. Bei kleinem Ankerdurchmesser wird bei vier Polen die neutrale Zone zu schmal, weshalb man in solchen Fällen zum zweipoligen Gestell greift.

Im allgemeinen verwendet man

bei Leistungen			bis	10 KW	das		2 polige	Gestell
,,	,,	von	1	,,	50	,,	,,	4	,,	,,
,,	,,	,,	30	,,	100	,,	,,	6	,,	,,
,,	,,	,,	100	,,	200	,,	,,	8	,,	,,
,,	,,	,,	150	,,	500	,,	,,	10÷16	,,	,,

6. Die Ankerumfangsgeschwindigkeit.

Je größer die Umfangsgeschwindigkeit $v = \frac{D\pi \cdot n}{60}$, desto billiger wird die Maschine. Mit Rücksicht auf die Zentrifugalkraft soll bei normaler Ausführung 20 *m/sec* nicht überschritten werden. Bei sehr

sorgfältiger Konstruktion kann man 25 *m/sec* zulassen. Für schnell laufende Maschinen ist 17 *m/sec* der günstigste Wert, bei kleinen Maschinen 13 ÷ 14 *m/sec*. Für langsam laufende Maschinen geht man vorteilhaft auf etwas geringere Werte.

7. Die Stromdichte im Anker- und Feldmagnetdraht.

In Abschnitt 46 hatten wir für gute Kommutation mit Kohlebürsten gefunden

$$\Delta_a = \frac{4{,}25 \div 6}{w_1 \cdot l_{a(m)}},$$

wobei die kleinere Zahl für weiche, die größere für harte Bürsten gilt. Ist man bei größeren Maschinen auf dem geringsten Werte $w_1 = 1$ Windung pro Spule angelangt, so muß mit wachsender Leistung die Stromdichte Δ_a abnehmen. Bei gleichbleibender Spannung wächst mit der Leistung die Stromstärke, so daß wir auch sagen können, mit wachsender Stromstärke wird die Stromdichte kleiner. Folgende Tabelle gibt übliche Werte:

q_a in mm^2	Δ_a in Amp./mm^2
1	5 ÷ 6
2	4 ÷ 5
4	3,5 ÷ 4,5
10	3 ÷ 4
20	2,5 ÷ 3
50	2 ÷ 2,5

Der Strom pro Ankerleiter ist

$$i_a = \frac{J_a}{2\,p'} \text{ Ampere}$$

der Querschnitt des Leiters

$$q_a = \frac{i_a}{\Delta_a}\, mm^2.$$

Der Durchmesser der runden Drahtquerschnitte findet sich aus Tafel V. Außer runden Querschnitten werden auch quadratische, rechteckige und ovale verwendet.

Wird der Querschnitt so stark, daß man den Draht nicht mehr wickeln kann, und will man nicht zur Stabwicklung übergehen, so kann man auch Litze verwenden. Der Durchmesser der Litze ist ungefähr um 20% größer als der eines massiven Drahtes von gleichem Querschnitt. Die Isolation der Ankerdrähte besteht aus einer zwei- oder dreifachen Umspinnung mit Baumwolle oder aus einer Um-

spinnung und einer Umklöppelung. Der Durchmesser des isolierten Drahtes ist bei:

zweifacher Umspinnung	$d' = d + 0{,}3$ bis $d + 0{,}4$	je nach Stärke des Garns.
dreifacher „	$d' = d + 0{,}4$ „ $d + 0{,}5$	
einfacher „ und Umklöppelung	$d' = d + 0{,}45$ „ $d + 0{,}6$	

Der Durchmesser soll möglichst $4 \div 5$ *mm* nicht überschreiten. Erhält man einen größeren Durchmesser, so benutzt man Stabwicklung oder, wenn sich diese nicht ausführen läßt, wickelt man anstatt eines Drahtes zwei parallele Drähte.

Die Isolation der Ankerstäbe erfolgt meistens durch ein mit Isolierlack getränktes Baumwollenband von etwa 0,2 *mm* Stärke, das mit Überlappung um den Stab gewickelt wird. Die einseitige Isolationsstärke beträgt $0{,}4 \div 0{,}6$ *mm*.

Für die stillstehenden Magnetwindungen muß man mit Rücksicht auf Erwärmung die Stromdichte Δ_m erheblich kleiner nehmen als bei den Ankerdrähten. In Abschnitt 57 ist eine Gleichung für Δ_m abgeleitet unter Zugrundelegung der erforderlichen Abkühlfläche. Gewöhnlich bewegt sich die Stromdichte zwischen

$$\Delta_m = 1 \div 2 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Bei guter Lüftung der Spulen kann man bis $\Delta_m = 2{,}5$ gehen.

8. Die Größe des Erregerstromes bei Nebenschlußmaschinen.

Der Ankerstrom ist bei dem Nebenschlußgenerator

$$J_a = J + i_m,$$

wobei J der Strom im äußeren Stromkreis und i_m der Erregerstrom ist.

Die Bestimmung von i_m ist in das Belieben des Konstrukteurs gestellt. Es beeinflußt i_m den elektrischen Wirkungsgrad und den Aufwand an Kupfer für die Erregerwicklung; man nimmt es meistens in Prozenten von J_a an.

Leistung der Maschine	i_m in $^0/_0$ von J_a
0,5 bis 1 KW	20 bis 10%
1 „ 2 „	10 „ 8%
2 „ 6 „	8 „ 5%
6 „ 10 „	5 „ 3%
10 „ 100 „	3 „ 2%
100 „ 1000 „	2 „ 1%

In Abschnitt 56 ist der Querschnitt q_m des Magnetdrahtes und die Stromdichte Δ_m berechnet. Aus beiden ergibt sich

$$i_m = \Delta_m \cdot q_m.$$

9. Der Luftspalt δ.

Durch die Ankerrückwirkung wird das Kraftlinienfeld verzerrt. An der einen Polkante wird die Kraftliniendichte erniedrigt, an der anderen erhöht. Damit an der magnetisch geschwächten Seite noch ein genügend großes Feld vorhanden ist, muß zwischen $AW_L + AW_z$ bei Belastung und $AS \cdot \frac{b_p}{2}$ ein bestimmtes Verhältnis eingehalten werden. Jedenfalls soll

$$AW_L + AW_z > AS \frac{b_p}{2}$$

sein.

Bezeichnet man $\frac{AW_L + AW_z}{AS \frac{b_p}{2}} = v_1$, so soll nach Pichelmayer sein

$v_1 = 1,2 \div 1,5$ für normale Lichtmaschinen und selten überlastete Motoren,

$v_1 = 1,4 \div 1,8$ für Maschinen mit starken, stoßweisen Überlastungen,

$v_1 = 1,8 \div 2,4$ für Bahn- und Kranmotoren, Walzenantriebsmotoren (Serienmotoren).

Mit diesen Werten läßt sich der Luftspalt berechnen, denn es ist

$$AW_L = 0,8\,\delta'' \cdot \mathfrak{B}_l, \text{ und}$$

$$AW_L = v_1 \cdot AS \frac{b_p}{2} - AW_z, \text{ also}$$

$$\delta'' = \frac{v_1 \cdot AS \cdot b_p}{1,6\,\mathfrak{B}_l} - \frac{1,25\,AW_z}{\mathfrak{B}_l}.$$

Nach Festlegung der Nutenabmessungen kann AW_z annähernd berechnet werden, und da alle übrigen Größen in obiger Gleichung bei der Bestimmung der Hauptabmessungen schon nötig sind, so kann δ'' auch gefunden werden. δ'' berücksichtigt die Vergrößerung der Amperewindungen infolge der Kontraktion der Kraftlinien an den Zähnen. Mit Hilfe der Abb. 144 ist dann der wirkliche Luftspalt δ zu ermitteln.

Beispiel. $v_1 = 1,2$, $AS = 130$, $b_p = 24$, $\mathfrak{B}_l = 5300$, AW_z 700, $b_n = 0,7$ *cm*, $t_n = 1,4$ *cm*.

$$\delta'' = \frac{1,2 \cdot 130 \cdot 24}{1,6 \cdot 5300} - \frac{1,25 \cdot 700}{5300} = 0,44 - 0,16 = 0,28 \text{ cm}.$$

Wir schätzen zunächst $\delta = 0{,}22\ cm$, erhalten also

$$\frac{b_n}{\delta} = \frac{0{,}7}{0{,}22} \cong 3{,}2.$$

Dazu gehört aus Abb. 144 $c_0 = 1{,}24$ also

$$\delta = \frac{\delta''}{c_0} = \frac{0{,}28}{1{,}24} = 0{,}225\ cm.$$

Die Werte c_0 in Abb. 144 gelten nur unter der Bedingung $\left(\frac{t_n}{b_n}\right) = 2$, da aber die Abweichungen von diesem Wert bei den praktischen Ausführungen gering sind, können wir zur Berechnung von δ die Werte c_0 benutzen.

Für gute Kommutierung gibt Fischer-Hinnen an

$$\frac{\pi \cdot \delta'' \cdot \mathfrak{B}_l \cdot \left(\frac{b}{\beta}\right)}{4\ AS\ (\tau - b_p)} > \text{Konstante.}$$

Für gute Generatoren ist die Konstante 3,5, für gute Motoren $2{,}5 \div 3$. Hieraus läßt sich der Luftspalt ebenfalls berechnen zu

$$\delta'' = \frac{\text{Konst. } 4 \cdot AS \cdot (\tau - b_p)}{\pi \cdot \left(\frac{b}{\beta}\right) \cdot \mathfrak{B}_l}.$$

Setzt man die Konstante im Mittel mit 3 ein und $\left(\frac{b}{\beta}\right) = 2 \div 3$, so wird

$$\delta'' = (1{,}5 - 1{,}9)\frac{AS\ (\tau - b_p)}{\mathfrak{B}_l}.$$

Da noch $\tau - b_p = \tau\,(1 - \alpha)$ ist, so wird auch

$$\delta'' = (1{,}5 \div 1{,}9)\,(1 - \alpha)\frac{\tau \cdot AS}{\mathfrak{B}_l}\ cm.$$

In obigem Beispiel ist $\alpha = 0{,}75$, $\tau = 31{,}4$, also

$$\delta'' = (0{,}375 \div 0{,}475)\frac{31{,}4 \cdot 130}{5300} = 0{,}29 \div 0{,}36\ cm.$$

Aus beiden Formeln geht hervor, daß der Luftspalt desto kleiner wird, je größer die Polzahl der Maschine, denn b_p und τ werden desto kleiner, je größer 2 p. Durch Vermehrung der Polzahl kann man daher mit dem Luftspalt bei großen Maschinen auf das, aus mechanischen Gründen, noch zulässige Maß herunterkommen. Bei kleinem Luftspalt

und **massiven** Polschuhen erhitzen sich letztere infolge der Wirbelströme oft recht stark. Man hilft sich dann durch lamellierte Polschuhe.

Ist $\frac{b_z}{\delta} > 5$, so sollen nach Niethammer unbedingt lamellierte Polschuhe oder halbgeschlossene Nuten (Abb. 176) verwendet werden. Man tut gut, wenn man schon lamellierte Polschuhe verwendet bei

$$\frac{b_n}{\delta} > 3.$$

Unter $\delta = 1\ mm$ geht man bei kleinen Maschinen nicht, ebenso nicht unter $\delta = 5\ mm$ bei großen Ankerdurchmessern.

Die Polbohrung ist

$$D_2 = D + 2\,\delta.$$

Abb. 176.

50. Die Hauptabmessungen des Ankers.

Aus den gegebenen Werten, Leistung, Tourenzahl pro Minute und Spannung müssen zuerst die Abmessungen des Ankers, also Durchmesser D und axiale Länge L_a bestimmt werden. Die Polzahl 2 p wird angenommen, eventuell Entwürfe für verschiedene Polzahlen durchgerechnet.

Nach Abschnitt 39 ist die EMK des Ankers

$$E = z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Da der gesamte Ankerstrom J_a ist, so ist die von der Antriebsmaschine auf den Generator übertragene Leistung

$$L = E \cdot J_a \text{ Watt} = E \cdot J_a \cdot 10^{-3} \text{ KW.}$$

$$L = z \cdot \Phi \cdot J_a \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'} \cdot 10^{-11} \text{ KW.}$$

Die ideelle Polbogenbreite ist b_i und die Länge in axialer Richtung L_i, daher

$$\Phi = b_i \cdot L_i \cdot \mathfrak{B}_l$$

$$J_a = \frac{D \cdot \pi \cdot AS \cdot 2\,p'}{z}$$

eingesetzt, ergibt

$$L = b_i \cdot L_i \cdot \mathfrak{B}_l \cdot D \cdot \pi \cdot AS \cdot 2\,p' \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'} \cdot 10^{-11}$$

$$b_i = \alpha_i \cdot \tau = \frac{\alpha_i \cdot D \cdot \pi}{2\,p}, \text{ also}$$

$$L = \frac{\alpha_i \cdot D \cdot \pi}{2p} \cdot L_i \cdot \mathfrak{B}_l \cdot D \cdot \pi \cdot AS \frac{n}{30} p \cdot 10^{-11}, \text{ oder}$$

$$L = \frac{\alpha_i \cdot \pi^2}{60} \cdot 10^{-11} \cdot D^2 \cdot L_i \cdot \mathfrak{B}_l \cdot AS \cdot n \text{ KW.}$$

$$L = 0{,}164\, \alpha_i \cdot \mathfrak{B}_l \cdot AS \cdot D^2 \cdot L_i \cdot n \cdot 10^{-11} \text{ KW.}$$

Setzt man noch $\mathfrak{B}_l = 1000\, \mathfrak{B}_{l_0}$, so wird

$$L = 0{,}164 \cdot \alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0} \cdot AS \cdot 10^{-8} \cdot D^2 \cdot L_i \cdot n.$$

Vielfach wird

$$0{,}164\, \alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0} \cdot AS \cdot 10^{-8} = C$$

als „Maschinenkonstante" bezeichnet. Setzt man C in obige Gleichung ein, so wird

$$C = \frac{L}{D^2 \cdot L_i \cdot n}$$

und

$$\mathbf{D^2 \cdot L_i = \frac{L}{C \cdot n}.}$$

Wählt man für eine 400 KW-Maschine z. B. $AS = 400$, $\mathfrak{B}_{l_0} = 9$, $\alpha_i = 0{,}72$, so wird

$$C = \frac{0{,}164 \cdot 0{,}72 \cdot 9 \cdot 400}{10^8} = 425 \cdot 10^{-8}.$$

Ist die Tourenzahl $n = 120$ pro Minute, so wird damit

$$D^2 \cdot L_i = \frac{400 \cdot 10^8}{120 \cdot 425} = 0{,}785 \cdot 10^6 = 78{,}5 \cdot 10^4.$$

Nimmt man nun für L_i verschiedene Werte an, so können die zugehörigen D berechnet und alle daraus sich ergebenden Werte in folgender Tabelle eingetragen werden.

2 p = 10

$L_i =$	25	30	35	40	50
$D =$	177	162	150	140	125
$v =$	11,1	10,2	9,4	8,8	7,85
$\tau =$	55,6	51	47,2	44	39,3
$b_i =$	40	36,7	34	31,7	28,3

Will man die Magnetkerne mit rundem Querschnitt ausführen, weil dann die Länge einer Windung am kleinsten wird, so müßte man sich für den Entwurf mit $L_i = 30$ *cm* entscheiden. Auch für $2p = 8$ und 12 könnte man unter Beibehaltung der Konstanten C die ver-

schiedenen Größen ausrechnen. Der ganze Entwurf wäre dann für alle drei Polzahlen vollständig durchzurechnen und derjenige käme zur Ausführung, der allen Anforderungen genügt, aber am billigsten ist. Bei der Kostenberechnung sind natürlich Material- und Herstellungskosten zusammengefaßt als Gesamtkosten zu berücksichtigen und nicht etwa allein die Materialkosten. Auch für andere Konstanten C können die drei Entwürfe in gleicher Weise durchgerechnet werden. Man wird dann sicher die billigste Maschine, die alle Bedingungen erfüllt, erhalten.

Die Nutzleistung der Maschine ist bei einem Wirkungsgrad $\eta = 0{,}93$

$$400 \cdot 0{,}93 = 372 \text{ KW}.$$

Für eine 6 KW-Maschine ist etwa $AS = 120$, $\mathfrak{B}_{l_0} = 7{,}5$, $\alpha_i = 0{,}68$, also

$$C = 0{,}164 \cdot 0{,}68 \cdot 7{,}5 \cdot 120 \cdot 10^{-8} = 100 \cdot 10^{-8}.$$

$2p = 4$

$L_i =$	10	11	12	13	14	15
$D =$	22,4	21,4	20,4	19,6	18,9	18,3
$v =$	14,1	13,4	12,8	12,3	11,9	11,5
$\tau =$	17,6	16,8	16	15,4	14,8	14,4
$b_i =$	12	11,4	10,9	10,5	10	9,8

Die Umfangsgeschwindigkeit $v = 12{,}8$ *m/sec* fällt in die unter 6, Abschnitt 49 angegebenen Werte, die Entfernung zweier Polkanten ist $\tau - b_i = 16 - 10{,}9 \cong 5$ *cm*, was auch genügt, so daß wir

$$L_i = 12 \text{ cm}$$
$$D = 20{,}4 \text{ cm}$$

wählen werden.

Bei $\eta = 0{,}83$ ist die Nutzleistung $6 \times 0{,}83 = 5$ KW.

Bei der kleinen Maschine von 6 KW ist die Maschinenkonstante $1 \cdot 10^{-6}$, bei der großen 400 KW-Maschine dagegen $4{,}25 \cdot 10^{-6}$. Mit wachsender Leistung oder mit wachsendem Durchmesser wächst auch die Maschinenkonstante. In Abb. 177 ist C abhängig vom Durchmesser D aufgetragen, wie die Kurve von Pichelmayer in „Dynamobau" angegeben ist.

In E. T. Z. 1905, Seite 641 gibt Dr. Breslauer die Abmessungen eines Motors von 8 PS Nutzleistung bei 1000 Touren pro Minute an, mit dem Bemerken, daß er für diese Leistung noch keine kleineren Abmessungen bei gleicher Tourenzahl gefunden habe. Es ist

Ankerdurchmesser $D = 23$ *cm*

Gesamte axiale Länge $L_a = 13$ *cm* (3 Luftschlitze à 0,7 *cm*).

Nach Abschnitt 42 berechnet sich die ideelle Länge zu

$$L_i = 13\ cm.$$

Die Maschinenkonstante ergibt sich mit $\eta = 0{,}86$ zu

$$C = \frac{L}{D^2 \cdot L_i \cdot n} = \frac{0{,}736 \cdot 8}{0{,}86 \cdot 23^2 \cdot 13 \cdot 1000} = 1 \cdot 10^{-6},$$

also der vorher für die 6 KW-Maschine angegebene Wert.

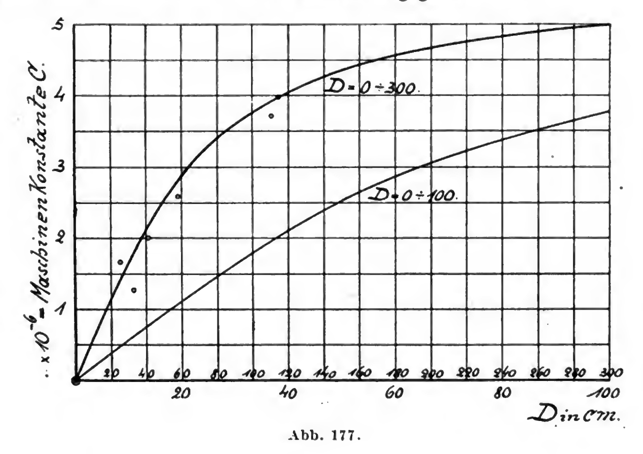


Abb. 177.

Die Werte der Abb. 177 gelten für $\alpha_i = 0{,}775$ und Nutweite = Zahnbreite. Hat α_i einen anderen Wert, so ist

$$C_{(\alpha i)} = C_{(0{,}775)} \frac{\alpha_i}{0{,}775}.$$

Für einen Durchmesser von 90 *cm* ist z. B. aus der Kurve $C = 3{,}6 \cdot 10^{-6}$, also für $\alpha_i = 0{,}72$

$$C = 3{,}6 \cdot 10^{-6} \frac{0{,}72}{0{,}775} = 3{,}34 \cdot 10^{-6}.$$

Aus den Abmessungen einiger n e u e r e r Maschinen wurde C berechnet und in Abb. 177 durch kleine Kreise gekennzeichnet. Die meisten Punkte liegen tiefer als die Kurve, so daß die Kurvenwerte gut ausgenützte Maschinen ergeben. Die Kurve gilt für o f f e n e Maschinen für Periodenzahlen der Ummagnetisierung bis 35 pro Sekunde.

Mit Hilfe der Reaktanzspannung läßt sich noch ein Ausdruck für $\left(\frac{D}{w_1}\right)$ ableiten, also bei gewähltem D daraus die Zahl der Windungen pro Segment bestimmen. Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{p}{p'\left(2-\frac{p'}{p}\right)} = P,$$

so wird:

$$E_s' = P \cdot w_1 \cdot \psi_1 \cdot AS \cdot L_e \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$$v = \frac{D \cdot \pi \cdot n}{60} \, cm/sec,$$

also

$$E_s' = \frac{\pi}{60} P \cdot w_1 \cdot \psi_1 \cdot AS \cdot D \cdot L_e \cdot n \cdot 10^{-8}.$$

Multipliziert man auf beiden Seiten mit D, so wird

$$E_s' \cdot D = \frac{\pi}{60} P \cdot w_1 \cdot \psi_1 \cdot AS \cdot D^2 \cdot L_e \cdot n \cdot 10^{-8}.$$

Setzt man noch annähernd $L_e = 0{,}85\, L_i$, so wird

$$E_s' \cdot D = 0{,}045\, P \cdot w_1 \cdot \psi_1 \cdot AS \cdot D^2 \cdot L_i \cdot n \cdot 10^{-8}.$$

Nun ist

$$C = \frac{L}{D^2 \cdot L_i \cdot n}, \text{ also } D^2 \cdot L_i \cdot n = \frac{L}{C}, \text{ daher}$$

$$E_s' \cdot D = 0{,}045\, P \cdot w_1 \cdot \psi_1 \cdot AS \frac{L}{C} \cdot 10^{-8}.$$

Da

$$C = 0{,}164\, \alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0} \cdot AS \cdot 10^{-8}, \text{ so wird}$$

$$E_s' \cdot D = \frac{0{,}045\, P \cdot w_1 \cdot \psi_1 \cdot L}{0{,}164 \cdot \alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0}} \text{ oder}$$

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = 0{,}274\, P \frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot E_s' \cdot \mathfrak{B}_{l_0}}.$$

Nimmt man für E_s' den schon angegebenen Maximalwert 1,5 Volt an, so wird

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = 0{,}18\, P \frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0}}$$

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = 0{,}18 \frac{\frac{p}{p'}}{2-\frac{p'}{p}} \cdot \frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0}}.$$

Für Parallelschaltung wird also

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = 0{,}18 \frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0}}.$$

Für Reihenschaltung ist $p' = 1$, also bei zwei Bürstenstiften

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = 0{,}18 \frac{p}{2 - \frac{1}{p}} \cdot \frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0}}.$$

Für Reihenschaltung kann $\left(\frac{D}{w_1}\right)$ im Verhältnis $\frac{p}{2 - \frac{1}{p}}$ größer werden, d. h. bei derselben Windungszahl w_1 muß bei Reihenschaltung der Ankerdurchmesser $\frac{p}{2 - \frac{1}{p}}$ mal so groß werden, als bei Parallelschaltung.

Bei demselben Ankerdurchmesser D darf bei Reihenschaltung die Windungszahl pro Spule nur der $\left(\frac{p}{2 - \frac{1}{p}}\right)$te Teil der Windungszahl bei Parallelschaltung sein.

Nehmen wir als Beispiel die 400 KW-Maschine mit $\mathfrak{B}_{l_0} = 9$, $\alpha_i = 0{,}72$ und setzen wir $\psi_1 = 10$, so wird bei Parallelschaltung:

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = \frac{0{,}18 \cdot 10 \cdot 400}{0{,}72 \cdot 9} \cong 110.$$

Bei einer Windung pro Spule ist also der kleinste Ankerdurchmesser 110 *cm*.

Als zweites Beispiel nehmen wir den in Abschnitt 46 benutzten Motor von 5 PS Nutzleistung $= \frac{5 \cdot 0{,}736}{0{,}8} = 4{,}6$ KW aufgenommener Energie. Mit einer Reaktanzspannung von 0,5 Volt wird für Reihenschaltung mit zwei Bürstenstiften bei $2\,p = 4$, $\alpha_i = 0{,}64$ und $\mathfrak{B}_{l_0} = 7{,}3$

$$\frac{D}{w_1} = 0{,}274 \frac{2}{2 - 0{,}5} \frac{11{,}8 \cdot 4{,}6}{0{,}64 \cdot 0{,}5 \cdot 7{,}3} = 8{,}5.$$

Bei $w_1 = 3$ Windungen pro Spule wird

$$D = 3 \cdot 8{,}5 = 25{,}5 \; cm.$$

Mit dem maximalen Wert von E_s' würde bei $w_1 = 3$ der Ankerdurchmesser

$$D = \frac{8{,}5}{3} \cdot 3 = 8{,}5 \; cm.$$

Bei vierpoligen Maschinen geht man nicht gern unter D = 15 *cm*, denn der Polzwischenraum $\tau - b_p$ soll nicht kleiner als 4 *cm* werden.

Nun ist bei D = 15 *cm*

$$\tau = \frac{D \cdot \pi}{2\,p} = \frac{15 \cdot \pi}{4} = 11{,}8 \; cm, \text{ also mit } \tau - b_p = 4$$

$$b_p = 11{,}8 - 4 = 7{,}8 \; cm,$$

was

$$\alpha = \frac{b_p}{\tau} = \frac{7{,}8}{11{,}8} = 0{,}66$$

entspricht.

Wollte man mit der Windungszahl w_1 höher gehen, so würde ev. der Kollektor zu wenig Lamellen erhalten.

In obigem Beispiel könnte man $w_1 = 5$ nehmen, dann würde bei $E_s' = 1{,}5$ Volt

$$D = 8{,}5 \cdot \frac{5}{3} = 14{,}2 \; cm.$$

Mit $C = 1 \cdot 10^{-6}$ aus Abb. 177 wird

$$L_i = \frac{L}{D^2 \cdot C \cdot n} = \frac{4{,}6 \cdot 10^6}{14{,}2^2 \cdot 1 \cdot 1000} = 22{,}8 \; cm$$

$$\tau = \frac{14{,}2 \cdot \pi}{4} = 11{,}2 \; cm$$

$$b_i = \alpha_i \cdot \tau = 0{,}65 \cdot 11{,}2 = 7{,}3 \; cm$$

$$Q_l = b_i \cdot L_i = 7{,}3 \cdot 22{,}8 = 166 \; cm^2$$

$$\Phi = Q_l \cdot \mathfrak{B}_l = 166 \cdot 7300 = 1{,}21 \cdot 10^6.$$

Für eine Spannung von 220 Volt, mit 5% Spannungsverlust wird die EMK

$$E = 0{,}95 \cdot 220 = 210 \text{ Volt}$$

und aus

$$E = z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'} \cdot 10^{-8}$$

$$z = \frac{E \cdot 10^8}{\Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'}} = \frac{210 \cdot 10^8}{1{,}21 \cdot 10^6 \cdot 16{,}67 \cdot 2} \cong 520$$

$$\text{Zahl der Wicklungselemente } x = \frac{520}{5} = 104.$$

Mit x = 106 wird

$$y = \frac{x \pm 2}{2\,p} = \frac{106 + 2}{4} = 27.$$

In jede Nut zwei Wicklungselemente gleich zehn Drähte gelegt ergibt auch

$$z_n = 53 \text{ Nuten.}$$

$$\text{Leiterzahl } z = 530.$$

Für eine Drahtwicklung sollte sein (siehe später Abschnitt 52)

$$m_k \geqq 0{,}04 \cdot z \sqrt{\frac{J_a}{2\,p'}} = 0{,}04 \cdot 530 \sqrt{\frac{17{,}6}{2}} \geqq 63 \text{ gegen } m_k = 53.$$

Für den ersten Entwurf leistet die Gleichung

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = 0{,}274\, P \frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot E_s' \cdot \mathfrak{B}_{l_0}}$$

gute Dienste.

Das Verhältnis $\alpha_i = \frac{b_i}{\tau}$ bewegt sich bei Maschinen ohne Wendepole zwischen

$$\alpha_i = 0{,}6 \div 0{,}8.$$

Gewöhnlich ist

$$\alpha_i = 0{,}7 \div 0{,}75.$$

Die Luftinduktion ist annähernd folgender Tabelle zu entnehmen

Leistung in KW	Luftinduktion $\mathfrak{B}_l$	
	Glatte Anker	Nutenanker
0 ÷ 10	3000 ÷ 5000	5000 ÷ 7000
10 ÷ 100	5000 ÷ 6000	7000 ÷ 9000
100 ÷ 1000	6000 ÷ 8000	8000 ÷ 11000

Die Amperestäbe pro *cm* Ankerumfang sind folgender Tabelle zu entnehmen.

D =	20	40	60	80	100	120	140	200	300	400 *cm*
AS =	120	240	290	320	360	380	400	420	440	460

Für Leistungen von 0 ÷ 20 KW ist AS ≃ 100 ÷ 150
20 ÷ 100 „ „ AS = 150 ÷ 250
100 ÷ 1000 „ „ AS = 200 ÷ 400

51. Die Verluste und die Erwärmung des Ankers.

Durch die Ummagnetisierung wird das Ankereisen infolge der auftretenden Hysterese- und Wirbelstromverluste erwärmt. Beide Verluste zusammen bezeichnen wir als Eisen- oder Kernverluste. Die Ankerwicklung wird erwärmt infolge des Kupferverlustes

$$W_k = J_a^2 \cdot R_a$$

wenn R_a der Ankerwiderstand ist.

Bedeutet $\lambda_A = \frac{z \cdot l_a}{2 \cdot 2\,p'}$ die Länge der hintereinandergeschal-

teten Windungen einer Ankerabteilung, so ist bei 2 p′ parallelen Abteilungen der Ankerwiderstand

$$R_a = \frac{s \cdot \lambda_A}{2\,p' \cdot q_a} = \frac{s \cdot z \cdot l_a}{2\,q_a\,(2\,p')^2}.$$

Da $$J_a = 2\,p' \cdot i_a$$

und $$i_a = \Delta_a \cdot q_a, \text{ so wird}$$

$$W_k = (2\,p')^2 \cdot \Delta_a^2 \cdot q_a^2 \frac{s \cdot z \cdot l_a}{2\,q_a \cdot (2\,p')^2}$$

$$W_k = \Delta_a^2 \cdot s \frac{l_a}{2} \cdot q_a \cdot z.$$

Da $\frac{l_a}{2} \cdot q_a \cdot z$ = gesamtes Kupfervolumen der Ankerwicklung in *cm*³, so wird der Verlust pro 1 *cm*³

$$w_k' = \Delta_a^2 \cdot s \text{ Watt.}$$

Mit einem spezifischen Gewicht $\gamma_k = 8{,}9$ für Kupfer entfallen auf 1 *kg*

$$\frac{1000}{8{,}9} = 112\ cm^3.$$

Der Verlust pro 1 *kg* Kupfer ist also

$$w_k = 112\ w_k' = 112 \cdot s \cdot \Delta_a^2 \text{ Watt.}$$

Setzt man für erwärmtes Kupfer $s = \frac{1}{48}$, so wird

$$w_k = 2{,}33\ \Delta_a^2 \text{ Watt}/kg.$$

Für die in den Kupferleitern entstehenden Wirbelströme schlagen wir 10% zu, so daß wir erhalten

$$w_k = 2{,}6 \cdot \Delta_a^2 \text{ Watt}/kg.$$

Ist das Kupfergewicht des Ankers G_{k_A} *kg*, so wird der Kupferverlust

$$W_{k_A} = 2{,}6\ \Delta_a^2 \cdot G_{k_A} \text{ Watt.}$$

Der Hystereseverlust ist proportional der Periodenzahl ν pro Sekunde, dem Quadrat der Kraftliniendichte $\mathfrak{B}$ und dem Eisengewicht, der Wirbelstromverlust dagegen ist proportional $(\nu \cdot \mathfrak{B})^2$ und dem Eisengewicht.

Für den Ankerrücken erhalten wir also

$$W_{b_A} = \alpha \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_a^2 \cdot G_{e_A} \text{ Watt}$$
$$W_{w_A} = \beta \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_a^2 \cdot G_{e_A} \text{ Watt.}$$

Nach Fischer-Hinnen (E. u. M. Wien, 1914, Heft 1 u. 2) kann man annähernd setzen:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = 2 \cdot w_s \cdot 10^{-10} \\ \beta = 0{,}008 \cdot w_s \cdot 10^{-10}\end{array}\right\} \text{für } 0{,}5 \, mm \text{ dickes Blech}$$

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = 2{,}2 \cdot w_s \cdot 10^{-10} \\ \beta = 0{,}0155 \cdot 10^{-10}\end{array}\right\} \text{für } 0{,}35 \, mm \text{ dickes Blech.}$$

In den Zähnen tritt ein Verlust durch Hysterese auf, der ebenso berechnet wird, wie oben für den Ankerrücken angegeben ist, dagegen ist nach Fischer-Hinnen der Wirbelstromverlust in den Zähnen

$$\frac{D}{4\,p \cdot \delta}$$

mal so groß als oben angegeben.

Es wird daher:

$$W_{hz} = \alpha \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_z^2 \cdot G_{ez} \text{ Watt}$$

$$W_{wz} = \frac{\beta \cdot D}{4\,p \cdot \delta} \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_z^2 \cdot G_{ez} \text{ Watt.}$$

w_s ist in den Gleichungen die sogenannte Verlustziffer, das ist der Wattverbrauch pro 1 *kg* bei einer Induktion $\mathfrak{B} = 10000$ und 50 Perioden/*sec.*

Beispiel: Es sei

$w_s = 4$ bei 0,5 *mm* dickem Blech, $\nu = 25/sec$, $v = 15{,}2\, m/sec$,

$\mathfrak{B}_a = 11000$, $\mathfrak{B}_z = 20000$, $G_{eA} = 150\, kg$, $G_{ez} = 50\, kg$

$D = 58\, cm$, $p = 3$, $\delta = 0{,}6\, cm$.

Es wird $\alpha = 8 \cdot 10^{-10}$

$\beta = 0{,}032 \cdot 10^{-10}$, also

$$W_{hA} = 8 \cdot 10^{-10} \cdot 25 \cdot 11000^2 \cdot 150 = 360 \text{ Watt}$$

$$W_{wA} = 0{,}032 \cdot 10^{-10} \cdot 25^2 \cdot 11000^2 \cdot 150 = 36 \text{ Watt}$$

$$W_{hz} = 8 \cdot 10^{-10} \cdot 25 \cdot 20000^2 \cdot 50 = 400 \text{ Watt}$$

$$W_{wz} = \frac{0{,}032 \cdot 58}{4 \cdot 3 \cdot 0{,}6} 10^{-10} \cdot 25^2 \cdot 20000^2 \cdot 50 = 320$$

Gesamteisenverlust $W_e = 360 + 36 + 400 + 320 = 1116$ Watt.

Das Kupfergewicht des Ankers ist

$$G_{kA} = 76\, kg$$

die Stromdichte $\Delta_a = 3{,}5$, also

$$W_{kA} = 2{,}6 \cdot 3{,}5^2 \cdot 76 = 2420 \text{ Watt.}$$

Das Kupfergewicht innerhalb der Ankerlänge L_a ist 25 *kg*, das Gewicht der freien Stirnverbindungen 76 — 25 = 51 *kg*.

Innerhalb des Ankers ist der Kupferverlust

$$\frac{25}{76} \cdot 2420 = 800 \text{ Watt.}$$

Der Gesamtverlust innerhalb des Ankers ist daher $W_g' = 1116 + 800 = 1916$ Watt. Dieser Verlust wird in Wärme umgesetzt und sie muß von der Oberfläche F an die umgebende Luft abgegeben werden. Ist die abkühlende Oberfläche zu klein, so wird die Temperaturerhöhung des Ankers zu groß. Angenähert findet man die Temperaturerhöhung aus

$$T_A = \frac{C_1 \cdot W_g'}{F\,(1 + 0{,}1\,v)}.$$

Als abkühlende Oberfläche rechnet man häufig die Mantelfläche plus $(n_s + 2)$ mal die Stirnfläche. Für den Faktor C_1 kann man bei etwa v = 15 *m/sec* den Wert 350 ÷ 500 einsetzen.

Hobart rechnet in „Motoren für Gleich- und Drehstrom" als abkühlende Oberfläche $D \cdot \pi \times$ Länge zwischen den Enden der Wicklung. Er setzt den gesamten Verlust $W_g = W_e + W_{k_A}$ ein und fordert für eine Temperatursteigerung von 50° auf 1 *dcm*² höchstens 50 Watt.

Hieraus müßten also pro Watt 2 *cm*² abkühlende Oberfläche vorhanden sein. Für das obige Beispiel ist die Länge der Wicklung aus Tafel I 44 *cm*, also

$$F = 5{,}8 \cdot \pi \cdot 4{,}4 = 80\ dcm^2$$

oder

$$\frac{1116 + 2420}{80} = \frac{3536}{80} = 44 \text{ Watt}/dcm^2.$$

Nach der ersteren Methode ist $F = 58 \cdot \pi \cdot 19 + 3 \cdot \frac{\pi}{4}(58^2 - 33^2)$ $= 3460 + 5300 = 8760\ cm^2$. Mit v = 14 *m/sec* und $C_1 = 400$ wird

$$T_A = \frac{400 \cdot 1916}{8760 \cdot 2{,}4} = 36°.$$

Bei ganz geschlossenen Maschinen, den sogenannten gekapselten Maschinen, muß die ganze Wärme, die in der Maschine auftritt, durch die gesamte äußere Maschinenoberfläche abgegeben werden. Durch die im Innern auftretende Luftbewegung, die häufig durch besondere Schaufeln noch unterstützt wird, tritt nahezu eine gleichmäßige Erwärmung der Maschine auf. Für 1 Watt Gesamtverlust rechnet man ca. 13 ÷ 15 *cm*² abkühlende Außenfläche der Maschine.

Der als sechstes Beispiel berechnete Nebenschlußmotor auf Seite 346 hat folgende Verluste:

Kupferverlust im Anker	= 260	Watt
Bürstenverlust	= 46	,,
Eisenverlust	= 147	,,
Reibungsverlust	= 160	,,
Erregerverlust	= 185	,,
Gesamtverlust	= 798	Watt

Konstanter Verlust = 147 + 185 + 160 = 492 Watt
Variabler „ = 260 + 46 = 306 Watt.

Soll der Motor gekapselt werden, so wird aus Tafel XII seine äußere abkühlende Fläche

$$F_a = 40 \cdot \pi \cdot 40 + 40^2 \frac{\pi}{2} = 5000 + 2500 = 7500\ cm^2.$$

$$\text{Gesamtverlust bei } 13\ cm^2 \text{ pro Watt} = \frac{7500}{13} = 575 \text{ Watt.}$$

Veränderliche Verluste als geschlossener Motor = 575 — 492 = 83 Watt.

Verhältnis der veränderlichen Verluste geschlossen zu denen des offenen Motors $= \frac{83}{306} = 0{,}27$.

Leistung des geschlossenen Motors $= \sqrt{0{,}27} \cdot 5 = 2{,}6$ PS.

Der Motor kann also vollkommen geschlossen 2,6 PS leisten, ohne zu warm zu werden.

52. Die Ankerdrahtzahl und Kollektorlamellenzahl.

Die Gesamtzahl der Ankerdrähte ergibt sich aus

$$AS = \frac{z \cdot J_a}{2p' \cdot D \cdot \pi} \text{ zu}$$

$$z = \frac{2p' \cdot D \cdot \pi \cdot AS}{J_a}$$

z ist derart zu wählen, daß es der Wicklungsformel genügt und nicht zu sehr von dem aus obiger Gleichung gefundenen Wert abweicht. Mit der richtigen Drahtzahl z folgt der Kraftlinienfluß aus

$$E = z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \frac{p}{p'} \cdot 10^{-8} \text{ zu}$$

$$\Phi = \frac{60\,p' \,.\, E}{\left(\frac{n}{100}\right) p \cdot z} 10^6.$$

Mit den Querschnitten der verschiedenen Teile des magnetischen Kreises ergeben sich damit die Induktionen in den einzelnen Teilen.

Was die Wicklungsart anbetrifft, so benutzt man gegenwärtig viel die Stabwicklung, die sich aber nur bei Querschnitten über $12 \div 15$ *mm*² ausführen läßt. Ist der Strom groß, so wählt man die Zahl der Ankerzweige so, daß der Ankerzweigstrom $150 \div 200$ Ampere nicht überschreitet (Parallelschaltung). Die Serienschaltung besitzt nur zwei Ankerzweige und ergibt nach der obigen Formel bedeutend weniger Ankerdrähte und somit auch weniger Kollektorlamellen als die Parallelschaltung. Sie wird überall mit gutem Erfolg verwendet, solange der Ankerzweigstrom die erwähnte Grenze nicht überschreitet.

Bei Trommelankern mit Stabwicklung ist die Zahl der Umfangselemente x gleich der Zahl der Ankerdrähte z. x und somit auch z müssen so abgerundet werden, daß sich auch eine Wicklung mit den Schritten y_1 und y_2 ausführen läßt. Durch die Zahl der Umfangselemente x ist auch die Zahl der Kollektorlamellen gegeben und zwar

bei dem Ring $$m_k = x,$$

bei der Trommel $$m_k = \frac{x}{2}.$$

Gelangt eine Drahtwicklung zur Verwendung, so vereinigt man, um die Kollektorlamellenzahl zu reduzieren, in der Regel mehrere Umfangsdrähte zu einem Umfangselement. Dabei darf aber mit Rücksicht auf funkenfreien Lauf die Windungszahl w_1 pro Umfangselement einen bestimmten Wert nicht überschreiten, oder die Lamellenzahl des Kollektors einen solchen nicht unterschreiten. Nach Prof. Arnold soll die Lamellenzahl

$$m_k \geqq 0{,}04\, z \sqrt{\frac{J_a}{2\,p'}} \text{ sein.}$$

Natürlich muß bei Ringwicklungen

$$w_1 = \frac{z}{m_k}$$

und bei Trommelwicklungen

$$w_1 = \frac{z}{2\, m_k}$$

ohne Rest teilbar sein.

Die Zahl der Umfangselemente, die bei der Trommel

$$x = 2\, m_k = \frac{z}{w_1} \text{ ist,}$$

muß auch hier so beschaffen sein, daß sich die Wicklung ausführen läßt.

Bei glatten Armaturen, die übrigens nur noch selten benutzt werden, muß ferner auf die Zahl der Drähte, die nebeneinander auf dem Umfang Platz finden können, Rücksicht genommen werden. Ein Vergleich dieser Zahl mit der oben berechneten Drahtzahl läßt sofort erkennen, wieviel Drahtlagen übereinander zu wickeln sind. Erhält man dabei Bruchteile einer Lage, so muß der Drahtquerschnitt oder die Umfangsdrahtzahl oder selbst der Ankerdurchmesser so geändert werden, daß die vorhergehende oder die folgende Lage gerade voll wird. Es empfiehlt sich, die Anzahl der Lagen möglichst zu reduzieren, um den Abstand zwischen Pol- und Ankereisen gering zu halten, da von diesem hauptsächlich die Amperewindungen für die Magnetwicklung, also der Aufwand an Kupfer und Strom für die Erregung abhängig ist. Bei größeren Ankern ist darauf zu achten, daß am Umfang Platz für einige Treibstützen ist. Da die Magnete auf die stromdurchflossenen Drähte einen Zug ausüben, so können die Drähte, wenn die Reibung nicht groß genug ist, über das Ankereisen weggezogen werden. Dies verhindert man dadurch, daß man in bestimmten Abständen am Umfang Längsleisten in den Anker einsetzt, welche die Drähte mitnehmen.

Bei kleineren Ringen genügt der Halt, den die Arme der Wicklung bieten. Hier ist jedoch darauf Bedacht zu nehmen, daß die Drähte im Innern des Ringes untergebracht werden können.

Handelt es sich um einen Nutenanker, so muß die Anzahl der Umfangselemente x, also auch die Drahtzahl z mit der Nutenzahl in Einklang gebracht werden. Gebräuchlich ist es, zwei Umfangselemente bei höheren Spannungen sogar vier, sechs und acht Umfangselemente in eine Nut zu legen. Um hierbei symmetrische Wicklungen zu erhalten, muß die Zahl der Umfangselemente ein Vielfaches der Nutenzahl sein. Außerdem muß, wenn die in den Nuten nebeneinander liegenden Umfangselemente gemeinsam isoliert und auf den Anker aufgelegt werden, der Wicklungsschritt vermindert um eins durch die Zahl der in der Nut liegenden Umfangselemente ohne Rest teilbar sein.

53. Die Abmessungen der Ankernuten.

Aus der Nutenzahl z_n ergibt sich die Nutenteilung am Ankerumfang zu

$$t_n = \frac{D \cdot \pi}{z_n}.$$

Unter einem Pol liegen $\frac{b_p}{t_n}$ Zähne, der Querschnitt aller Zähne unter dem Pol ist daher

$$Q_{z_{min}} = 0{,}9\,(L_a - n_s \cdot b_s) \cdot b_{z_{min}} \cdot \frac{b_p}{t_n}\, cm^2.$$

Ist die maximal zulässige Zahninduktion $\mathfrak{B}_{z\,max}$, so ist

$$Q_{z\,min} \cdot \mathfrak{B}_{z\,max} = \Phi,$$

also

$$b_{z\,min} = \frac{t_n \cdot \Phi}{0{,}9\,(L_a - n_s \cdot b_s) \cdot b_p \cdot \mathfrak{B}_{z\,max}}.$$

Die Nutenbreite b_n ergibt sich aus

$$b_n = t_n - b_z.$$

Die Nutenhöhe soll das $3 \div 3{,}5$ fache der Nutweite nicht überschreiten, bei kleinen Maschinen nimmt man etwa

$$\frac{h_n}{b_n} = 2 \div 2{,}5.$$

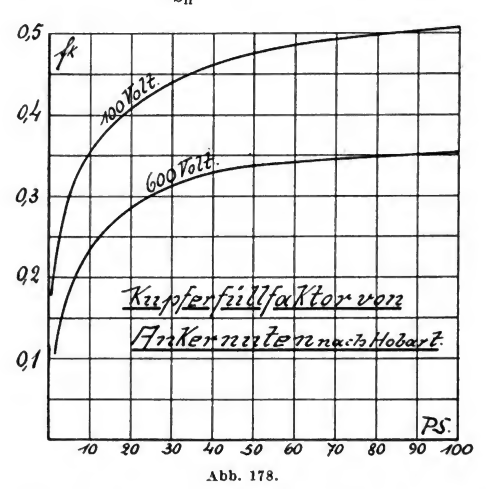


Abb. 178.

Mit der scheinbaren Zahninduktion $\mathfrak{B}_{z\,max}$ geht man nicht höher als 23000 Linien pro cm^2.

Mit Hilfe der Stromdichte Δ_a läßt sich die Nutenhöhe auch berechnen. Auf 1 *cm* Ankerumfang kommen AS Ampere. Nun liegen auf 1 *cm* Umfang $\frac{z_n}{D \cdot \pi}$ Nuten und in einer Nut liegen

$$F \cdot \Delta_a = f_k \cdot b_n \cdot h_n \cdot 100\,\Delta_a \text{ Ampere.}$$

Es ist also

$$\frac{z_n}{D \cdot \pi} \cdot f_k \cdot b_n \cdot h_n \cdot 100\,\Delta_a = AS$$

$$h_n = \frac{AS \cdot D \cdot \pi}{z_n \cdot f_k \cdot b_n \cdot 100\,\Delta_a} = \frac{AS \cdot t_n}{f_k \cdot b_n \cdot 100\,\Delta_a},$$

f_k ist dabei der Kupferfüllfaktor der Nut und Abb. 178 zu entnehmen.

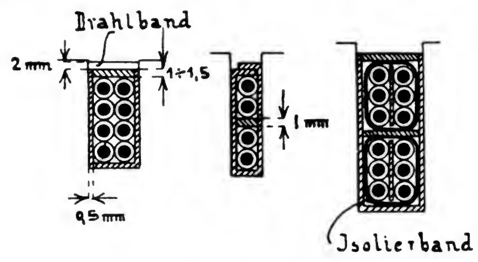


Abb. 179.

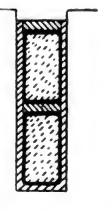
Beispiel: Der auf Seite 210 in Abschnitt 46 behandelte Motor hat

$$AS = 84,\ t_1 = 1{,}25,\ f_k = 0{,}25,\ b_n = 0{,}64,\ \Delta_a = 4{,}2, \text{ also}$$

$$h_n = \frac{84 \cdot 1{,}25}{0{,}25 \cdot 0{,}64 \cdot 100 \cdot 4{,}2} = 1{,}56\ cm.$$

Ausgeführt ist $h_n = 1{,}6\ cm$

$$\frac{h_n}{b_n} = \frac{1{,}6}{0{,}64} = 2{,}5.$$



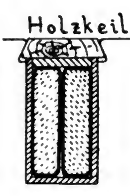


Abb. 180.

Die endgültige Gestalt der Nuten richtet sich nach der Gruppierung der Drähte und muß der Geschicklichkeit des Konstrukteurs überlassen bleiben. Verschiedene Anordnungen zeigen die Abb. 179 und 180, und zwar Abb. 179 für Drahtwicklung und Abb. 180 für Stabwicklung. Für die Isolation der Nuten wird Preßspan, Mikanit, Ölleinwand und Ölpapier, bei höheren Spannungen in mehreren Lagen, verwendet. Kommen mehrere Umfangselemente in eine Nut, so trennt man dieselben durch eine Preßspanschicht von $0{,}5 \div 1\ mm$ Dicke. Den Abschluß der Wicklung bildet ebenfalls eine Preßspanschicht von $1 \div 2\ mm$ Stärke. Den Halt bekommen die Drähte durch ein um den Anker gelegtes Drahtband, welches mit Isolation ca. 2 *mm* beansprucht, oder durch einen Holzkeil von $2 \div 5\ mm$ Dicke. Bei

Schablonenwicklung genügt auch eine schwächere Isolation der Nuten, da die Spulen vor dem Einlegen sorgfältig isoliert werden können.

54. Berechnung der Ankerrückenhöhe.

Die axiale Länge des Eisens ist 0,9 (L_a — $n_s \cdot b_s$), wobei die Isolation der Bleche zu 10% angenommen ist. Dieser Wert gilt für Lackaufstrich oder für dünnes Papier, das mit einer Maschine auf die Bleche geklebt wird. Nennen wir die Rückenhöhe h_a (Abb. 181), so ist der Querschnitt

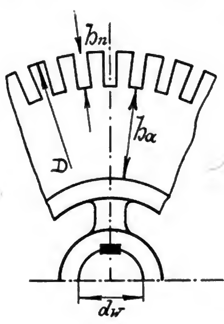


Abb. 181.

$$Q_a = 0{,}9\,(L_a - n_s\, b_s)\, h_a\ cm^2.$$

Da durch diesen Querschnitt nur die Hälfte des Kraftlinienflusses tritt, so ist mit einer Induktion $\mathfrak{B}_a$ im Ankereisen

$$\frac{\Phi}{2} = Q_a \cdot \mathfrak{B}_a, \text{ also}$$

$$\frac{\Phi}{2} = 0{,}9\,(L_a - n_s\, b_s)\, h_a \cdot \mathfrak{B}_a, \text{ oder}$$

$$h_a = \frac{\Phi}{1{,}8\, \mathfrak{B}_a\, (L_a - n_s \cdot b_s)}\ cm.$$

$\mathfrak{B}_a$ ist mit Rücksicht auf die Eisenverluste zu wählen. Sie wachsen nach Abschnitt 51 mit der Induktion, der Periodenzahl und dem Eisengewicht. Nimmt man nun $\mathfrak{B}_a$ groß, so wird h_a und damit das Eisengewicht klein, also die Eisenverluste klein, weil das Gewicht klein ist, aber gleichzeitig groß, weil $\mathfrak{B}_a$ groß ist. Man wird also $\mathfrak{B}_a$ derart wählen, daß die Eisenverluste möglichst klein sind, d. h. man darf $\mathfrak{B}_a$ nicht zu groß nehmen, denn die Verluste wachsen mit dem Quadrat von $\mathfrak{B}_a$ und nur mit der einfachen Potenz des Gewichtes.

Periodenzahl $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$	Induktion $\mathfrak{B}_a$
10 ÷ 20	12000 ÷ 16000
20 ÷ 30	9000 ÷ 12000
30 ÷ 40	8000 ÷ 10000
40 ÷ 50	7000 ÷ 9000

Bei kleinen Ankern setzt man manchmal die Ankerbleche direkt auf die Welle. Die Rückenhöhe ist dann durch den Anker-

durchmesser D, die Nutenhöhe h_n und den Wellendurchmesser d_w gegeben.

$$h_a = \frac{D - (2\,h_n + d_w)}{2}\ cm.$$

55. Ankerwiderstand und Spannungsverlust im Anker.

In Abschnitt 51 ist der Ankerwiderstand gefunden zu

$$R_a = \frac{s \cdot z \cdot l_a}{2 \cdot q_a \cdot (2p')^2},$$

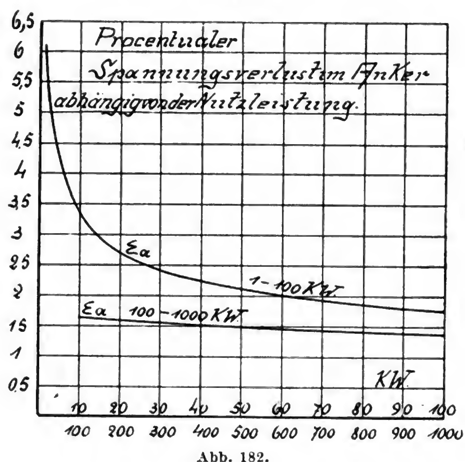


Abb. 182.

wobei s der spezifische Widerstand und l_a die Länge einer Ankerwindung. In kaltem Zustand der Maschine ist für Kupfer

$$s = \frac{1}{57}\,\Omega$$

in warmem Zustand bei ca. 50° Temperaturerhöhung

$$s = \frac{1}{48}\,\Omega.$$

Die genaue Länge l_a ergibt sich aus der Aufzeichnung der Wicklung (Tafel 1). Ungefähr ergibt sich für die

zweipolige Trommel $l_a = 2\,L_a + 1{,}4\,D$
mehrpolige „ $l_a = 2\,L_a + 2{,}8\,\tau$.

Der Spannungsverlust im Anker ist

$$\varepsilon_a = J_a \cdot R_a = \frac{J_a \cdot s \cdot z \cdot l_a}{2 \cdot q_a \cdot (2\,p')^2} \text{ Volt.}$$

Ungefähre Werte von ε_a für normale Tourenzahl zeigt Abb. 182.

Zu diesem Spannungsverlust kommt noch der infolge des Übergangswiderstandes an den Bürsten. Da der Übergangswiderstand zweimal zu passieren ist, erhält man etwa

bei Metallbürsten $0{,}5 \div 1$ Volt
„ Kohlebürsten $1{,}5 \div 2{,}5$ „

56. Querschnitt der Magnetkerne und Querschnitt der Feldmagnetwicklung.

Durch den Magnetkern geht der Kraftlinienfluß

$$\Phi_m = \sigma \cdot \Phi,$$

worin σ = Streukoeffizient. Für normale mehrpolige Maschinen ist

$$\sigma = 1{,}15 \div 1{,}20.$$

Ist Q_m = Querschnitt des Magnetkernes
$\mathfrak{B}_m$ = Induktion im Magnetkern, so ist

$$\Phi_m = Q_m \cdot \mathfrak{B}_m$$

$$Q_m = \frac{\Phi_m}{\mathfrak{B}_m} = \frac{\sigma \cdot \Phi}{\mathfrak{B}_m}.$$

Die Kraftliniendichte $\mathfrak{B}_m$ richtet sich nach dem Material und beträgt etwa

bei Gußeisen $\mathfrak{B}_m = 6\,000 \div 8\,000$
bei Stahlguß $\mathfrak{B}_m = 12\,000 \div 16\,000$
bei Schmiedeeisen $\mathfrak{B}_m = 12\,000 \div 16\,000.$

Der günstigste Querschnitt für den Magnetpol ist der Kreis, da dieser die geringste Länge für die Erregerwicklung und somit den kleinsten Kupferaufwand ergibt. Bei kleineren Maschinen mit größerer Ankerlänge muß man den Polkernen häufig einen rechteckigen oder ovalen Querschnitt geben. Zur Vergrößerung des Luftquerschnittes setzt man auf den Pol einen Schuh, den man der Wirbelströme halber häufig lamelliert. Siehe Abschnitt 49, 9.

Die axiale Länge des Magnetkernes L_m ist entweder gleich oder etwas kleiner als die Ankerlänge L_a (Abb. 145). Ist die Länge L_m gewählt, so wird die radiale Breite

$$b_m = \frac{Q_m}{L_m}.$$

Nimmt man noch die Breite der Wicklung an, so kann man die mittlere Länge einer Feldmagnetwindung l_m berechnen (Abb. 183).

Es sei:

q_m = Querschnitt des Feldmagnetdrahtes,
e_m = gesamte Erregerspannung,
w_m = Windungszahl pro Feldmagnetspule,
i_m = Erregerstrom,
AW_s = gesamte Amperewindungszahl einer Spule,
r_m = Gesamtwiderstand der Erregerwicklung.

Es ist dann

$$r_m = \frac{e_m}{i_m} = \frac{s \cdot l_m \cdot w_m \cdot 2p}{q_m}$$

also

$$q_m = \frac{s \cdot l_m \cdot 2p \cdot (i_m \cdot w_m)}{e_m}.$$

Da $AW_s = i_m \cdot w_m$, so wird

$$q_m = \frac{s \cdot l_m \cdot 2p \cdot AW_s}{e_m} \, mm^2.$$

Ist T_m die Temperaturerhöhung des Feldmagnetkupfers, so ist

Abb. 183.

$$s = \frac{1 + 0{,}0042 \, T_m}{60}.$$

Für $T_m = 40°$ wird $s = \dfrac{1 + 0{,}168}{60} = 0{,}0195 \cong \dfrac{1}{50}$. Damit wird

$$q_m = \frac{p \cdot l_m \cdot AW_s}{25 \cdot e_m} \, mm^2.$$

Die Länge l_m ist in Metern einzusetzen!

Der Energieverlust in der Erregerwicklung ist

$$W_m = i_m^2 \cdot r_m \text{ Watt.}$$

57. Berechnung der Feldmagnetspulen mit Rücksicht auf Erwärmung.

Als abkühlende Fläche rechnen wir die ganze Oberfläche der Spule, also mit den Maßen der Abb. 184

$$F_s = 2\,(h_s + b_s) \cdot l_m \cdot 100 \; cm^2 \qquad (1)$$

Damit die Temperaturerhöhung im Innern der Spule nicht zu groß wird, gegenüber der Temperatur an der Oberfläche, nimmt man die Dicke der Spule

$$b_s \cong 3 \div 6 \; cm.$$

Womöglich soll $b_s < 5 \; cm$ sein.

Die Höhe h_s einer Spule ist also zu berechnen. Die Amperewindungen AW_s der Spule sind bekannt, denn sie waren ja schon in 56 nötig, um q_m berechnen zu können.

Der Querschnitt $h_s \cdot b_s \; cm^2$ ist von Kupfer, Isolation und Luft ausgefüllt. Der Kupferquerschnitt ist

$$\frac{w_m \cdot q_m}{100} \; cm^2.$$

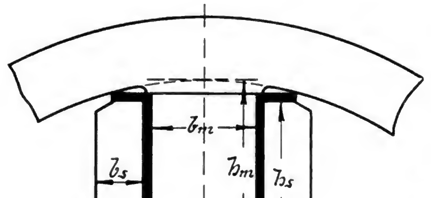


Abb. 184.

Der Kupferfüllfaktor ist also

$$f_k' = \frac{w_m \cdot q_m}{100 \cdot h_s \cdot b_s}. \quad (2)$$

Für runden Draht ist f_k' leicht zu berechnen. Der Durchmesser des blanken Drahtes ist

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \, q_m}{\pi}},$$

der des besponnenen Drahtes d_m'.

Der Kupferquerschnitt von w_m-Drähten ist

$$w_m \cdot q_m = w_m \cdot d_m^2 \frac{\pi}{4} \; mm^2.$$

Die von den w_m-Drähten vom Durchmesser d_m' ausgefüllte Fläche ist

$$d_m'^2 \cdot w_m$$

also der Kupferfüllfaktor

$$f_k' = \frac{w_m \cdot d_m^2 \frac{\pi}{4}}{w_m \cdot d_m'^2} = 0{,}78 \left(\frac{d_m}{d_m'}\right)^2.$$

Wegen kleiner Unregelmäßigkeiten in der Umspinnung nehmen wir vorsichtig

$$f_k' = 0{,}75 \left(\frac{d_m}{d_m'}\right)^2. \quad (3)$$

d_m =	0,5	0,8	1,2	2	3	4 *mm*
d_m' =	0,65	1,05	1,5	2,4	3,5	4,6 ,,

Für dickere Drähte ist die Durchmesserzunahme 0,7 ÷ 0,9 *mm*. Für $d_m = 3$ *mm* wird z. B.

$$f_k' = 0{,}75\left(\frac{3}{3{,}5}\right)^2 = 0{,}55.$$

Besteht die Feldwicklung aus hochkant gewickeltem Kupferband (Abb. 185) so wird

$$f_k' = \frac{w_m \cdot b_s \cdot h}{w_m \cdot b_s \cdot (h + \delta_s)} = \frac{h}{h + \delta_s}. \quad (4)$$

Die Isolationsdicke δ_s nimmt man klein, weil Isolationsmaterial und Kupfer sich infolge von Erwärmung ungleichmäßig ausdehnen und dadurch ev. erhebliche Spannungen hervorgerufen werden können. Besonders bei rasch laufenden Maschinen mit rotierendem Feldmagnetsystem wichtig.

Nach Gleichung (2) ist die Wickelfläche einer Spule

$$b_s \cdot h_s = \frac{w_m \cdot q_m}{100\, f_k'}\, cm^2.$$

Der Verlust in einer Spule ist

$$W_{m_1} = i_m{}^2 \frac{r_m}{2\,p} = i_m{}^2 \frac{s \cdot l_m \cdot w_m}{q_m}.$$

Hieraus

$$q_m = \frac{i_m{}^2 \cdot s \cdot l_m \cdot w_m}{W_{m_1}}$$

oben eingesetzt ergibt:

Abb. 185.

$$b_s \cdot h_s = \frac{i_m{}^2 \cdot w_m{}^2 \cdot s \cdot l_m}{100\, f_k' \cdot W_{m_1}} = \frac{AW_s{}^2 \cdot s \cdot l_m}{100\, f_k' \cdot W_{m_1}} \quad (5)$$

Die Temperaturerhöhung an der Oberfläche der Spule ist desto größer, je größer W_{m_1} und je kleiner die abkühlende Oberfläche F_s ist.

$$T_m = \frac{C \cdot W_{m_1}}{F_s} = \frac{C}{\left(\frac{F_s}{W_{m_1}}\right)} = \frac{C}{a_s} \quad (6)$$

$a_s = \frac{F_s}{W_{m_1}}$ ist die spezifische Abkühlfläche in cm^2/Watt.

Für C kann man folgende Werte einsetzen:

Offene Maschinen mit guter Lüftung des Ankers	C = 900 ÷ 1000
Halbgeschlossene Maschinen	C = 1200 ÷ 1500
Ganz geschlossene Maschinen	C = bis 2400

Aus Gleichung (6) ist $W_{m_1} = \frac{T_m \cdot F_s}{C}$.

Setzt man diesen Wert in Gleichung (5) ein, so wird

$$b_s \cdot h_s = \frac{AW_s^2 \cdot s \cdot l_m \cdot C}{100\, f_k' \cdot T_m \cdot F_s}.$$

Da nach Gleichung (1)

$$F_s = 200\, l_m (b_s + h_s)$$

so wird

$$b_s \cdot h_s = \frac{\left(\frac{AW_s}{100}\right)^2 \cdot s \cdot C}{2\, f_k' \cdot T_m (b_s + h_s)}.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{\left(\frac{AW_s}{100}\right)^2 \cdot s \cdot C}{2\, f_k' \cdot T_m} = a \qquad (8)$$

so wird

$$b_s \cdot h_s = \frac{a}{b_s + h_s}$$

$$h_s^2 \cdot b_s + b_s^2 \cdot h_s = a$$

$$h_s^2 + b_s \cdot h_s = \frac{a}{b_s}$$

$$h_s = -\frac{b_s}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b_s}{2}\right)^2 + \frac{a}{b_s}}.$$

Vor dem Wurzelzeichen kann nur das + Zeichen in Betracht kommen, da sonst h_s negativ würde. Es wird dann

$$h_s = \frac{b_s}{2} \sqrt{1 + \frac{4a}{b_s^3}} - \frac{b_s}{2}$$

$$h_s = \frac{b_s}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{4a}{b_s^3}} - 1\right] \qquad (9)$$

Für das zugrund gelegte b_s kann aus (8) und (9) das erforderliche h_s berechnet werden.

Der Erregerstrom ist

$$i_m = \frac{AW_s}{w_m}$$

und da aus Gleichung (2) $w_m = \dfrac{100\, h_s \cdot b_s \cdot f_k'}{q_m}$

$$i_m = \frac{AW_s \cdot q_m}{100\, h_s \cdot b_s \cdot f_k'} \text{ Ampere.} \qquad (10)$$

Die Stromdichte im Erregerkreis ist daraus

$$\Delta_m = \frac{i_m}{q_m} = \frac{AW_s}{100\, f_k' \cdot h_s \cdot b_s} \qquad (11)$$

Beispiel: $AW_s = 2800$ Amperewindungen pro Spule
$f_k = 0{,}45$
$T_m = 40°$
$C = 1000$. Offener Motor.

Es ist $a_s = \frac{C}{T_m} = \frac{1000}{40} = 25\ cm^2$/Watt.

Nach Gleichung (8) ist

$$a = \frac{28^2 \cdot 25}{0{,}9 \cdot 50} = 435.$$

Breite der Wicklung	$b_s =$	3	4	5 *cm*
Höhe der Wicklung	$h_s =$	10,65	8,6	7,15 *cm*
Abkühlender Umfang	=	27,3	25,2	24,3 *cm*
Mittlere Länge einer Windung l_m	=	$(19{,}2+3)\pi$	$(19{,}2+4)\pi$	$(19{,}2+5)\pi$ *cm*
	=	0,7 *m*	0,73 *m*	0,76 *m*
Abkühlfläche	$F_s =$	1910	1840	1840
Verlust pro Spule	$W_{w_1} = \frac{F_s}{a_s} =$	76,5	73,5	73,5
Stromdichte	$\Delta_m =$	1,95	1,81	1,73
Querschnitt	$q_m =$	0,7	0,73	0,76 mm^2
Erregerstrom	$i_m =$	1,36	1,32	1,31 Amp.
Windungszahl pro Spule	$W_m =$	2060	2120	2130
Kupfergewicht pro Spule	=	8,9	10	10,9 *kg*

Wir wählen also die Wicklung mit $b_s = 3\ cm$ und $h_s = 10{,}65\ cm$, weil das Gewicht am kleinsten ist und der Verlust nur um 3 Watt größer als bei den beiden anderen Ausführungen. Mit kleinerem h_s werden genau genommen die AW_s auch kleiner, aber der Unterschied ist verschwindend klein. Das Eisengewicht wird allerdings größer mit größerem h_s und es muß endgültig derjenige Entwurf ausgeführt werden, der die geringsten Gesamtkosten bei sonst gleichen Eigenschaften ergibt. Größer als 5 *cm* soll die Breite b_s der Wicklung nicht werden. Aus h_s und b_s kann die Höhe h_m des Magnetkernes (Abb. 184) festgestellt werden, am besten durch eine maßstäbliche Aufzeichnung.

Um einen magnetischen Stromkreis aufzeichnen zu können, aus dem die Längen der Kraftlinien in den einzelnen Teilen entnommen werden, muß der Jochquerschnitt noch berechnet werden.

Die Streulinienzahl des Joches nehmen wir zu $\frac{2}{3}$ derjenigen der Magnetkerne, erhalten also

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sigma\right)\Phi = 2 \cdot \mathfrak{B}_j \cdot Q_j = 2 \cdot \mathfrak{B}_j \cdot L_j \cdot h_j.$$

Hat man die axiale Länge mit Rücksicht auf Festigkeit und schönes Aussehen gewählt, so kann man die Höhe berechnen zu

$$h_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sigma\right)\Phi}{2\,\mathfrak{B}_j \cdot L_j}.$$

Die Induktion des Joches wählt man

bei Gußeisen etwa $\mathfrak{B}_j = 5000 \div 7000$
bei Flußeisen $\mathfrak{B}_j = 12000 \div 13000$
bei Stahlguß $\mathfrak{B}_j = 12000 \div 15000$

Aus den Kraftlinienlängen, den Induktionen und den Magnetisierungskurven auf Tafel III kann man nun die Amperewindungszahl pro Spule berechnen. Für den Leerlauf, wobei $E = E_k$ ist, führt man die Rechnung für verschiedene Werte von E durch und zeichnet damit die Leerlaufcharakteristik (Abb. 186). Um die Berechnung übersichtlich zu gestalten, benutzt man folgendes Schema:

EMK = ... Volt. Φ = ... σ = ...

Teil des magnetischen Kreises	Material	Kraftlinienstrom Φ	Querschnitt Q	Sättigung $\mathfrak{B}$	Mittlere Kraftlinienlänge l	Amperewindungen für 1 *cm*	Amperewindungen für 1 *cm*
Ankerkern							
Zähne							
Luftspalt							
Magnetschenkel . .							
Magnetjoch							
						Amperewindungen pro Spule AW_s	

Für volle Belastung muß man zu den berechneten Amperewindungen für die normale Spannung noch die Gegenamperewindungen hinzufügen.

$$AW_g = \sigma \cdot AS \cdot \gamma \cdot \tau \text{ pro Pol.}$$

Bei voller Belastung ist der Erregerstrom i_m Ampere (Abb. 186). Dazu gehört ein Widerstand in warmem Zustand der Maschine von

$$r_m = \frac{p \cdot l_m \cdot w_m}{25\, q_m}\,\Omega.$$

Um bei Leerlauf dieselbe Spannung wie bei Belastung zu erhalten, muß i_m auf i_{m_0} herabsinken. Dies geschieht durch den Nebenschlußregulator. Der Widerstand im Erregerkreis ist bei Leerlauf

$$r_{m_0} = \frac{E_k}{i_{m_0}} \Omega.$$

Wird die Maschine von dem kalten Zustand aus angelassen, so ist r_m noch kleiner, als obige Formel angibt. Um auch jetzt bei voller Belastung auf die normale Spannung zu kommen, muß im Regulator mehr Widerstand als $(r_{m_0} - r_m)$ ausgeschaltet werden können.

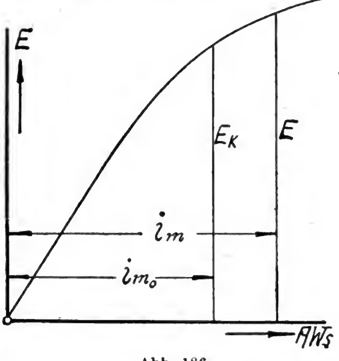


Abb. 186.

Für die Berechnung des Nebenschlußregulators ist also r_m in kaltem Zustand einzusetzen.

$$r_m = \frac{p \cdot l_m \cdot w_m}{28{,}5 \cdot q_m} \Omega.$$

Um den Einfluß von Tourenänderungen auf die Spannung ausgleichen zu können, nimmt man der Sicherheit halber den Regulierwiderstand noch um $10 \div 20\%$ größer wie oben berechnet an. Der Regulator erhält also

$$\varrho = (1{,}1 \div 1{,}2)\left[\frac{E_k}{i_{m_0}} - \frac{p \cdot l_m \cdot w_m}{28{,}5\, q_m}\right] \text{Ohm}.$$

58. Der Kollektor und die Bürsten.

Die Lamellen des Kollektors werden durchweg aus hartem, gezogenem Kupfer hergestellt. Die Stärke der Lamellen beträgt im Mittel $5 \div 12$ *mm*, als geringste Stärke ist etwa 3 *mm* anzusehen. Die Isolation zwischen den Lamellen besteht aus Glimmer oder aus Mikanit (Glimmerpappe). Bei Spannungen bis 250 Volt beträgt bei Verwendung von Glimmer die Isolationstärke $0{,}5 \div 0{,}8$ *mm*, bei Spannungen bis zu 1000 Volt 0,8—1 *mm*. Aus der Lamellenzahl, die bereits unter 52 bestimmt worden ist, der Lamellen- und Isolationsstärke kann der Umfang und der Durchmesser des Kollektors bestimmt werden.

Der so bestimmte Durchmesser soll stets kleiner sein als der Ankerdurchmesser.

Die Umfangsgeschwindigkeit des Kollektors ist daher kleiner als 20 *m/sec*. Die axiale Länge des Kollektors ergibt sich aus der gesamten Bürstenfläche. Für Kohlenbürsten ist schon in Abschnitt 46 angegeben eine Belastung pro cm^2 von $4 \div 6$ Ampere. Bei Metallbürsten kann man

$$20 \div 25 \text{ Ampere pro } cm^2$$

nehmen.

Ist hiermit die gesamte Bürstenfläche berechnet, so ergibt sich aus der Lamellenbreite und der Zahl überdeckter Lamellen die radiale Dicke der Bürsten. Damit ist auch die axiale Bürstenlänge und folglich auch die Kollektorlänge bestimmt.

Metallbürsten liegen meistens unter einem Winkel von 45° auf. Wenn daher die Dicke der Bürste b ist, die Breite a, so ist die Berührungsfläche der eingelaufenen Bürste

$$F_B = \frac{b}{\sin 45^0} \cdot a = 1{,}41 \, a \cdot b.$$

Die Dicke der Metallbürsten ist $b = 3 \div 10$ *mm*. Die ganze Bürstenfläche wird auf mehrere Bürsten verteilt, da dadurch nicht nur ein sicherer Kontakt erzielt wird, sondern auch dann die Möglichkeit vorhanden ist, die eine oder die andere Bürste abzuheben, ohne den Betrieb dadurch zu stören. Die Breite einer Bürste beträgt etwa 20 bis 50 *mm*.

Die Kohlenbürsten pflegen meistens senkrecht aufzuliegen, es ist dann die Berührungsfläche

$$F_B = a \cdot b.$$

Die Breite einer Bürste schwankt zwischen $10 \div 40$ *mm* und die Dicke zwischen $5 \div 30$ *mm*.

Durch den Verlust infolge des Übergangswiderstandes und durch die Reibung der Bürsten wird der Kollektor erwärmt. Damit keine unzulässig hohe Temperatur auftritt, muß die Abkühlfläche genügend groß sein.

Die beiden Verluste lassen sich näherungsweise berechnen wie folgt:

1. Der Übergangsverlust:

Unter den Bürsten jedes Bürstenstiftes herrscht ein Spannungsverlust von $1 \div 1{,}2$ Volt, der Strom pro Bürstenstift ist $\frac{2\,J_a}{p_2}$ Ampere, also der Verlust pro Stift

$$(1 \div 1{,}2) \frac{2\,J_a}{p_2} \text{ Watt.}$$

p_2 = Zahl der Bürstenstifte. Der Verlust infolge des Übergangswiderstandes ist daher

$$W_\varrho = (1 \div 1{,}2) \frac{2 \cdot p_2 \cdot J_a}{p_2} \text{ Watt oder}$$

$$W_\varrho = (2 \div 2{,}4)\ J_a \text{ Watt.}$$

2. Der Reibungsverlust.

Ist p der spezifische Auflagerdruck der Bürsten in *kg/cm*²,
f der Reibungskoeffizient zwischen Bürsten und Kollektor,
F_B die Auflagerfläche aller Bürsten,
V_k die Umfangsgeschwindigkeit des Kollektors, in *m/sec*,

so ist der Reibungsverlust

$$W_R = p \cdot F_B \cdot f \cdot V_k \ \textit{mkg/sec} \text{ oder}$$

$$W_R = p \cdot F_B \cdot f \cdot V_k \cdot 9{,}81 \text{ Watt.}$$

Für Metallbürsten ist etwa

$$p = 0{,}11 \div 0{,}12\ \textit{kg},\quad f = 0{,}3 \div 0{,}4.$$

Für Kohlebürsten ist etwa

$$p = 0{,}13 \div 0{,}15\ \textit{kg},\quad f = 0{,}2 \div 0{,}4.$$

Es wird also im Mittel:

für Metall- und Kohlebürsten $W_R = (0{,}4 \div 0{,}5)\ F_B \cdot V_k$ Watt.

Der Gesamtverlust am Kollektor ist

$$W_c = (2 \div 2{,}4)\ J_a + (0{,}4 \div 0{,}5)\ F_B \cdot V_k \text{ Watt.}$$

Setzt man die abkühlende Oberfläche

$$F = D_k \cdot \pi \cdot L_k \ \textit{cm}^2,$$

so ist die Temperaturerhöhung

$$T_k = \frac{C \cdot W_c}{F} = \frac{[(2 \div 2{,}4)\ J_a + (0{,}4 \div 0{,}5)\ F_B \cdot V_k]\ C}{D_k \cdot \pi \cdot L_k}.$$

Für die mittleren Umfangsgeschwindigkeiten von

$$V_k = 6 \div 12\ \textit{m/sec}$$

ist C = 45 bis 55. Diese Werte gelten nur bei funkenfreier Kommutierung.

Beispiel: Die unter 57 benutzte Maschine hat folgende, jetzt in Betracht kommende Daten:

Ankerstrom	J_a	= 140 Ampere.
Fläche aller Bürsten	F_B	= 12 × 4,6 = 55 *cm*²
Umfangsgeschwindigkeit	V_k	= 5,1 *m/sec*.
	D_k	= 32,5 *cm*
	L_k	= 8,5 *cm*.

Mit C = 50 wird

$$T_k = \frac{(2{,}2 \cdot 140 + 0{,}45 \cdot 55 \cdot 5{,}1)\,50}{32{,}5 \cdot \pi \cdot 8{,}5} = 25^\circ.$$

59. Die Verluste und der Wirkungsgrad.

Der Wirkungsgrad einer Maschine ist:

$$\eta = \frac{\text{Nutzleistung}}{\text{Nutzleistung} + \text{Summe aller Verluste}}.$$

Die Verluste setzen sich zusammen aus:

1. Kupferverlust in der Ankerwicklung $W_{kA} = 2{,}6\,\Delta_a^2 \cdot G_{kA}$.
2. Kupferverlust in der Erregerwicklung $W_m = i_m^2 \cdot r_m$.
3. Eisenverluste in dem Ankereisen (siehe Abschnitt 51).
4. Verluste am Kommutator (siehe Abschnitt 58).
5. Verluste durch Lager- und Luftreibung.
6. Zusätzliche Verluste durch Wirbelströme in den Ankerleitern, Polschuhen und Kommutatorlamellen usw.

Der Lager- und Luftreibungsverlust ist von Tower und Dettmar eingehend untersucht worden.

Ist d_z = Zapfendurchmesser in *cm*,
l_z = Zapfenlänge in *cm*,
v_z = Zapfengeschwindigkeit in *m/sec*,
T_z = Lagertemperatur,

so ist bei $v_z \leqq 4$ *m/sec* $W_{R_L} = \frac{26}{T_z} \cdot l_z \cdot d_z \sqrt{v_z^3}$ Watt.

Für $v_z > 10$ *m/sec* ist $W_{R_L} = \frac{20}{T_z} \cdot l_z \cdot d_z \cdot v_z$ Watt.

Womöglich bleibe man mit $v_z <$ als 4,5 *m/sec*, und ohne Verwendung künstlicher Kühlung muß

$$p \cdot v_z \leqq 15 \div 20$$

sein. p = spezifische Zapfenpressung in *kg/cm²*.

Bei der Berechnung von p ist nicht nur das Gewicht, sondern auch ein eventueller Riemenzug mit in Rücksicht zu ziehen.

Bei Verwendung von Kugellagern erhält man Lagerreibungsverluste, die nur bis zu $^1/_{10}$ des Verlustes von Gleitlagern betragen.

60. Berechnung der einzelnen Teile auf mechanische Festigkeit.

1. Die Welle und die Zapfen.

Die Wellen der Dynamomaschinen werden auf Biegung und Verdrehung beansprucht. Als Material wird Stahl verwendet mit

$$k_b = 300 \div 900 \; kg/cm^2$$
$$k_d = 200 \div 600 \; kg/cm^2.$$

Der größte Wellendurchmesser läßt sich ungefähr berechnen aus

$$d_w \cong 20 \sqrt[3]{\frac{L}{n}} \; cm.$$

Nach Kapp kann man den Durchmesser der Welle in der Mitte des Ankers finden aus

$$d_w \cong 0{,}26 \sqrt[3]{D \cdot L_a \cdot x} \; cm.$$

x ist hierin die Entfernung von Mitte Anker bis Mitte des nächstliegenden Lagers.

Der auf der Riemenscheibenseite befindliche Zapfen ist hauptsächlich auf Biegung beansprucht. Ist D_s der Durchmesser der Riemenscheibe in *cm* und N die zum Betrieb erforderliche Leistung in PS, so ist das Drehmoment in *cmkg*

$$\frac{P \cdot D_s}{2} = 71\,620 \cdot \frac{N}{n}.$$

Hieraus die Umfangskraft

$$P = \frac{1432 \cdot N}{\left(\frac{n}{100}\right) \cdot D_s} \; kg.$$

Abb. 187.

Der gesamte Riemenzug ist ca. dreimal so groß als die Umfangskraft. Ist das Gewicht der Riemenscheibe G_s *kg*, so wirkt an dem Hebelarm l in Abb. 187 eine Kraft

$$K = \sqrt{(3\,P)^2 + G_s^2}.$$

Das Biegungsmoment ist

$$K \cdot l = W \cdot k_b = \frac{d_z^3 \cdot k_b}{10}.$$

Mit $k_b \leqq 600 \; kg/cm^2$ wird

$$d_{z\,min} = \sqrt[3]{\frac{K \cdot l}{60}} \; cm.$$

Die Zapfenlänge bestimmt man mit Rücksicht auf Warmlaufen aus der Beziehung

$$p \cdot v_z \leqq 1500 \div 2000.$$

p = spezifische Zapfenpressung in *kg/cm²*,
v_z = Zapfengeschwindigkeit in *cm/sec*.

Zur Berechnung von p ist außer der Reaktion, herrührend von dem Riemenzug 3 P, noch die Lagerreaktion A, herrührend vom Gewicht der rotierenden Teile in Rücksicht zu ziehen. Die Reaktion 3 P′ und die Reaktion A lassen sich nach Abb. 188 zu Q zusammensetzen.

$$p = \frac{Q}{l_z \cdot d_z} \; kg/cm^2$$

$$\frac{Q \cdot v_z}{l_z \cdot d_z} = 1500 \div 2000$$

$$v_z = \frac{d_z \cdot \pi \cdot n}{60} \; cm/sec$$

$$\frac{\pi \cdot n \cdot Q}{60 \cdot l_z} = 1500 \div 2000$$

$$l_z = \frac{n}{100} \cdot \frac{Q}{286} \div \frac{n}{100} \cdot \frac{Q}{382} \; cm.$$

Nimmt man vorsichtig ungefähr die untere Grenze von $p \cdot v_z$, so ergibt sich

$$l_z \geqq \frac{n}{100} \cdot \frac{Q}{300} \; cm.$$

Abb. 188.

Das Verhältnis $\frac{l_z}{d_z}$ schwankt bei Dynamomaschinen zwischen 2 und 4, ersteres bei großen, letzteres bei kleinen Zapfen. Der Stirnzapfen auf der Kollektorseite kann gerade so stark ausgeführt werden, wie der auf der Riemenscheibenseite. Den Forderungen der Festigkeit genügt er aber auch bei kleineren Abmessungen, da er viel weniger beansprucht wird. Je kleiner die Abmessungen, desto kleiner ist der Lagerreibungsverlust. Ist Q_1 die Lagerreaktion, so wird

$$d_{z_1} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot Q_1^2}{k_b \cdot p}} \text{ und } l_{z_1} = d_{z_1} \sqrt{\frac{0{,}2\, k_b}{p}}.$$

Beispiel: Es seien Welle und Zapfen zu berechnen für folgende Maschine:

Nutzleistung . . . . = 80 KW.
Tourenzahl . . . . n = 580 pro Minute.

Gewicht der Riemenscheibe . $G_s = 100$ *kg.*
Durchmesser der Riemenscheibe $D_s = 66$ *cm.*
$l = 32$ *cm.*
Lagerreaktion . . . . $A = 500$ *kg.*
Wirkungsgrad . . . . $\eta = 92\%$.

Die zugeführte Leistung ist

$$N = \frac{80}{0{,}736 \cdot 0{,}92} = 118 \text{ PS}$$

$$P = \frac{1432 \cdot 118}{5{,}8 \cdot 66} = 440 \ kg$$

$$K = \sqrt{(3 \cdot 440)^2 + 100^2} = 1325 \ kg$$

$$d_{z\min} = \sqrt[3]{\frac{1325 \cdot 32}{60}} = 8{,}9 \ cm$$

$$l_z \geqq \frac{n}{100} \cdot \frac{Q}{300}.$$

Die Entfernung der beiden Lagermitten ist 96 *cm*, daher

$$3 P (96 + 32) = 3 P' \cdot 96$$

$$3 P' = 3 P \cdot \frac{128}{96} = 1320 \frac{4}{3} = 1760 \ kg$$

$$Q = \sqrt{1760^2 + 500^2} = 1830 \ kg$$

$$l_z \geqq 5{,}8 \frac{1830}{300} \geqq 35{,}4 \ cm.$$

Von Mitte Anker bis Mitte des nächstliegenden Lagers ist $x = 40$ *cm*, der Ankerdurchmesser ist $D = 58$ *cm*, die axiale Länge $L_a = 19$ *cm*

$$d_w = 0{,}26 \sqrt[3]{58 \cdot 19 \cdot 40} = 9{,}2 \ cm.$$

Nach der anderen Formel ist

$$d_w \cong 20 \sqrt[3]{\frac{80}{580}} = 10{,}3 \ cm.$$

Ausgeführt wurde $d_w = 10$ *cm*,
$d_z = 9$ *cm*,
$l_z = 35$ *cm*.

Es ist dann

$$p = \frac{1830}{9 \cdot 35} = 5{,}8 \; kg/cm^2$$

$$v_z = \frac{0{,}09 \cdot \pi \cdot 580}{60} = 2{,}72 \; m/sec = 272 \; cm/sec$$

$$p \cdot v_z = 5{,}8 \cdot 272 = 1580.$$

Lagerreibungsverlust pro Lager für eine Lagertemperatur $T_z = 60°$, entsprechend $60 - 20 = 40°$ Temperaturerhöhung

$$W_{R_L} = \frac{26}{60} \cdot 35 \cdot 9 \cdot \sqrt{2{,}72^3} = 610 \text{ Watt.}$$

Wenn beide Lager gleich sind, ist der Gesamtlagerreibungsverlust = 1220 Watt, oder $\frac{1{,}22}{80} \cdot 100 = 1{,}53\%$ der Nutzleistung.

2. Die Lager.

Die Lager werden entweder als Gleitlager oder, bei hohen Tourenzahlen, auch als Kugellager ausgebildet.

Bei den Gleitlagern laufen die Zapfen in besonderen Lagerschalen, die aus Bronze oder Gußeisen mit Weißmetallausguß bestehen. Entweder läßt man die Lagerschalen auf ihrer ganzen Länge im Lagerkörper aufliegen, oder man bildet, um der Forderung, daß die Lagerschalen genau in der Richtung der Axe liegen, leichter gerecht werden zu können, die Lagerschalen vielfach als Kugelschalen aus nach dem Prinzip der Sellersschen Anordnung.

Die Lager werden meistens mit Ringschmierung versehen, und zwar ordnet man bei geringen Lagerlängen einen Schmierring, bei Lagerlängen über 200 *mm* mindestens zwei Ringe an. Die Ringe transportieren eine große Menge Öl auf den Zapfen, trotzdem tritt jedoch keine Vergeudung des Schmiermaterials ein, da das gebrauchte Öl immer wieder in dem im Lager befindlichen Behälter aufgefangen wird. Um zu verhindern, daß ablaufendes Öl an der Welle nach dem Kollektor und dem Anker weiterkriecht, sieht man auf der Welle Spritzringe vor, die das Öl von der Welle abschleudern sollen.

Kugellager wählt man bei raschlaufenden Elektromotoren. Die Kugeln laufen zwischen zwei Laufringen aus Stahl, von denen der eine mit der Welle, der andere mit dem Lagerkörper fest verbunden ist. Die Kugeln müssen vollkommen rund und glashart sein. Ist i die Anzahl der Kugeln, P_1 die Lagerbelastung und d_1 der Kugeldurchmesser in *cm*, so gilt

$$P_1 = \frac{i}{5} \cdot k_1 \cdot d_1^2.$$

Hierin ist k_1 die zulässige Belastung, die bei Laufringen mit Rinnen, deren Krümmungsradien gleich $\frac{2}{3}\,d_1$ sind, gleich $100 \div 150$ gesetzt werden kann.

3. Die Riemenabmessungen.

Die Umfangskraft, die durch den Riemen zu übertragen ist, beträgt

$$P = \frac{1432 \cdot N}{\left(\frac{n}{100}\right) \cdot D_s}\ kg.$$

D_s = Riemenscheibendurchmesser in *cm*.

Die Riemengeschwindigkeit liegt normal zwischen 10 und 25 *m/sec.* Man dimensioniert heute nicht mehr den Riemen mit Rücksicht auf die zulässige Belastung pro cm^2 Querschnitt, sondern mit Hilfe der zulässigen Belastung pro *cm* Riemenbreite. In folgender Tabelle ist die zulässige Belastung k pro *cm* Riemenbreite mit Berücksichtigung der Geschwindigkeit angegeben.

Geschwindigkeit in *m/sec*		5		10		20		30	
		Einfach. Riemen	Doppelriemen	Einfach. Riemen	Doppelriemen	Einfach. Riemen	Doppelriemen	Einfach. Riemen	Doppelriemen
D_s in *cm*	10	2,5	—	3	—	3,5	—	3,5	—
	20	4	—	5	—	6	—	6,5	—
	30	5	6	6	7	7,5	9	8,5	10
	40	6	8	7	9	9	11	10	12
	50	7	9,5	8	11	10	13	11	13,5
	60	8	11	9	12	11	15	12,5	16
	75	9	12,5	10	14	12	17,5	13	18,5
	100	10	15	11	17	13	21	14	22

Der Scheibendurchmesser soll möglichst $D_s \geqq 100 \cdot s$ sein, wenn s = Riemendicke. Die Riemenstärke beträgt bei einfachem Riemen $s = 4 \div 8$ *mm*, bei Doppelriemen $6 \div 16$ *mm*. Ist die Riemenbreite b *cm*, so ist

$$P = b \cdot k = \frac{1432 \cdot N}{\left(\frac{n}{100}\right) \cdot D_s}$$

$$b \cdot D_s = \frac{1432 \cdot N}{\left(\frac{n}{100}\right) \cdot k}.$$

Beispiel: $N = 118$ PS, $n = 580$, $k = 12$

$$b \cdot D_s = \frac{1432 \cdot 118}{5{,}8 \cdot 12} = 2430$$

$$D_s = 70 \; cm,$$

dann

$$b = \frac{2430}{70} = 35 \; cm.$$

Um den Riemen bequem spannen zu können, setzt man die Maschine auf Spannschienen, auf welchen dieselbe durch Druckschrauben verschoben werden kann.

4. Bürstenhalter, Dorn und Brücke.

Metallbürsten werden in der Regel im Halter fest, Kohlenbürsten häufig auch lose angeordnet. Durch Blattfedern oder Spiralfedern werden die Bürsten gegen den Kollektor gepreßt. Der Bürstenhalter wird durch Klemmbacken auf dem Bürstendorn befestigt, der seinerseits isoliert in dem Arm der Bürstenbrücke sitzt. Letztere wird, um die Bürsten in der Rotationsrichtung verschieben zu können, in einer entsprechenden Führungsrinne drehbar angeordnet. Bei kleineren Maschinen sitzt dazu die Brücke direkt auf der Lagerhülse, bei größeren Maschinen schraubt man besondere Führungen an das Lagergehäuse an. Die Tafeln VI ÷ XV zeigen eine Anzahl einfacher und bewährter Konstruktionen über Halter, Dorne und Brücken. Bei der Bemessung der Querschnitte ist darauf zu achten, daß die Stromdichte 1 ÷ 2 Ampere pro mm^2 nicht überschreitet.

5. Die Bandagen.

Es genügt nicht, „nach Gefühl“ zwei oder mehrere Bandagen zum Festhalten der Drähte in den Nuten um den Anker zu wickeln. Wenn im Betrieb der Maschine die zu schwachen Bandagen sich längen, so reiben sie eventuell an den Polschuhen und müssen dann natürlich bald brechen. Es ist nicht zu viel, wenn wir von den Bandagen mindestens eine zehnfache Sicherheit gegen Zerreißen verlangen. Wer das Krachen und Feuern einer im Betrieb befindlichen Maschine nach dem Platzen der Bandagen erlebt hat, ist sicher von der Wichtigkeit der Berechnung auch dieses Maschinenelementes überzeugt.

Wir denken uns die Wicklung als einen freischwebenden, rotierenden Ring von der Dicke h_k. Der Radius des Ringes ist $\frac{D}{2}$ *cm*. Wir zerlegen den Ring in eine Anzahl gleicher Teile von der Länge a.

Die axiale Länge des Ringes sei L *cm*. Auf einen solchen Teil wirkt die Fliehkraft

$$C_1 = m\frac{v^2}{r} = \frac{2\,m\,v^2}{D}.$$

Nun ist die Masse

$$m = \frac{G}{g} = \frac{h_k \cdot L \cdot a \cdot \gamma_k}{g} \cdot 10^{-3}\ kg,$$

wenn γ_k das spezifische Gewicht in *gr/cm*³.

$$C_1 = \frac{2\,L \cdot h_k \cdot a \cdot \gamma_k \cdot v^2}{g \cdot D \cdot 10^3}\ kg.$$

Nach Abb. 189 läßt sich für jeden Teil C_1 in zwei senkrecht aufeinanderstehende Komponenten zerlegen. Wenn wir den Querschnitt AB betrachten, so wird er auf Zug beansprucht durch die Summe der Komponenten P. Die horizontalen Komponenten Q heben sich gegenseitig auf. Aus dem schraffierten Dreieck ist nun

$$P = C_1 \cos\alpha.$$

Aus dem $\triangle$ MNO ist auch

$$\cos\alpha = \frac{\overline{ON}}{a}$$

also

$$P = C_1\frac{\overline{ON}}{a}$$

$$\Sigma(P) = \frac{C_1}{a}\Sigma(\overline{ON}).$$

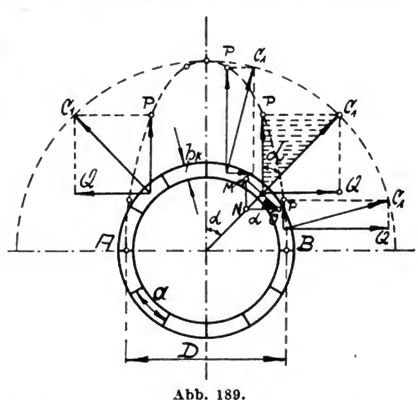


Abb. 189.

Die Summe aller $(\overline{ON})$ ist aus Abb. 189 der Durchmesser D, also

$$\Sigma(P) = \frac{C_1 \cdot D}{a}.$$

Setzt man den Wert von C_1 hier ein, so ergibt sich die gesamte Kraft, die den Querschnitt AB beansprucht, zu

$$\Sigma(P) = \frac{2\,L \cdot h_k \cdot a \cdot \gamma_k \cdot v^2 \cdot D}{g \cdot D \cdot 10^3 \cdot a}$$

$$\Sigma(P) = \frac{2\,L \cdot h_k \cdot \gamma_k \cdot v^2}{10^3 \cdot g}\ kg.$$

Der Bandagenquerschnitt, der diesen Zug aushalten muß, ist $2\,F\ cm^2$. Das von den Bandagen festzuhaltende Wicklungsgewicht ist

$$G_k = D \cdot \pi \cdot h_k \cdot L \cdot \gamma_k \cdot 10^{-3}\ kg,$$

also

$$h_k \cdot L \cdot \gamma_k = \frac{10^3 \cdot G_k}{D \cdot \pi}.$$

Setzt man diesen Wert noch ein, so wird

$$\Sigma(P) = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot G_k \cdot v^2}{10^3 \cdot g \cdot D \cdot \pi}\ kg.$$

Die Zugbeanspruchung der Bandage wird damit

$$k_z = \frac{\Sigma(P)}{2\,F} = \frac{G_k \cdot v^2}{g \cdot \pi \cdot F \cdot D}\ kg/cm^2.$$

Jede Bandage hat 19 Drähte
Drahtdurchmesser = 1,5 mm.

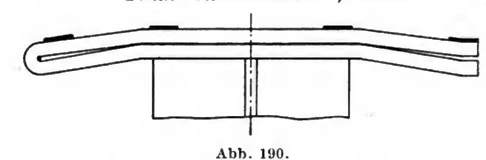


Abb. 190.

Setzt man den Bandagenquerschnitt F in mm^2 ein, so wird

$$k_z = \frac{3{,}25 \cdot G_k \cdot v^2}{100 \cdot F \cdot D}\ kg/cm^2 = \frac{325 \cdot G_k \cdot v^2_{(m/sec)}}{F \cdot D_{(cm)}}\ kg/cm^2.$$

Mit zehnfacher Sicherheit kann man folgende Werte von k_z zulassen:

Messing oder Bronze	k_z =	500 kg/cm^2
Duranametall	,, =	800 ,,
Gußstahl	,, =	1000 ,,
Deltametall	,, =	1000 ,,
Pianosaitenstahldraht	,, =	2000 ,,

Beispiel: Für eine 80 KW-Maschine ist: $D = 58\ cm$, $n = 580$. Das ganze Kupfergewicht soll durch Bandagen aus Deltametall gehalten werden.

$$G_k = 0{,}365 \cdot 120 \cdot 198 \cdot 9 \cdot 10^{-3} = 78\ kg$$

$$v = \frac{0{,}58 \cdot \pi \cdot 580}{60} = 17{,}60\ m/sec.$$

Mit $k_z = 1000$ wird

$$F = \frac{325 \cdot 78 \cdot 17{,}6^2}{1000 \cdot 58} = 135\ mm^2.$$

Nimmt man Draht von 1,5 *mm* Dicke, so ist die Gesamtdrahtzahl

$$n_1 = \frac{135}{\frac{1{,}5^2 \cdot \pi}{4}} = 77.$$

Diese Drahtzahl wird verteilt auf vier Bandagen à 19 Drähten, von denen zwei auf dem Ankereisen und je eine am Ende der Wicklung angebracht werden, Abb. 190.

61. Bemerkungen über die Berechnung von Kompoundmaschinen.

Die Kompoundmaschine ist eine Nebenschlußmaschine, bei der die Spannung selbsttätig durch die auf den Magnetkernen noch angebrachte Hauptstromwicklung für alle Belastungen konstant gehalten wird. Für die leerlaufende Maschine werden die Amperewindungen pro Spule in derselben Weise bestimmt wie bei der Nebenschlußmaschine. Die hieraus berechnete Windungszahl erhält die Nebenschlußwicklung. Für volle Belastung werden dann noch einmal die Amperewindungen berechnet unter Berücksichtigung der Ankerrückwirkung und für eine EMK von

$$E = E_k + J_a (R_a + R_h).$$

R_h = Widerstand der Hauptstromwicklung.

Die Differenz der Amperewindungen zwischen voller Last und Leerlauf ist durch die Hauptstromwicklung zu erzeugen. Dividiert man diese Differenz durch J_a, so erhält man die Windungszahl der Hauptstromwicklung. Es ist für Maschinen

bis 1 KW . . . $J_a \cdot R_h = 3 \div 5\%$ von E_k
„ 10 „ . . . $J_a \cdot R_h = 1 \div 3\%$
„ 200 „ . . . $J_a \cdot R_h = 0{,}5 \div 2\%$.

Die Stromdichte in der Hauptstromwicklung soll ebenfalls kleiner als 2 Ampere pro mm^2 sein.

Die genaue Hauptstromwindungszahl wird durch den Versuch festgestellt, Abschnitt VI, 28.

In den Kreis der Nebenschlußwicklung schaltet man, um den Unterschied zwischen warmen und kalten Magnetspulen auszugleichen und Unsicherheiten in der Berechnung zu decken, ebenfalls

einen Regulierwiderstand ein, der aber wesentlich kleiner ist und weniger Abstufungen besitzt wie bei der reinen Nebenschlußmaschine.

62. Bemerkungen über die Berechnung eines Motors.

Da bei den Motoren gewöhnlich die Nutzleistung N in PS gegeben ist, so muß man mit Hilfe des Wirkungsgrades zuerst die elektrisch aufgenommene Leistung berechnen aus

$$E_k \cdot J = \frac{736 \cdot N}{\eta} \text{ Watt.}$$

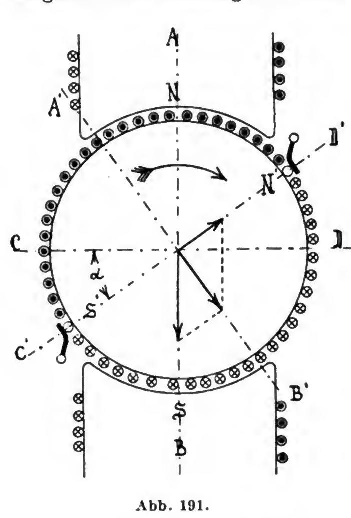


Abb. 191.

Die bei der Drehung des Ankers im magnetischen Feld entwickelte Gegen-EMK ist

$$E = E_k - J_a \cdot R_a.$$

Da der Anker bei den n Umdrehungen des Motors eine elektromotorische Gegenkraft von E Volt erzeugen und dabei einen Strom von J_a Ampere aushalten muß, so ist die Berechnung eines solchen Motors zurückgeführt auf die einer Nebenschlußdynamomaschine, welche bei n Umdrehungen E Volt hervorbringt und einen Strom von J_a Ampere verträgt.

Für den Hauptstrommotor ist $E = E_k - J(R_a + R_m)$.

Die Berechnung ist für Generator und Motor dieselbe, eine Abweichung tritt nur bei der Magnetwicklung auf.

Zunächst übt auch das Magnetfeld, das vom Anker ausgeht, eine Rückwirkung auf das Hauptmagnetfeld aus, die genau wie bei der Dynamo in zweierlei besteht, nämlich in einer Verschiebung des Gesamtfeldes und in einer Schwächung desselben. Zum Unterschied gegen die Dynamo wird aber das Magnetfeld nicht im Sinn der Drehung, sondern entgegengesetzt der Drehrichtung verschoben, so daß beim Motor das Magnetfeld unter der eintretenden Polspitze verstärkt und unter der austretenden geschwächt wird. Mit der Symmetrielinie des Magnetfeldes erfährt aber auch die neutrale Zone, die senkrecht zu dieser steht, eine Verschiebung, und zwar im entgegengesetzten Sinn der Drehrichtung. In Abb. 191 sind diese Verhältnisse darge-

stellt. A′B′ ist die nach rückwärts verschobene Symmetrielinie und C′D′ die entsprechende neutrale Zone des Gesamtmagnetfeldes. In die letztere müssen die Bürsten gestellt werden, so daß also beim Motor mit zunehmender Belastung die Bürsten entgegengesetzt der Drehrichtung zu verschieben sind. Das eingezeichnete Kräfteparallelogramm gibt für den Fall, daß die Bürsten in die neutrale Zone verschoben werden, durch die Diagonale die Richtung und die Stärke des Gesamtfeldes an.

Die entmagnetisierende Wirkung des Ankers veranlassen die Windungen, die unter dem doppelten Bürstenverschiebungswinkel liegen. Die Berechnung der entmagnetisierenden Amperewindungen erfolgt ebenso wie bei der Dynamomaschine. In der Regel können dieselben wesentlich geringer angenommen werden, weil der Entmagnetisierung auf indirekte Weise der Spannungsabfall im Anker entgegenwirkt. Bei zunehmender Belastung veranlaßt die Entmagnetisierung eine Erhöhung der Tourenzahl, während der Spannungsverlust im Anker einen Abfall der Tourenzahl hervorbringt. Wird der Motor für beide Drehrichtungen gebaut, so müssen die Bürsten in der ursprünglich neutralen Zone stehen bleiben. Da in diesem Fall der Bürstenverschiebungswinkel $\alpha = 0$ ist, so ist natürlich auch die Anzahl der entmagnetisierenden Amperewindungen Null. Um in dieser Stellung der Bürsten einen funkenfreien Lauf zu erhalten, muß nicht nur die Reaktanzspannung klein, sondern auch das Verhältnis

$$\frac{\text{Amperewindungen für Luft und Zähne}}{\text{quermagnetisierende Amperewindungen des Ankers}}$$

groß, möglichst größer als 2 sein. Das letztere Verhältnis wird bei vierpoligen Motoren leichter erreicht als bei zweipoligen, weil bei den mehrpoligen Anordnungen die Zahl der unter dem Polbogen liegenden quermagnetisierenden Windungen geringer ausfällt.

Bei der Berechnung der Magnetwicklung eines Nebenschlußmotors ist weiter zu beachten, daß ein Regulierwiderstand im Nebenschlußkreis meistens wegfällt. Die Erregerwicklung schließt man direkt an die Motorklemmen an, wozu natürlich die Wicklung den ganzen aus Klemmenspannung und Strom berechnetenNebenschlußwiderstand erhalten muß. Der Sicherheit halber empfiehlt es sich aber, den Widerstand der Magnetwicklung um ca. 10% geringer anzunehmen, und den Rest als konstanten Widerstand entweder im Motor oder im Anlasser unterzubringen. Soll dagegen mit Hilfe der Erregung die Geschwindigkeit des Ankers reguliert werden, so muß selbstverständlich ein besonderer Regulierwiderstand vorgesehen werden. Die Größe dieses Widerstandes bestimmt man in der Weise, daß man den magnetischen Kreis der Maschine sowohl für die kleinste als auch für die größte Tourenzahl durchrechnet, und aus den er-

haltenen Amperewindungen in der bekannten Art die Erregerströme ermittelt. Der Regulierwiderstand muß dann so bemessen sein, daß man mit Sicherheit auch diese Ströme einstellen kann. Bekannt ist bei diesen Rechnungen die elektromotorische Gegenkraft E, die Tourenzahl n und die Ankerdrahtzahl z, berechnet wird zuerst aus diesen Größen mit Hilfe der Induktionsgleichung der Kraftlinienstrom Φ.

Von besonderem Interesse ist bei dem Motor auch das Drehmoment, welches der Anker entwickeln kann. Dasselbe läßt sich in der folgenden Weise ableiten.

Zieht man von der Leistung, die ein Motor aufnimmt, die Energieverluste im Anker und der Magnetwicklung ab, so stellt der Rest den Betrag dar, der in mechanische Leistung umgesetzt werden kann. Dieser Betrag wird nach den Ausführungen in Abschnitt VII durch das Produkt Ankerstrom mal elektromotorische Gegenkraft, also durch $J_a \cdot E$ ausgedrückt. In diesem Betrag ist aber nicht nur die Nutzleistung enthalten, sondern auch noch die Leistung, die von der Hysterese, den Wirbelströmen und den mechanischen Reibungen verzehrt wird. Ist nun M_d das vom Anker erzeugte Drehmoment in *mkg* und ω die Winkelgeschwindigkeit, so ist die Leistung

$$L = \omega \cdot M_d \; mkg/sec$$

oder

$$L = 9{,}81 \cdot \omega \cdot M_d \cdot \text{Watt}$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \text{ pro Sekunde,}$$

also

$$L = E \cdot J_a = 9{,}81 \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot M_d.$$

Da

$$E = z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'} \cdot 10^{-8} \text{ Volt ist,}$$

so wird

$$z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{p}{p'} \cdot 10^{-8} \cdot J_a = 9{,}81 \frac{2\pi n}{60} M_d$$

$$M_d = \frac{z \cdot p}{61{,}6\, p'} \cdot 10^{-8} \cdot \Phi \cdot J_a \; mkg.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{z \cdot p}{61{,}6 \cdot p'} \cdot 10^{-8} = C_{II},$$

so wird

$$M_d = C_{II} \cdot \Phi \cdot J_a \; mkg.$$

Das Drehmoment ist danach proportional dem aufgenommenen Strom und dem Kraftlinienfeld. Über die Berechnung der Tourenzahl siehe Abschnitt VII, 32.

XI. Abschnitt.

63. Berechnung von Beispielen.

Im folgenden sind mit den im IX. und X. Abschnitt entwickelten Grundlagen eine Anzahl Beispiele durchgerechnet. Da man bei dem Entwurf in verschiedener Weise vorgehen kann, so ist davon abgesehen worden, eine Anzahl Rezepte zu geben, die nacheinander angewendet, die Maschine ergeben. Bei den einzelnen Rechnungen ist auf die Kapitel des IX. und X. Abschnittes hingewiesen.

Beispiel 1. Es ist eine Nebenschlußmaschine für 6 KW Leistung bei $E_k = 115$ Volt Spannung und $n = 1200$ Touren pro Minute zu entwerfen. Die Polzahl sei $2p = 2$, und die Anzahl parallel geschalteter Ankerzweige $2p' = 2$.

Ankerart: genuteter Trommelanker
Magnetform: Mantel (Lahmeyer)-Type } Tafel VI und VII.

Wir wählen $\alpha_i = 0{,}67$, $\mathfrak{B}_{l_0} = 6{,}5$ und $AS \cong 105$, dann wird nach 50

$$C = 0{,}164 \cdot 0{,}67 \cdot 6{,}5 \cdot 105 \cdot 10^{-8} = 0{,}75 \cdot 10^{-6}.$$

Zugeführte Energie bei $\eta = 0{,}84$

$$L = \frac{6}{0{,}84} = 7{,}15\,\text{KW}.$$

$$D^2 \cdot Li = \frac{L}{C \cdot n} = \frac{7{,}15 \cdot 10^6}{0{,}75 \cdot 1200} = 7950.$$

$L_i =$	16	17	18	19	20	25
$D =$	22,3	21,6	21	20,4	20	17,8
$v =$	14	13,6	13,2	12,8	12,6	11,2
$\tau =$	35	34	33	32	31,4	28
$b_i =$	23,4	22,8	22,1	21,4	21	18,8

Zur Ausführung gewählt $L_i = D = 19$ *cm* entsprechend

$$v = \frac{0{,}19 \cdot \pi \cdot 1200}{60} = 12\ m/sec$$

$$\tau = \frac{19 \cdot \pi}{2} = 29{,}9\ cm$$

$$b_i = \alpha_i \cdot \tau = 0{,}67 \cdot 29{,}9 = 20\ cm.$$

Aus 52 ist

$$z = \frac{2p' \cdot D \cdot \pi \cdot AS}{J_a} = \frac{2 \cdot 19 \cdot \pi \cdot 105}{55} \cong 230.$$

Den Erregerstrom zu ca. 5% des Linienstromes J angenommen, ergibt

$$J = \frac{6000}{115} = 52$$

$$i_m = 0{,}05\ J = 2{,}6 \text{ Ampere}$$

$$J_a = J + i_m \cong 55 \text{ Ampere.}$$

Die Zahl der Kollektorlamellen ist nach 52

$$m_k \geqq 0{,}04 \cdot z \sqrt{\frac{J_a}{2\,p'}} \geqq 0{,}04 \cdot 230 \sqrt{27{,}5} \geqq 48.$$

Nehmen wir 2 Windungen oder 4 Drähte pro Segment, so wird die Lamellenzahl

$$m_k = \frac{230}{4} = 58 > 48.$$

Mit $\psi_1 = 10$ und $Es' = 0{,}5$ Volt wird nach 50 noch

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = 0{,}274 \cdot P \frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot E_s' \cdot B_{l_0}} = \frac{0{,}274 \cdot 10 \cdot 7{,}15}{0{,}67 \cdot 0{,}5 \cdot 6{,}5} = 9.$$

Mit $w_1 = 2$ daher $D = 2 \cdot 9 = 18\ cm.$

Die Zahl der Umfangselemente ist $x = 58 \cdot 2 = 116$. Für die zweipolige Trommel mit Schleifenwicklung gilt nach 18

$$y_1 = \frac{x}{2} \pm 1 = \frac{116}{2} \pm 1 = 58 \pm 1 = 57 \text{ oder } 59.$$

Gewählt $y_1 = 57$ und $y_2 = y_1 - 2 = 55$.

Die Länge einer Windung ist für die zweipolige Trommel ca.

$$l_a = 2\,(L_a + 1{,}2\,D) = 2\,(19 + 1{,}2 \cdot 19) = 84\ cm = 0{,}84\ m.$$

Für harte Kohlen ist aus 49(7) die Stromdichte im Ankerkupfer

$$\Delta_a \cong \frac{6}{w_1 \cdot l_a} \cong \frac{6}{2 \cdot 0{,}84} \cong 3{,}6 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Mit $\Delta_a = 3{,}9$ wird

$$q_a = \frac{i_a}{\Delta_a} = \frac{55}{2 \cdot 3{,}9} = 7{,}05\ mm^2.$$

Drahtdurchmesser blank $d = \sqrt{\frac{4 \cdot 7{,}05}{\pi}} = 3\ mm$

„ besponnen $d' = 3{,}4\ mm$

Gewicht des Ankerkupfers $G_{kA} = 0{,}0705 \cdot 84 \cdot 116 \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 6{,}1\ kg$

Verlust im Ankerkupfer

$$W_{kA} = 2{,}6\,\Delta_a{}^2 \cdot G_{kA} = 2{,}6 \cdot 3{,}9^2 \cdot 6{,}1 = 242 \text{ Watt}$$

$$W_{kA} = J_a{}^2 \cdot R_a, \text{ also}$$

$$R_a = \frac{W_{kA}}{J_a{}^2} = \frac{242}{55^2} = 0{,}08\ \Omega.$$

Spannungsverlust im Anker $\varepsilon_a = J_a \cdot R_a = 55 \cdot 0{,}08 = 4{,}4$ Volt, daher bei Belastung $E = E_k + J_a \cdot R_a = 115 + 4{,}4 = 119{,}4$ Volt.

Da vier Drähte vom Durchmesser $d' = 3{,}4$ *mm* in jede Nut kommen sollen, erhalten wir die Abmessungen der Nut nach Abb. 192. Die Nutenzahl wird ebenfalls

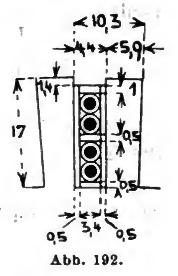


Abb. 192.

$$z_n = \frac{232}{4} = 58.$$

Nutenteilung $t_n = \frac{D \cdot \pi}{z_n} = \frac{19 \cdot \pi}{58} = 1{,}03\ cm$

Nutenweite $b_n = 4{,}4\ mm$

Zahnbreite $b_z = 5{,}9\ mm$

Nutenhöhe $h_n = 17\ mm$

Nutenteilung am Zahnfuß $t_{n\,min} = \frac{(19 - 2 \cdot 1{,}7)\,\pi}{58} = 8{,}3\ mm$

Zahnstärke am Fuß also $= 8{,}3 - 4{,}4 = 3{,}9\ mm$.

Nach 53 wird die maximale Zahninduktion

$$\mathfrak{B}_{z\,max} = \frac{t_n \cdot \Phi}{b_p \cdot 0{,}9\,(L_a - n_s \cdot b_s)\,b_{z\,min}} = \frac{1{,}03 \cdot 2{,}58 \cdot 10^6}{20 \cdot 0{,}9 \cdot 19 \cdot 0.39} = 20\,000.$$

Für die Berechnung der Amperewindungen des Zahnes wird die Induktion sicher nicht größer als 18 000. Dazu gehören aus der Magnetisierungskurve Tafel III ca. 110 Amperewindungen pro *cm*. Nach 49(9) wird damit

$$\delta'' = \frac{v_1 \cdot AS \cdot b_p}{1{,}6\ \mathfrak{B}_l} - \frac{1{,}25 \cdot AW_z}{\mathfrak{B}_l}$$

$$\delta'' = \frac{1{,}4 \cdot 115 \cdot 20}{1{,}6 \cdot 6500} - \frac{1{,}25 \cdot 110 \cdot 1{,}7}{6500}$$

$$\delta'' = 0{,}31 - 0{,}03 = 0{,}28\ cm.$$

Wir schätzen den wirklichen Luftspalt $\delta = 0{,}22$ und erhalten damit

$$\frac{b_n}{\delta} = \frac{0{,}44}{0{,}22} = 2$$

und dazu aus Abb. 144 $C_0 = 1{,}16$

$$\delta \cong \frac{\delta''}{C_0} = \frac{0{,}28}{1{,}16} = 0{,}24.$$

Ausgeführt wird $\delta = 2{,}5$ *mm.*

Zur genauen Berechnung der Luftamperewindungen entnehmen wir aus Abb. 144 zu $\frac{b_n}{\delta} = \frac{0{,}44}{0{,}25} = 1{,}76$ $C_0 = 1{,}145$ und berechnen damit nach 42

$$C = \frac{1}{1 - \frac{2\,b_n}{t_n}\left(\frac{C_0 - 1}{C_0}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 0{,}44}{1{,}03}\,\frac{0{,}145}{1{,}145}} = \frac{1}{0{,}892} = 1{,}12.$$

Nach Abschnitt 60 berechnen wir einen Zapfendurchmesser von $d_z \cong 3{,}5$ *cm*, also einen Wellendurchmesser in der Ankermitte

$$d_w \cong 1{,}4 \cdot d_z \cong 5\ cm.$$

Für die Ankerrückenhöhe bleiben im äußersten Fall

$$h_a = \frac{19 - (5 + 3{,}4)}{2} = 5{,}3\ cm.$$

Der Ankerrückenquerschnitt ist

$$Q_a = 0{,}9\,L_a \cdot h_a = 0{,}9 \cdot 19 \cdot 5{,}3 = 90{,}5\ cm^2$$

Die Induktion

$$\mathfrak{B}_a = \frac{\Phi}{2\,Q_a} = \frac{2{,}58 \cdot 10^6}{2 \cdot 90{,}5} = 14\,250.$$

Um die Magnetkerne zu dimensionieren berechnen wir erst die Amperewindungszahl pro Spule AW_s.

Für die Luft ist $AW_l = 0{,}8\,\delta \cdot c \cdot \mathfrak{B}_l = 0{,}8 \cdot 0{,}25 \cdot 1{,}12 \cdot 6500 = 1450$

Zahnteilung in der Zahnmitte $= \frac{(19 - 1{,}7)\,\pi}{58} = 0{,}935$

Zahnstärke in der Mitte $= 0{,}935 - 0{,}44 = 0{,}495$ *cm.*

	Zahnquerschnitt	Induktion	aw_z
Außen	195	13 200	11,5
Mitte	164	15 750	32
Innen	129	20 000	284

$$aw_{z\,mittel} = \frac{11{,}5 + 4 \cdot 32 + 284}{6} = 71.$$

$AW_z = 71 \times 1{,}7 = 120$ Amperewindungen für die Zähne.

Für Magnetkern und Joch rechnen wir 50 % von $AW_L = 725$ Amperewindungen, und bei einer Bürstenverschiebung von $\gamma \cdot \tau = 2{,}5\ cm$ wird aus 45

$$AW_g = \sigma \cdot AS \cdot \gamma \cdot \tau = 1{,}25 \cdot 105 \cdot 2{,}5 = 330.$$

Im Anker ergeben sich bei einer Länge der Kraftlinien von ca. $\left(\frac{19-4}{2}\right) = 7{,}5\ cm$ $\quad AW_a = 18 \cdot 7{,}5 = 135.$

Die gesamten Amperewindungen pro Spule werden also

$$AW_s = 1450 + 120 + 725 + 135 + 330 = 2760.$$

Die axiale Länge der Magnetkerne nehmen wir $L_m = 16{,}5\ cm$, die Breite der Spule $b_s = 4\ cm$, die Isolierhülse 0,5 *cm*.

Mit einer Induktion von $\mathfrak{B}_m = 15\,500$ wird

$$Q_m = \frac{\sigma \cdot \Phi}{\mathfrak{B}_m} = \frac{1{,}25 \cdot 2{,}58 \cdot 10^6}{15\,500} = 208\ cm^2.$$

Magnetbreite $\qquad b_m = \frac{Q_m}{L_m} = \frac{208}{16{,}5} = 12{,}6\ cm.$

Mittlere Länge einer Feldmagnetwindung

$$l_m = 2\,(21 + 17{,}6) = 77\ cm = 0{,}77\ m.$$

Bei der Berechnung von q_m setzen wir die Erregerspannung vorsichtig $e_m = 100$ Volt und erhalten nach 56

$$q_m = \frac{p \cdot l_m \cdot AW_s}{25 \cdot e_m} = \frac{1 \cdot 0{,}77 \cdot 2760}{25 \cdot 100} = 0{,}85\ mm^2$$

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}85}{\pi}} = 1{,}04\ mm.$$

Nach der Drahttabelle Tafel V genommen $d_m = 1{,}05\ mm$, entsprechend $q_m = 0{,}86\ mm^2$ besponnen auf

$$d_m' = 1{,}35\ mm.$$

Aus 57 ist jetzt der Kupferfüllfaktor

$$f_k' = 0{,}75\left(\frac{d_m}{d_m'}\right)^2 = 0{,}75\left(\frac{1{,}05}{1{,}35}\right)^2 = 0{,}45$$

und mit $C = 1000$

$$a = \frac{27{,}6^2 \cdot 1000}{50 \cdot 2 \cdot 0{,}45 \cdot 40} = 424.$$

Winkelhöhe der Spule aus Gleichung (9), Abschnitt 57

$$h_s = 2\left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 424}{4^3}} - 1\right] = 2 \cdot 4{,}25 = 8{,}5\ cm.$$

Jetzt können wir einen magnetischen Stromkreis aufzeichnen, (Abb. 193) und damit die Leerlaufcharakteristik berechnen. Die Dicke des Polschuhes nehmen wir 20 *mm*.

Im Joch lassen wir eine Induktion von $\mathfrak{B}_j = 12\,000$ zu und erhalten damit

$$Q_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sigma\right)\Phi}{2\,\mathfrak{B}_j} = \frac{(0{,}33 + 0{,}67 \cdot 1{,}25)\,2{,}58 \cdot 10^6}{2 \cdot 12\,000} = \frac{1{,}167 \cdot 2{,}58 \cdot 10^6}{2 \cdot 12\,000}$$

$$Q_j = 125\ cm^2.$$

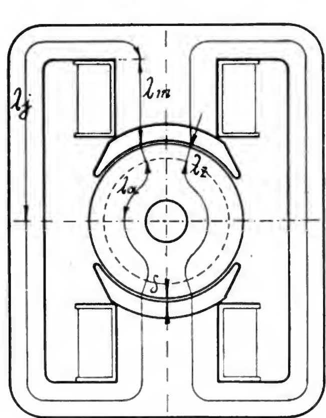


Abb. 193.

Axiale Länge = 30 *cm* ergibt eine radiale Dicke von

$$h_j = \frac{125}{30} = 4{,}2\ cm.$$

Die Stromdichte im Erregerkreis wird aus Gleichung (11), Abschnitt 57

$$\Delta_m = \frac{2760}{100 \cdot 0{,}45 \cdot 8{,}5 \cdot 4} = 1{,}8\ \text{Ampere}/mm^2$$

Erregerstrom

$$i_m = q_m \cdot \Delta_m = 0{,}86 \cdot 1{,}8 = 1{,}55\ \text{Ampere}$$

Windungszahl pro Spule

$$w_m = \frac{AW_s}{i_m} = \frac{2760}{1{,}55} = 1780.$$

Aus Abb. 193 entnehmen wir folgende Längen für die magnetischen Kraftlinien.

Anker	$\lambda_a =$	8,1 *cm*
Zähne	$\lambda_z =$	1,7 „
Luft	$\delta =$	0,25 „
Magnetkern	$\lambda_m =$	10,2 „
Joch	$\lambda_j =$	36,5 „

Zur Aufstellung der Leerlaufcharakteristik bedient man sich vorteilhaft folgenden Schemas:

(angenommen) . . . . =	40	60	80	100	110	120	130	140	145
$= \frac{60\,E \cdot 10^8}{\frac{p}{p'} \cdot n \cdot z} = \frac{E}{46,4} \cdot 10^6 =$	0,862	1,292	1,724	2,154	2,37	2,584	2,80	3,02	3,12
$= \frac{\Phi}{Q_l} = \frac{\Phi}{18,3 \cdot 19} = \frac{\Phi}{348} =$	2480	3710	4960	6190	6810	7440	8050	8680	8980
$= \frac{\Phi}{2\,Q_a} = \frac{\Phi}{181}$ . . . =	4760	7140	9520	11900	13100	14300	15500	16700	17200
außen $= \frac{\Phi}{195}$ . . . . =	4420	6630	8840	11050	12150	13260	14350	15500	16000
mittel $= \frac{\Phi}{164}$ . . . . =	5250	7870	10500	13120	14450	15750	17050	18400	19100
innen $= \frac{\Phi}{129}$ . . . . =	6670	10000	13340	16670	18350	20000	21700	23400	24200
$= \frac{\sigma \cdot \Phi}{Q_m} = \frac{1,25\,\Phi}{206} =$	5220	7830	10440	13050	14350	15650	16950	18300	18900
$= \frac{1,167\,\Phi}{2 \cdot 126} = \frac{\Phi}{216} =$	4000	6000	8000	10000	11000	12000	13000	14000	14450
ıp.-Windung. pro *cm* $aw_a =$	1,25	2	3,3	7,5	12	18,5	29,5	41	69
,, $aw_{z\,min} =$	1,2	1,85	2,9	5,2	8,3	12,5	18.5	29,5	35
,, $aw_{z\,m} =$	1,4	2,35	4,3	12	19,5	32,5	63	142	170
,, $aw_{z\,max} =$	1,9	3,8	13	50	138	284*)	540*)	950*)	1250*)
$\frac{{}_{z\,min} + 4\,aw_{z\,m} + aw_{z\,max}}{6} =$	1,45	2,5	5,5	17,2	37,4	71	135	258	327
,, $aw_m =$	2,4	4,8	8,6	17,2	27	43	73	133	168
,, $aw_j =$	1,5	3	5	7,8	10	12,7	17	24	28
$_L = 0,8\,\delta \cdot \mathfrak{B}_l = 0,2\,\mathfrak{B}_l =$	496	742	992	1238	1362	1488	1610	1736	1796
$_a = 8,1 \cdot aw_a$ . . . . =	10	16	27	61	97	150	240	332	560
$_z = 1,7 \cdot aw_z$ . . . . =	2	4	9	29	64	121	230	440	560
$_m = 10,2 \cdot aw_m$ . . . =	24	49	88	175	275	440	745	1357	1710
$_j = 36,5 \cdot aw_j$ . . . =	55	110	182	284	365	456	620	875	1020
$= AW_s$ . . . . =	587	921	1198	1787	2163	2655	3445	4740	5646

Abb. 194 zeigt für den Leerlauf die Abhängigkeit der EMK E von den erregenden Amperewindungen pro Spule AW_s.

Für den Leerlauf bei $E_k = 115$ Volt sind nach Abb. 194 erforderlich

$$AW_s = 2400 \text{ Amperewindungen.}$$

Für volle Last mit

$$E = 115 + 4,4 + 2 = 121,4 \text{ Volt}$$

sind erforderlich

$$AW_s = 2700.$$

*) Aus Abb. 147.

Hierzu kommen $AW_g = 330$, so daß bei Belastung

$$AW_s = 3030$$

ist. Der Erregerstrom wird

$$i_m = \frac{3030}{1780} = 1{,}7 \text{ Ampere},$$

die Stromdichte

$$\Delta_m = \frac{1{,}7}{0{,}86} = 2 \text{ Ampere}/mm^2.$$

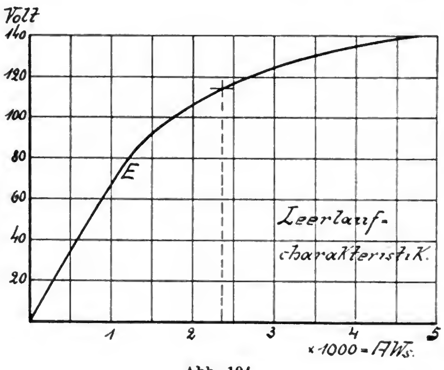


Abb. 194.

Der Widerstand der erwärmten Magnetwicklung ist

$$r_m = \frac{0{,}77 \cdot 1780 \cdot 2}{50 \cdot 0{,}86} = 64 \text{ Ohm}.$$

Erregerstrom im Leerlauf

$$i_{m_0} = \frac{2400}{1780} = 1{,}35 \text{ Ampere}.$$

Widerstand des Erregerkreises im Leerlauf

$$r_{m_0} = \frac{115}{1{,}35} = 85 \text{ Ohm}.$$

Widerstand der kalten Magnetspulen

$$r_m' = \frac{0{,}77 \cdot 1780 \cdot 2}{57 \cdot 0{,}86} = 56 \text{ Ohm}.$$

Widerstand des Nebenschlußregulators

$$\varrho = 1{,}2\,(85 - 56) = 35\ \Omega.$$

Im normalen Betrieb ist der Widerstand zwischen Leerlauf und voller Last zu regulieren um

$$r_{m_0} - \frac{E_k}{i_m} = 85 - \frac{115}{1,7} = 17,5\ \Omega.$$

Hierzu werden zehn Stufen à 1,75 Ω gewählt.

Da der Regulierwiderstand zusammen mit der erwärmten Magnetwicklung

$$35 + 64 = 99\ \Omega$$

besitzt, so sind im Leerlauf schon 99—85 = 14 Ω des Regulierwiderstandes abgeschaltet. Mit diesem Widerstand wird zu Beginn des Betriebes der Widerstandsunterschied zwischen den kalten und erwärmten Magnetspulen ausgeglichen. Hierzu werden die 14 Ohm in 7 Stufen à 2 Ω unterteilt. Bei voller Last sind noch

$$\frac{115}{1,7} - 64 = 3,5\ \Omega$$

vorgeschaltet.

Diesen Widerstand unterteilt man noch einmal in drei Stufen à 1,2 Ohm.

Kollektor und Bürsten.

Die Segmentdicke wird zu $\beta = 6$ *mm* gewählt, die Isolationsschicht zwischen zwei Lamellen sei 0,8 *mm* dick, so daß der Durchmesser

$$D_k = \frac{(0,6 + 0,08) \cdot 58}{\pi} = 12,5\ cm \text{ wird.}$$

Auf jeden Bürstenbolzen setzen wir zwei Bürsten von 1,8 *cm* Breite und 2,5 *cm* Länge. Die nutzbare Länge des Kollektors wird dann

$$L_k \cong 7\ cm.$$

Der Verlust durch den Übergangswiderstand wird nach Abschnitt 58

$$W_\varrho = 2,4 \cdot J_a = 2,4 \cdot 54 = 130 \text{ Watt.}$$

Durch Bürstenreibung ergeben sich

$$W_R = 0,45 \cdot 18 \cdot \frac{0,125 \cdot \pi \cdot 1200}{60} = 64 \text{ Watt.}$$

$$\text{Gesamtverlust } W_c = 130 + 64 = 194 \text{ Watt.}$$

Temperaturerhöhung des Kollektors

$$T_k = 50 \frac{194}{12,5 \cdot \pi \cdot 7} = 35°.$$

Kontrollrechnung bezüglich der Kommutation.

Es ist:

$$h_n = 1{,}7\ cm$$
$$b_n = 0{,}44\ cm$$
$$\tau - b_p = 29{,}8 - 20 = 9{,}8\ cm$$
$$\frac{l_a}{2} = 42\ cm$$
$$Le = 19 \cdot 0{,}9 = 17{,}1\ cm$$
$$l_s = \frac{l_a}{2} - L_e = 24{,}9\ cm$$
$$D = 19\ cm$$
$$p = 1\ cm$$

$$\psi_1 = 1{,}675 \frac{1{,}7}{0{,}44} + 3{,}68 \log \frac{9{,}8}{0{,}44} + \frac{24{,}9}{17{,}1}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{19}{0{,}44}\right) = 13{,}76.$$

Reaktanzspannung

$$Es' = w_1 \cdot \psi_1 \cdot L_e \cdot AS \cdot v \cdot 10^{-8}$$
$$Es' = 2 \cdot 13{,}76 \cdot 17{,}1 \cdot 105 \cdot 12 \cdot 10^{-8} = 0{,}59 \text{ Volt.}$$

Selbstinduktionskoeffizient

$$L = w_1^2 \cdot \psi_1 \cdot Le \cdot 10^{-8} = 2^2 \cdot 13{,}76 \cdot 17{,}1 \cdot 10^{-8}$$
$$L = 940 \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Kurzschlußzeit

$$T = \frac{\beta'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}{v} = \frac{0{,}68 \frac{19}{12{,}5} \cdot 1}{1200} = 0{,}86\ 10^{-3} \text{ Sek.}$$

Mit einer Stromdichte der Kohlebürsten von $\Delta_B = 6$ Ampere/cm^2 wird der Bürstenquerschnitt

$$Q_B = \frac{54}{6} = 9\ cm^2.$$

Nimmt man die radiale Dicke b = 1,8 *cm*, so werden drei Lamellen von $\beta = 0{,}6\ cm$ bedeckt. Die axiale Länge ist dann

$$a = \frac{9}{1{,}8} = 5\ cm.$$

Der spezifische Widerstand harter Bürsten ist aus Abb. 169 bei einer Stromdichte von 6 Ampere/cm^2

$$r_0 = 0{,}2$$

also bei $Q_B = 9\ cm^2$

$$r = \frac{0{,}2}{9} = 0{,}0222\ \Omega$$

$$k = \frac{r \cdot T}{L} = \frac{0{,}0222 \cdot 0{,}86 \cdot 10^{-3}}{940 \cdot 10^{-8}} = 2 \text{ also} > 1{,}4.$$

$$E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right) = 0{,}59\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 0{,}89 \text{ Volt} < 2 \text{ Volt.}$$

Der Widerstand einer Ankerspule ist

$$\varrho = \frac{2 \cdot 0{,}84}{50 \cdot 7{,}05} = 4{,}77 \;\; 10^{-3} \; \Omega$$

$$\frac{\varrho}{r} = \frac{4{,}77 \cdot 10^{-3}}{0{,}0222} = 0{,}214$$

also nur sehr wenig größer als 0,2.

$$b' = 1{,}8 \frac{19}{12{,}5} = 2{,}73 \; cm$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1{,}25\,(AW_L + AW_z)\,\delta}{\left(\frac{\tau - b_p - b'}{2}\right)^2 + \delta^2} = \frac{1{,}25 \cdot (1488 + 121)\, 0{,}25}{3{,}5^2 + 0{,}25^2} = 41$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1{,}25\,(AW_L + AW_z)\,\delta}{\left(\frac{\tau - b_p + b'}{2}\right)^2 + \delta^2} = \frac{1{,}25 \cdot 1609 \cdot 0{,}25}{12{,}6^2 + 0{,}25^2} = 3$$

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = b_p \cdot AS\left(\frac{1{,}7}{\tau - b_p - b'} + \frac{1{,}25}{\tau - b_p}\right)$$

$$= 20 \cdot 105\left(\frac{1{,}7}{9{,}8 - 2{,}73} + \frac{1{,}25}{9{,}8}\right)$$

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = 770.$$

Für eine Dynamo ist das resultierende Feld nach Abschnitt 46

$$\mathfrak{B} = -\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = -41 + 3 + 770 = 730$$

$$E_1 = 2\,\mathfrak{B} \cdot \frac{p}{p'} \cdot L_e \cdot w_1 \cdot v \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 730 \cdot 1 \cdot 17{,}1 \cdot 2 \cdot 1200 \cdot 10^{-8} = 0{,}6 \text{ Volt}$$

$$E_1 < 2 \text{ Volt.}$$

Maximale Stromdichte an der ablaufenden Bürstenkante

$$\Delta_{max} = \frac{E_1 + E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right)}{r_0} + \frac{2\, i_a}{Q_B} = \frac{0{,}6 + 0{,}89}{0{,}2} + \frac{54}{9} = 7{,}5 + 6$$

$$\Delta_{max} = 13{,}5 \text{ Ampere}/cm^2 \text{ also} < 20.$$

Wir können daher eine gute Kommutation in der neutralen Linie erwarten. Da die Bürsten in der neutralen Linie stehen bleiben, sind die Gegenamperewindungen des Ankers

$$AW_g = 0.$$

Die Queramperewindungen sind dagegen das Maximum und durch die Feldverzerrung wird der Kraftlinienfluß verkleinert. Um die Kraftlinienzahl auf ihre nötige Höhe zu bringen, müssen die Amperewindungen AW_s wieder vergrößert werden. Die Queramperewindungen betragen

$$AW_q = \frac{AS}{2} \cdot b_p = \frac{105}{2} \cdot 20 = 1050.$$

Um sie zu kompensieren, sind nach Seite 238 ca. 200 Amperewindungen pro Spule aufzuwenden, so daß die Gesamtamperewindungszahl pro Spule

$$AW_s = 2700 + 200 = 2900 \text{ wird,}$$

statt der ursprünglich berechneten 3030.

$$i_m = \frac{2900}{1780} = 1{,}63 \text{ statt } 1{,}7 \text{ Ampere.}$$

Berechnung der Verluste, des Wirkungsgrades und der Ankererwärmung.

Das Gewicht der Ankerbleche ohne die Zähne ist

$$G_{eA} = 10{,}3 \cdot \pi \cdot 5{,}3 \cdot 19 \cdot 0{,}9 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 23 \; kg.$$

Das Gewicht der Zähne ist

$$G_{ez} = 58 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 19 \cdot 0{,}9 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 6{,}6 \; kg.$$

Mit einer Verlustziffer $w_s = 4$ wird

Hystereseverlust im Anker . . . . $W_{hA} = 8 \cdot 20 \cdot 14\,300^2 \cdot 23 \cdot 10^{-10} = 75$ Watt

Wirbelstromverlust im Anker . . . . $W_{wA} = 0{,}032 \cdot 20^2 \cdot 14300^2 \cdot 23 \cdot 10^{-10} = 6$,,

Hystereseverlust in den Zähnen. . $W_{hz} = 8 \cdot 20 \cdot 17\,250^2 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-10} = 31$,,

Wirbelstromverlust in den Zähnen. . $W_{wz} = \frac{0{,}032 \cdot 19}{4 \cdot 0{,}25} 20^2 \cdot 17250^2 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-10} = 48$,,

Eisenverlust W_e = 160 Watt

Kupferverlust im Anker . . . . . . $W_{kA} = 2{,}6 \, \Delta_a^2 \cdot G_{kA} = 2{,}6 \cdot 3{,}82^2 \cdot 6{,}1 = 230$ Watt

Verlust im Anker = 390 Watt

Erregerverlust $= i_m \cdot E_k = 1{,}63 \cdot 120 = 195$ Watt.

Die Riemenscheibe hat einen Durchmesser $D_s = 25\ cm$ und $l = 13{,}5\ cm$

$$P = \frac{1432 \cdot 9{,}7}{12 \cdot 25} = 46{,}4\ kg$$

$$3\,P \cong 140\ kg$$

$$G_s = 15\ kg$$

$$K = \sqrt{140^2 + 15^2} = 141\ kg$$

$$d_{z\,min} = \sqrt[3]{\frac{K \cdot l}{60}} = \sqrt[3]{\frac{141 \cdot 13{,}5}{60}} = \frac{5{,}2 \cdot 2{,}38}{3{,}92} = 3{,}2\ cm.$$

Ausgeführt $d_z = 3{,}5\ cm$.

$$Q = \sqrt{170^2 + 45^2} = 176\ kg$$

$$l_z \geqq \frac{Q}{300} \frac{n}{100} = \frac{176}{300} \cdot 12 \geqq 7\ cm.$$

Ausgeführt $l_z = 12\ cm$, also sehr reichlich.

Lagerreibungsverlust $W_{R_L} = \frac{26}{T_z} \cdot l_z \cdot d_z \sqrt{v_z^3}$ pro Lager

$$T_z = 50^\circ,\ v_z = \frac{0{,}035 \cdot \pi \cdot 1200}{60} = 2{,}2\ m/sec$$

$$W_{R_L} = \frac{26 \cdot 12 \cdot 3{,}5 \cdot 3{,}26}{50} \cong 71\ \text{Watt}.$$

Für beide Lager also $W_{R_L} = 142$ Watt.

Gesamtverlust in der Maschine

$$W_g = 194 + 160 + 230 + 195 + 142 = 920\ \text{Watt}.$$

Wirkungsgrad

$$\eta\,\% = 100 - \frac{100 \cdot W_g}{L_n + W_g} = 100 - \frac{100 \cdot 0{,}92}{6 + 0{,}92} = 100 - 13{,}4$$

$$\eta = 86{,}6\,\%.$$

Rechnet man nach Hobart, so ist die abkühlende Ankeroberfläche

$$F_A = 1{,}9 \cdot \pi \cdot 2{,}5 = 15\ dcm^2.$$

Pro dcm^2 Kühlfläche entfallen daher $\frac{390}{15} = 26$ Watt, also klein

genug. Die Temperaturerhöhung kann man aus Abschnitt 51 auch finden aus

$$T_A = \frac{C_1 \cdot W_g'}{F\,(1 + 0{,}1\,v)} = \frac{400\,(105 + 160)}{1500\,(1 + 0{,}1 \cdot 12)} = \frac{400 \cdot 265}{1500 \cdot 2{,}2}$$

$$T_A = 32^\circ.$$

W_g' ist der Eisenverlust plus dem auf die Ankerlänge entfallenden Kupferverlust. Da $\frac{l_a}{2} = 42$ *cm*, $L_a = 19$ *cm*, so wird

$$Wg' = 160 + \frac{19}{42} \cdot 230 = 160 + 105 = 265 \text{ Watt.}$$

Beispiel 2. Eine Nebenschlußmaschine von 30 KW Leistung ist zu entwerfen für $E_k = 115$ Volt Klemmenspannung. Tafel VIII und IX.

Gewählt: Tourenzahl n = 900 pro Minute.
Polzahl 2 p = 4.

Trommelanker mit Serienschaltung und vier Bürstenbolzen.

Mit einem Wirkungsgrad $\eta = 91\%$ wird die zugeführte Energie

$$L = \frac{30}{0{,}91} = 33 \text{ KW.}$$

Angenommen eine Induktion im Luftspalt $\mathfrak{B}_l = 7000$, also $\mathfrak{B}_{l_0} = 7$

$$\psi_1 = 12$$
$$\alpha_i = 0{,}7$$
$$E_s' = 0{,}5 \text{ Volt}$$
$$P = \frac{1}{2 - \frac{1}{p}} = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}667$$

so wird:

$$\frac{D}{w_1} = 0{,}274\,P\,\frac{\psi_1 \cdot L}{\alpha_i \cdot Es' \cdot \mathfrak{B}_{l_0}} = \frac{0{,}274 \cdot 0{,}667 \cdot 12 \cdot 33}{0{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 7} \cong 30 \text{ cm.}$$

Bei $w_1 = 1$ wird der Ankerdurchmesser D = 33 *cm* gewählt, was einer Umfangsgeschwindigkeit

$$v = \frac{0{,}33 \cdot \pi \cdot 900}{60} = 15{,}6 \text{ m/sec entspricht.}$$

Es kann also $w_1 = 1$ und D = 33 *cm* ausgeführt werden.

Schätzt man die axiale Länge

$$L_a \cong \tau,$$

so wird die Länge einer Ankerwindung

$$l_a \cong 5\,\tau = 5\,\frac{33 \cdot \pi}{4} = 130\ cm = 1{,}3\ m.$$

Die Stromdichte im Ankerkupfer wird dann bei Kohlenbürsten

$$\Delta_a = \frac{4{,}25 \div 6}{w_1 \cdot l_{a(m)}} = 3{,}3 \div 4{,}6\ \text{Ampere}/mm^2$$

$$J = \frac{1000 \cdot 30}{115} = 260\,\text{Ampere}.$$

Angenommen $i_m = 1{,}5\,\% = 4$ Ampere

$$J_a = J + i_m = 264\ \text{Ampere}$$

$$i_a = \frac{J_a}{2} = 132\ \text{Ampere}\ (2\,p' = 2).$$

Querschnitt des Ankerleiters

$$q_a = \frac{i_a}{\Delta_a} = \frac{132}{3{,}3} \div \frac{132}{4{,}6}$$

$$q_a = 40 \div 29\ mm^2$$

Gewählt wurde $q_a = 40\ mm^2 = 5 \times 8\ mm$

besponnen auf $6 \times 9\ mm.$

Es können daher zur Stromabnahme weiche Kohlen verwendet werden.

Zu einem Durchmesser von 33 *cm* gehört aus Abb. 174 eine Maschinenkonstante

$$C = 1{,}75 \cdot 10^{-6}.$$

Zu $\alpha_i = 0{,}7$ gehört also

$$C = \frac{0{,}7}{0{,}775} \cdot 1{,}75 \cdot 10^{-6} \cong 1{,}55 \cdot 10^{-6}.$$

Damit wird die axiale Länge

$$L_i = \frac{L}{C \cdot n \cdot D^2} = \frac{33 \cdot 10^6}{1{,}55 \cdot 900 \cdot 33^2} \cong 22\ cm.$$

Ausgeführt wurde $L_a = 24\ cm$, ohne Luftschlitze, also

$$C = \frac{22}{24}\,1{,}55 \cdot 10^{-6} = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$$

$$AS = \frac{C \cdot 10^8}{0{,}164 \cdot \alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0}} = \frac{1{,}40 \cdot 100}{0{,}164 \cdot 0{,}7 \cdot 7} \cong 170$$

Stabzahl $$z = \frac{AS \cdot D \cdot \pi}{i_a} = \frac{170 \cdot 33 \cdot \pi}{132} \cong 130.$$

Da Stabwicklung angenommen ist, so ist die Zahl der Umfangselemente

$$x = z.$$

Nach der Wicklungsformel in Abschnitt 20 ist

$$y = \frac{x \pm 2}{2\,p} = \frac{130 \pm 2}{4} \cong 33$$

$$x = 4 \cdot 33 - 2 = 130.$$

Zahl der Kollektorlamellen $m_k = 65$.

Legt man zwei Stäbe in eine Nut, so erhalten wir auch eine Nutzahl

$$z_n = 65.$$

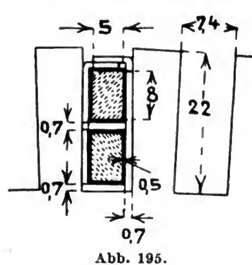


Abb. 195.

Nutenteilung am Zahnkopf

$$t_n = \frac{33 \cdot \pi}{65} = 1{,}59\ cm.$$

Zahnstärke am Kopf

$b_z = 1{,}59 - 0{,}74 = 0{,}85\ cm$ (Abb. 195).

Länge einer Ankerwindung

$$l_a = 2\,(L_a + 1{,}5 \cdot \tau) = 2\,(24 + 1{,}5 \cdot 26) = 126\ cm.$$

Kupfergewicht des Ankers

$$G_{kA} = 65 \cdot 0{,}4 \cdot 126 \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 29{,}2\ kg.$$

Verlust im Ankerkupfer

$$W_{kA} = 2{,}6\ \Delta_a^2 \cdot G_{kA}$$

$$\Delta a = \frac{132}{40} = 3{,}3$$

$$W_{kA} = 2{,}6 \cdot 3{,}3^2 \cdot 29{,}2 = 825 \text{ Watt} = 2{,}75\,\% \text{ der Nutzleistung.}$$

Spannungsverlust im Anker

$$\varepsilon = \frac{825}{264} = 3{,}1 \text{ Volt.}$$

Ankerwiderstand

$$R_a = \frac{3{,}1}{264} = 0{,}0118\ \Omega.$$

EMK bei voller Belastung, mit einem Spannungsabfall unter den Bürsten von 1,9 Volt

$$E = 115 + 3{,}1 + 1{,}9 = 120 \text{ Volt.}$$

Der Kraftlinienfluß wird

$$\Phi = \frac{60 \cdot E \cdot 10^8}{z \cdot n \cdot \frac{p}{p'}} = \frac{60 \cdot E \cdot 10^8}{130 \cdot 900 \cdot 2} = \frac{E}{39} \cdot 10^6.$$

Für Leerlauf ist daher

$$\Phi = \frac{115}{39} \cdot 10^6 = 2,95 \cdot 10^6.$$

Für volle Last

$$\Phi = \frac{120}{39} \cdot 10^6 = 3,08 \cdot 10^6.$$

	Zahnstärke	Zahnquerschnitt Q_z	Induktion	aw_z
am Zahnkopf	1,59 — 0,74 = 0,85	210 cm^2	14 670	22
in der Zahnmitte . .	1,49 — 0,74 = 0,75	185 cm^2	16 630	55
am Zahnfuß	1,38 — 0,74 = 0,64	158 cm^2	19 500	250

$$aw_{z\,mittel} = \frac{22 + 4 \cdot 55 + 250}{6} = 82$$

$$AW_z = 2,2 \cdot 82 = 180.$$

Kraftliniendichte in der Luft

$$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{Q_l}$$

$$Q_l = (18 + 0,5)\,(24 + 0,5) = 450\;cm^2.$$

Für volle Last

$$\mathfrak{B}_l = \frac{3,08 \cdot 10^6}{450} = 6850.$$

Mit $v_1 = 1,3$ wird

$$\delta'' = \frac{v_1 \cdot AS \cdot b_p}{1,6\;\mathfrak{B}_l} - \frac{1,25 \cdot AW_z}{\mathfrak{B}_l} = \frac{1,3 \cdot 170 \cdot 18}{1,6 \cdot 6850} - \frac{1,25 \cdot 180}{6850}$$

$$\delta'' = 0,36 - 0,033 \simeq 0,33\;cm.$$

Wir schätzen $\delta = 0,3\;cm$ und erhalten damit

$$\frac{b_n}{\delta} = \frac{0,74}{0,3} = 2,5.$$

Dazu aus Abb. 144

$$C_0 = 1,2$$

$$\delta = \frac{\delta''}{C_0} = \frac{0,33}{1,2} = 0,275.$$

Ausgeführt wird ein Luftspalt $\delta = 0,3\;cm = 3\;mm$.

$$C = \frac{1}{1 - \frac{2\,b_n}{t_n}\left(\frac{C_0 - 1}{C_0}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 0,74}{1,59} \cdot \frac{0,2}{1,2}} = \frac{1}{0,845} = 1,18.$$

Amperewindungen für den Luftspalt

$$AW_l = 0,8\,\delta \cdot C \cdot \mathfrak{B}_l = 0,8 \cdot 0,3 \cdot 1,18 \cdot 6850 = 1940.$$

Für Anker, Magnetkern und Joch rechnen wir 40% von $AW_l \cong 800$. Zur Kompensierung der Queramperewindungen rechnen wir 300, so daß die gesamte Amperewindungszahl einer Spule sich ergibt zu

$$AW_s = 180 + 1940 + 800 + 300 = 3220.$$

Querschnitt des Magnetkernes

$$Q_m = \frac{\sigma \cdot \Phi}{\mathfrak{B}_m} = \frac{1{,}2 \cdot 3{,}08 \cdot 10^6}{15500} = 240 \ cm^2.$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Axiale Länge} = 17 \ cm \\ \text{Radiale Breite} = 14 \ cm\end{array}\right\} \text{also } Q_m = 17 \cdot 14 = 238 \ cm^2.$$

Mit einer Wicklungsdicke von $b_s = 5 \ cm$ wird die Länge einer Magnetwindung

$$l_m = 2\,[(18 + 5) + (14 + 5)] = 84 \ cm = 0{,}84 \ m.$$

Für die Berechnung der Erregerwicklung setzen wir vorsichtig die Erregerspannung $e_m = 90$ Volt ein, also

$$q_m = \frac{p \cdot l_m \cdot AW_s}{25 \cdot e_m} = \frac{2 \cdot 0{,}84 \cdot 3220}{25 \cdot 90} = 2{,}4 \ mm^2$$

$$\text{Durchmesser blank } d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 2{,}4}{\pi}} = 1{,}75 \ mm$$

besponnen auf $d_m' = 2{,}1 \ mm$.

Genauer Wert des Querschnittes

$$q_m = \frac{1{,}75^2 \cdot \pi}{4} = 2{,}41 \ mm^2.$$

Kupferfüllfaktor

$$f_k' = 0{,}75 \left(\frac{1{,}75}{2{,}1}\right)^2 = 0{,}52$$

$$a = \frac{32{,}2^2 \cdot 1000}{50 \cdot 2 \cdot 0{,}52 \cdot 35} = 570$$

$$h_s = 2{,}5 \left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 570}{5^3}} - 1\right] = 2{,}5 \cdot 3{,}4 = 8{,}5 \ cm$$

$$\Delta_m = \frac{3220}{100 \cdot 0{,}52 \cdot 5 \cdot 8{,}5} = 1{,}45 \ \text{Ampere}/mm^2.$$

Erregerstrom

$$i_m = \Delta_m \cdot q_m = 1{,}45 \cdot 2{,}41 = 3{,}5 \ \text{Ampere}.$$

Windungszahl pro Spule

$$w_m = \frac{3220}{3{,}5} = 920.$$

Mit einer Induktion im Joch $\mathfrak{B}_j = 12\,000$ ist

$$Q_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sigma\right)\Phi}{2 \cdot \mathfrak{B}_j} = \frac{1{,}13 \cdot 3{,}08 \cdot 10^6}{2 \cdot 12000} \cong 145\ cm^2.$$

Radiale Höhe des Joches = 6 *cm*
Axiale Breite des Joches = 25 *cm* } also $Q_j = 150\ cm^2$ ausgeführt.

Mit den berechneten Abmessungen ist ein magnetischer Stromkreis gezeichnet (Abb. 196), aus dem folgende Kraftlinienlängen entnomen sind:

Anker λ_a . . . = 8,5 *cm*
Zähne λ_z . . . = 2,2 „
Luft δ . . . . = 0,3 „
Magnetkern λ_m = 13 „
Joch λ_j . . . = 23 „

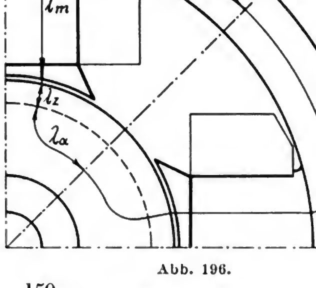


Abb. 196.

Im Ankereisen ist eine Induktion $\mathfrak{B}_a = 10\,000$ angenommen, daher

$$Q_a = \frac{3{,}08 \cdot 10^6}{2 \cdot 10000} \cong 150\ cm^2.$$

Ankerrückenhöhe
$$h_a = \frac{150}{0{,}9 \cdot 24} = 7\ cm.$$

In folgender Tabelle sind für Leerlauf und volle Last die pro Spule erforderlichen Amperewindungen berechnet. Bei Belastung ist die Streulinienzahl so groß wie im Leerlauf angenommen, da die Amperewindungszahl nicht viel größer ist, denn die Bürsten sollen in der neutralen Linie stehen bleiben.

Leerlauf mit $E_k = 115$ Volt

Teil des m. Kreises	Material	Φ	Querschnitt	Induktion	aw/*cm*	Länge der Kraftlinien	AW
er . . .	Ankerblech	$2{,}95 \cdot 10^6$	300	9840	3,6	8,5	30
ne . . .	„	$2{,}95 \cdot 10^6$	210/185/158	14000/15900/18700	53	2,2	117
tspalt .	Luft . . .	$2{,}95 \cdot 10^6$	450	6560	6200	0,3	1860
netkern	Stahlguß .	$3{,}54 \cdot 10^6$	238	14860	32	13	415
ı . . .	„ .	$3{,}34 \cdot 10^6$	300	11140	10,2	23	235

$AW_s = 2660$

Volle Last mit E = 120 Volt

Teil des magn. Kreises	Material	Φ	Querschnitt	Induktion	aw/*cm*	Länge der Kraftlinien	AW[illegible]
Anker . . .	Ankerblech	$3{,}08 \cdot 10^6$	300	10300	4,1	8,5	3[illegible]
Zähne . . .	,,	$3{,}08 \cdot 10^6$	210/185/158	14670/16630/19500	82	2,2	1[illegible]
Luftspalt .	Luft . . .	$3{,}08 \cdot 10^6$	450	6850	6460	0,3	19[illegible]
Magnetkern	Stahlguß .	$3{,}7 \cdot 10^6$	238	15500	40,5	13	5[illegible]
Joch . . .	,, .	$3{,}5 \cdot 10^6$	300	11650	11,6	23	3[illegible]

$AW_s = 29$[illegible]

Kollektor und Bürsten.

Da vier Bürstenstifte verwendet werden, muß jeder nur die Hälfte des Gesamtstromes, also 132 Ampere ableiten. Diese Anordnung ist insofern günstig, als ein automatischer Ausgleich in der Belastung der Bürsten eintritt. Haben die Bürsten eines Stiftes einmal schlechten Kontakt, so wird infolge ihres größeren Widerstandes der größte Teil des Stromes von dem anderen gleichnamigen Bürstenbolzen übernommen. Die Reaktanzspannung ist außerdem nur der pte Teil derjenigen bei Verwendung von nur zwei Bürstenbolzen.

Lamellendicke $= 0{,}8$ *cm*.
Isolationsdicke $= 0{,}08$,,
Lamellenzahl $m_k = 65$.

Damit wird der Kollektordurchmesser

$$D_k = \frac{0{,}88 \cdot 65}{\pi} = 18{,}2\ cm.$$

Umfangsgeschwindigkeit

$$v_k = \frac{0{,}182 \cdot \pi \cdot 900}{60} = 8{,}6\ m/sec.$$

Strom pro Bürstenbolzen = 132 Ampere.

Um einen möglichst kleinen Übergangsverlust zu erhalten, verwenden wir w e i c h e Kohlen mit $\Delta_B = 5 \div 6$ Ampere/*cm*².

$$\text{Bürstenfläche pro Bolzen} = \frac{132}{6} = 22\ cm^2.$$

Wir setzen auf jeden Bolzen drei Bürsten $2{,}5 \times 3$ *cm*, also mit einer Fläche von

$$7{,}5 \cdot 3 = 22{,}5\ cm^2.$$

Aus Abb. 169 ist der spezifische Übergangswiderstand bei $\Delta_B = 6$

$$r_0 = 0{,}15\ \Omega,$$

daher der Spannungsverlust $0{,}15 \cdot 6 = 0{,}9$ Volt unter jeder Bürste. Die nutzbare axiale Länge des Kollektors ist 12 *cm*.

Verlust durch Übergangswiderstand $W_\varrho = 1,8 \cdot 264 = 475$ Watt
„ „ Reibung . . . $W_R = 0,3 \cdot 22,5 \cdot 4 \cdot 8,6 = 230$ „
Gesamtverlust $W_k = 705$ Watt

Temperaturerhöhung

$$T_k = \frac{45 \cdot 705}{18,2 \cdot \pi \cdot 12} \cong 45°.$$

Übergangswiderstand

$$r = \frac{r_0}{22,5} = \frac{0,15}{22,5} = 0,0067\ \Omega.$$

Der Widerstand einer Ankerwindung ist

$$\varrho = \frac{1,26}{50 \cdot 40} = 0,63 \cdot 10^{-3}\ \Omega$$

$$\left(\frac{\varrho}{r}\right) = \frac{0,63}{6,7} \cong 0,1 \text{ also } < 0,2.$$

Kontrollrechnung bezüglich der Kommutation.

Nutenhöhe $h_n = 2,2\ cm.$
Nutenweite $b_n = 0,74$ „
$\tau - b_p = 26 - 18 = 8$ „

Halbe Länge einer Ankerwindung $\frac{l_a}{2} = 63\ cm.$

Eisenlänge $= 0,9 \cdot 24 = 21,6\ cm.$
Freie Länge $l_s = 63 - 21,6 = 41,4$ „
Ankerdurchmesser $D = 33$ „

$$\psi_1 = 1,675\,\frac{2,2}{0,74} + 3,68 \log \frac{8}{0,74} + \frac{41,4}{21,6}\left(0,1 + 0,92 \log \frac{33}{2 \cdot 0,74}\right) = 11,36.$$

Reaktanzspannung

$$E_s' = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} \cdot 11,36 \cdot 21,6 \cdot 170 \cdot 1560 \cdot 10^{-8} = 0,434 \text{ Volt}.$$

Selbstinduktionskoeffizient

$$L = 1^2 \cdot 11,36 \cdot 21,6 \cdot 10^{-8} = 245 \cdot 10^{-8} \text{ Henry}.$$

Kurzschlußzeit

$$T = \frac{\beta'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}{v}$$

$$\beta' = 0,88\,\frac{33}{18,2} = 1,6\ cm$$

$$T = \frac{1{,}6 \cdot 1{,}5}{1560} = 1{,}54 \cdot 10^{-3} \, sec.$$

Übergangswiderstand $r = 0{,}0067 \, \Omega$

$$k = \frac{r \cdot T \cdot p'}{L \cdot p} = \frac{0{,}0067 \cdot 1{,}54 \cdot 10^{-3}}{245 \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = \frac{6{,}7 \cdot 1{,}54}{4{,}9} = 2{,}1 > 1{,}4.$$

$$E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right) = 0{,}434 \cdot 1{,}48 = 0{,}64 \text{ Volt} < 2 \text{ Volt}.$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1{,}25 \cdot 2120 \cdot 0{,}3}{\left(\frac{8 - 4{,}5}{2}\right)^2 + 0{,}3^2} = 250$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1{,}25 \cdot 2120 \cdot 0{,}3}{\left(\frac{8 + 4{,}5}{2}\right)^2 + 0{,}3^2} = 20.$$

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' + 18 \cdot 170\left(\frac{1{,}7}{3{,}5} + \frac{1{,}25}{8}\right) = 1970.$$

$$\mathfrak{B} = -\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = 1740$$

$$E_1 = 2 \cdot 1740 \cdot 1 \cdot 21{,}6 \cdot 1 \cdot 1560 \cdot 10^{-8} = 1{,}17 \text{ Volt also} < 2.$$

Maximale Stromdichte an der ablaufenden Bürstenkante

$$\Delta_{max} = \frac{1{,}17 + 0{,}64}{0{,}15} + \frac{264}{45} = 12 + 5{,}9 = 17{,}9 < 20 \text{ Ampere}/cm^2.$$

Die Queramperewindungen sind

$$AW_q = \frac{AS}{2} \cdot b_p = \frac{170}{2} \cdot 18 = 1530.$$

Zu ihrer Kompensierung sind ca. 350 Amperewindungen auf der Magnetspule nötig, so daß sich ergibt

$$AW_s = 2950 + 350 = 3300.$$

Feldstrom bei voller Last

$$i_m = \frac{3300}{920} = 3{,}6 \text{ Ampere}.$$

Stromdichte $$\Delta_m = \frac{3{,}6}{2{,}41} = 1{,}5 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Feldstrom im Leerlauf

$$i_{m_0} = \frac{2660}{920} = 2{,}9 \text{ Ampere}.$$

Widerstand des Erregerkreises im Leerlauf

$$r_{m_0} = \frac{E_k}{i_{m_0}} = \frac{115}{2,9} = 39,7\ \Omega$$

Widerstand der kalten Magnetspulen $= \dfrac{920 \cdot 4 \cdot 0,84}{57 \cdot 2,41} = 22,5\ \Omega.$

Widerstand des Nebenschlußregulators

$$\varrho = 1,1\ (39,7 - 22,5) = 19\ \Omega.$$

Berechnung der Verluste, des Wirkungsgrades und der Ankererwärmung.

Das Gewicht der Ankerbleche ohne die Zähne ist

$$G_{e_A} = 21,6 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 0,9 \cdot 24 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 80\ kg.$$

Das Gewicht der Zähne ist

$$G_{e_z} = 65 \cdot 0,75 \cdot 2,2 \cdot 0,9 \cdot 24 \cdot 7,8 \cdot 10^{-8} = 18\ kg.$$

Mit einer Verlustziffer $w_s = 4$ wird der

Hystereseverlust im Anker

$$W_{h_A} = 8 \cdot 30 \cdot 10300^2 \cdot 80 \cdot 10^{-10} = 204\ \text{Watt}$$

Wirbelstromverlust im Anker

$$W_{w_A} = 0,032 \cdot 30^2 \cdot 10300^2 \cdot 80 \cdot 10^{-10} = 25\ \text{,,}$$

Hystereseverlust in den Zähnen

$$W_{h_z} = 8 \cdot 30 \cdot 17450^2 \cdot 18 \cdot 10^{-10} = 130\ \text{,,}$$

Wirbelstromverlust in den Zähnen

$$W_{w_z} = \frac{0,032 \cdot 33}{8 \cdot 0,3} 30^2 \cdot 17450^2 \cdot 18 \cdot 10^{-10} = 218\ \text{,,}$$

Eisenverlust W_e = 577 Watt

Kupferverlust W_{k_A} = 825 ,,

Verlust im Anker = 1402 Watt

Verlust in der Erregung $= i_m \cdot E_k = 3,6 \cdot 115 =$ 414 ,,

Verlust im Kollektor = 705 ,,

Die Lagerzapfen haben einen Durchmesser von d_z = 6 *cm*
und eine Länge von l_z = 20 ,,

Geschwindigkeit der Zapfen $v_z = \dfrac{0,06 \cdot \pi \cdot 900}{60} = 2,83\ m/sec.$

Zapfentemperatur $T_z = 30 + 20 = 50°.$

Reibungsverlust für beide Lager

$$W_{R_L} = \frac{2 \cdot 26 \cdot 6 \cdot 20 \sqrt{2,83^3}}{50} = 600\ \text{Watt.}$$

Gesamtverlust der Maschine

$$W_g = 1402 + 414 + 705 + 600 = 3120 \text{ Watt.}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = 100 - \frac{100\ W_g}{L_n + W_g} = 100 - \frac{100 \cdot 3{,}12}{30 + 3{,}12} = 100 - 9{,}4$$

$$\eta = 90{,}6\%.$$

Kupferverlust innerhalb des Ankers $= \frac{24}{63} \cdot 825 = 315$ Watt

$$W_g' = 577 + 315 = 892 \text{ Watt.}$$

Temperaturerhöhung des Ankers

$$T_A = \frac{400 \,.\, 892}{F\,(1 + 0{,}1\,v)}.$$

Axiale Länge der Wicklung = 37 *cm*, also

$$F = 33 \,.\, \pi \,.\, 37 = 3940$$

$$T_A = \frac{400 \cdot 892}{3940 \cdot 2{,}56} = 35°.$$

Auf jedes *dcm*² kommen $\frac{1400}{39{,}4} = 35$ Watt, was vollkommen ausreicht.

Beispiel 3. Es ist eine Nebenschlußmaschine für eine Nutzleistung von 80 KW zu berechnen bei 580 Touren pro Minute und 115 Volt Spannung (Tafel X).

Gewählt: Polzahl $2p = 6$, Trommelanker mit Parallelschaltung, $p = p'$.

Wirkungsgrad $\eta = 0{,}92$.

Zugeführte Energie $L = \frac{80}{0{,}92} = 87$ KW.

Angenommen: Induktion im Luftspalt $\mathfrak{B}_l = 8000$,

$$\alpha_i = 0{,}7,\ \psi_1 = 10 \text{ und } E_s' = 0{,}75 \text{ Volt,}$$

so wird:

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = \frac{0{,}274 \cdot 10 \cdot 87}{0{,}7 \cdot 0{,}75 \cdot 8} \simeq 57\ cm.$$

Mit $w_1 = 1$ wird also $D \simeq 57$ *cm*. Hierzu gehört aus Abb. 177 eine Maschinenkonstante

$$C = 2{,}75 \cdot 10^{-6}$$

also für $\alpha_i = 0{,}7$

$$C = \frac{0{,}7}{0{,}775} \cdot 2{,}75 \cdot 10^{-6} = 2{,}5 \cdot 10^{-6}.$$

Hiermit wird

$$D^2 \cdot L_i = \frac{87 \cdot 10^6}{2{,}5 \cdot 580} = 6 \cdot 10^4$$

$$2p = 6$$

L_i =	15	17	19	20	22	25	30
D =	63,3	59,5	56,7	54,8	52,2	49	44,7
v =	19,2	18,1	17,2	16,6	15,9	14,9	13,6
τ =	33,2	31,2	29,7	28,7	27,4	25,7	23,4
b_i =	23,2	21,8	20,8	20,1	19,2	18	16,4

Wir wählen $L_i = 18$ *cm* und $D = 58$ *cm*, entsprechend

$$v = \frac{0{,}58 \cdot \pi \cdot 580}{60} = 17{,}6 \; m/sec$$

$$\tau = \frac{58 \cdot \pi}{6} = 30{,}4 \; cm$$

$$b_i = 0{,}7 \,.\, 30{,}4 = 21{,}28 \; cm.$$

Die Länge einer Ankerwindung wird

$$l_a = 2\,(L_a + 1{,}5\,\tau) = 2\,(19 + 1{,}5 \cdot 30) \cong 128 \; cm$$

$(L_a = L_i + 1$ angenommen).

Für harte Kohle wird

$$\varDelta_a = \frac{5 \div 6}{w_1 \cdot l_{a(m)}} = 3{,}9 \div 4{,}7 \text{ Ampere}/mm^2$$

$$J = \frac{80000}{115} = 696 \text{ Ampere}$$

$$i_m \cong 1{,}5\% \cong 10 \text{ Ampere}$$

$$J_a \cong 706 \text{ Ampere}$$

$$i_a = \frac{Ja}{2\,p'} = \frac{706}{6} = 118 \text{ Ampere.}$$

Querschnitt der Ankerleiter $q_a = \frac{118}{3{,}9} \div \frac{118}{4{,}7} = 30 \cong 25 \; mm^2$.

Gewählt wurde $q_a = 2{,}7 \times 13{,}5$ *mm*, die Stromdichte also etwas kleiner als 5 Ampere/cm^2 für die Bürsten. Es wären daher eventuell auch weiche Kohlen zu verwenden, wenn es die Kommutation zuläßt.

Der Kraftlinienfluß ist

$$\Phi = \mathfrak{B}_l \cdot Q_l = 8000 \cdot 21{,}3 \cdot 19 \cong 3{,}2 \cdot 10^6.$$

Damit die Leiterzahl

$$z = \frac{60 \cdot E \cdot 10^8}{\Phi \cdot n \cdot \frac{p}{p'}} = \frac{60 \cdot 120 \cdot 10^8}{3{,}2 \cdot 10^6 \cdot 580} \cong 390.$$

Für Schleifenwicklung ist

$$y_1 = \frac{x}{2p} \pm 1 = \frac{390}{6} \pm 1 = 65 \pm 1.$$

Gewählt auf der Rückseite $y_1 = 67$, auf der Vorderseite $y_2 = 65$.

$$x = z = 66 \cdot 6 = 396 \text{ Stäbe.}$$

Der genaue Wert des Kraftlinienflusses wird damit

$$\Phi = \frac{60 \cdot E \cdot 10^8}{z \cdot n \cdot \frac{p}{p'}} = \frac{6000\,E}{396 \cdot 580 \cdot 1} 10^6 = \frac{E}{38{,}3} \cdot 10^6.$$

Für Leerlauf also

$$\Phi = \frac{115}{38{,}3} \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^6$$

Das Kupfergewicht des Ankers ist

$$G_{kA} = 0{,}364 \cdot 128 \cdot \frac{396}{2} \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 82\,kg.$$

Verlust in der Ankerwicklung

$$W_{kA} = 2{,}6 \cdot \Delta_a^2 \cdot G_{ka}$$

$$\Delta_a = \frac{118}{36{,}4} = 3{,}24 \text{ Ampere}/mm^2$$

$$W_{kA} = 2{,}6 \cdot 3{,}24^2 \cdot 82 = 2250 \text{ Watt.}$$

Spannungsverlust

$$\varepsilon = \frac{2250}{706} = 3{,}2 \text{ Volt.}$$

Bei 2 Volt Spannungsverlust unter beiden Bürsten wird für volle Last die EMK

$$E = 115 + 3{,}2 + 2 \cong 120 \text{ Volt.}$$

$$\Phi = \frac{120}{38{,}3} \cdot 10^6 = 3{,}14 \cdot 10^6.$$

Legen wir sechs Stäbe in eine Nut, so wird die Nutenzahl $z_n = 66$ und die Nutenteilung

$$t_n = \frac{58 \cdot \pi}{66} = 2{,}76\,cm.$$

Mit einem Luftschlitz à 10 *mm* Breite wird aus Abschnitt 52

$$b_{z\,min} = \frac{t_n \cdot \Phi}{0{,}9\,(L_a - n_s \cdot b_s)\, b_p \cdot B_{z\,max}}$$

also mit $B_{z\,max} = 20\,000$

$$b_{z\,min} = \frac{2{,}76 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6}{0{,}9 \cdot 18 \cdot 21{,}3 \cdot 20000} = 1{,}41\ cm.$$

Die Nutenweite wird also $b_n < 2{,}76 - 1{,}41 \lessdot 1{,}35\ cm.$

Gewählt $b_n = 12{,}5\ mm$, dann können drei Stäbe nebeneinander gelegt werden und daher zwei Lagen übereinander. Die Nuthöhe wird dann $h_n = 35\ mm$ (Abb. 197).

	Zahnstärke	Zahnquerschnitt Q_z	Induktion bei $E = 120$ Volt	aw_z	AW_z
Zahnkopf	2,76—1,25 = 1,51	189 cm^2	16 600	48	
Zahnmitte	2,60—1,25 = 1,35	169 „	18 600	145	670
Zahnfuß	2,43—1,25 = 1,18	147,5 „	21 300	525	

$$aw_{z\,mittel} = \frac{48 + 4 \cdot 145 + 525}{6} = 192$$

$$AW_z = 192 \cdot 3{,}5 = 670.$$

Querschnitt im Luftspalt

$$Q_L = 21{,}3 \cdot 18 = 384\ cm^2.$$

Induktion im Luftspalt

$$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{Q_l} = \frac{3{,}14 \cdot 10^6}{384} = 8200.$$

Mit $v_1 = 1{,}4$ wird

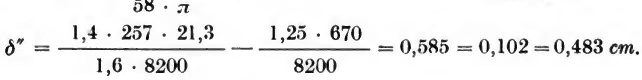
$$\delta'' = \frac{v_1 \cdot AS \cdot b_p}{1{,}6\,\mathfrak{B}_l} - \frac{1{,}25\,AW_z}{\mathfrak{B}_l}$$

$$AS = \frac{396 \cdot 118}{58 \cdot \pi} = 257$$

35

12,5

Abb. 197.



$$\delta'' = \frac{1{,}4 \cdot 257 \cdot 21{,}3}{1{,}6 \cdot 8200} - \frac{1{,}25 \cdot 670}{8200} = 0{,}585 = 0{,}102 = 0{,}483\ cm.$$

Angenommen $\delta = 0{,}45$ dann ist

$$\frac{b_n}{\delta} = \frac{1{,}25}{0{,}45} \cong 2{,}8.$$

Dazu $C_0 = 1{,}215$

$$C = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 1,25}{2,76} \frac{0,215}{1,215}} = \frac{1}{0,84} = 1,19.$$

Amperewindungen für den Luftspalt

$$AW_L = 0,8 \cdot 0,45 \cdot 1,19 \cdot 8200 = 3520.$$

Für Anker, Magnetkern und Joch 40% von AW_L gerechnet, ergibt 1400 Amperewindungen. Zur Kompensierung der Queramperewindungen geschätzt 500, so daß

$$AW_s = 670 + 3520 + 1400 + 500 = 6090.$$

Mit einem Streukoeffizienten $\sigma = 1,15$ und $\mathfrak{B}_m = 15\,000$ wird der Querschnitt des Magnetkernes aus Stahlguß

$$Q_m = \frac{1,15 \cdot 3,14 \cdot 10^6}{15000} = 240\ cm^2.$$

Axiale Länge $L_m = 18\ cm$, also radiale Breite

$$b_m = \frac{240}{18} = 13,5\ cm$$

$$Q_m = 18 \cdot 13,5 = 243\ cm^2.$$

Wickeldicke $b_s = 5\ cm$ ergibt mit einer Isolierhülse von 0,5 *cm* Dicke

$$l_m = [19 + 5 + 14,5 + 5]\,2 = 87\ cm = 0,87\ m.$$

Erregerspannung

$$e_m = 90 \text{ Volt},$$

also

$$q_m = \frac{3 \cdot 0,87 \cdot 6090}{25 \cdot 90} = 7,05\ mm^2.$$

Durchmesser blank

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 7,05}{\pi}} = 3\ mm$$

besponnen auf $d_m' = 3,5\ mm.$

Kupferfüllfaktor

$$f_k' = 0,75 \left(\frac{3}{3,5}\right)^2 = 0,55$$

$$a = \frac{60,9^2 \cdot 1000}{50 \cdot 2 \cdot 0,55 \cdot 50} = 1340$$

$$h_s = 2,5 \left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 1340}{5^3}} - 1\right] = 2,5 \cdot 5,64 = 14\ cm$$

$$\Delta_m = \frac{6090}{100 \cdot 0{,}55 \cdot 5 \cdot 14} = 1{,}58 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Erregerstrom $i_m = 1{,}58 \;.\; 7{,}07 = 11{,}2$ Ampere.

Windungszahl pro Spule $w_m = \dfrac{6090}{11{,}2} = 540.$

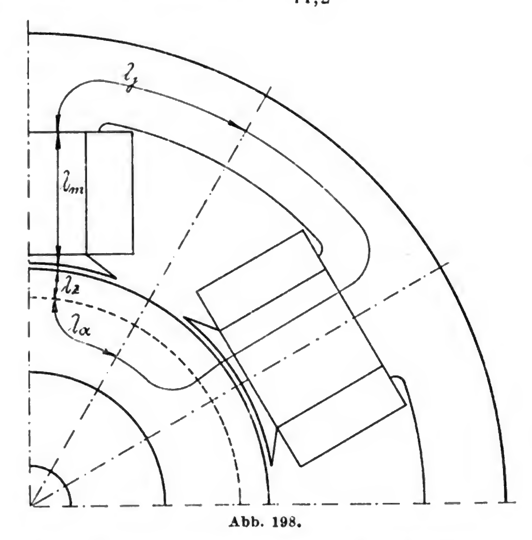


Abb. 198.

Induktion im Joch $\mathfrak{B}_j = 7000$. Joch aus Gußeisen.

$$Q_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot 1{,}15\right) \Phi}{2 \cdot \mathfrak{B}_j} = \frac{1{,}1 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6}{2 \cdot 7000} \cong 250\, cm^2.$$

Axiale Länge = 25 *cm*, also radiale Tiefe = 10 *cm*.

Mit den berechneten Abmessungen ist ein magnetischer Stromkreis gezeichnet (Abb. 198). Hieraus sind folgende Kraftlinienlängen entnommen.

Anker . . . $\lambda_a = 11{,}5$ *cm*
Zähne . . . $\lambda_z = 3{,}5$,,
Luft . . . . $\delta = 0{,}45$,,
Magnetkern $\lambda_m = 16$,,
Joch . . . . $\lambda_j = 27{,}5$,,

Induktion im Ankereisen $\mathfrak{B}_a = 10500$, also Rückenhöhe

$$h_a = \frac{3,14 \cdot 10^6}{1,8 \cdot 10500 \cdot 18} = 9,25 \; cm.$$

Gewählt $h_a = 90$ *mm*, so daß die ganze Höhe inklusive der Zähne $90 + 35 = 125$ *mm* beträgt.

$$Q_a = 0,9 \cdot 18 \cdot 9 = 146 \; cm^2.$$

In folgender Tabelle ist die Leerlaufcharakteristik berechnet.

E (angenommen)	40	60	80	100	110	115	120	125	130
Φ	1,044	1,566	2,088	2,61	2,87	3	3,14	3,27	3,39
$\mathfrak{B}_l$	2720	4080	5440	6800	7480	7810	8180	8500	8830
$\mathfrak{B}_a$	3540	5360	7080	8800	9830	10280	10780	11200	11600
$\mathfrak{B}_{z\,min}$	5520	8280	11040	13800	15200	15850	16600	17300	17900
$\mathfrak{B}_{z\,m}$	6180	9270	12360	15450	17000	17700	18600	19300	20000
$\mathfrak{B}_{z\,max}$	7080	10620	14160	17700	19500	20300	21300	22200	23000
$\mathfrak{B}_m$	4950	7420	9900	12370	13600	14200	14900	15500	16000
$\mathfrak{B}_j$	2300	3450	4600	5750	6320	6600	6920	7200	7460
aw_a	1	1,4	2	2,9	3,6	4	4,7	5,5	6,5
$aw_{z\,min}$	1,5	2,6	5,2	15,2	26	34	48	73	110
$aw_{z\,m}$	1,7	3,2	9,1	29	61	100	140	208	290
$aw_{z\,max}$	2	4,4	17	100	230	320	550	725	950
$aw_{z\,mittel}$	1,7	3,3	9,8	38,6	83,5	125	193	272	370
aw_m	2,2	4,3	7,7	14	21	25,5	32,5	40,5	50
aw_j	4,9	10,2	17	27	34	38	43	48	53
$AW_l = 0,428 \, \mathfrak{B}_l$.	1168	1750	2330	2920	3205	3350	3510	3640	3780
$AW_z = 3,5 \cdot aw_z$.	6	12	34	135	292	438	675	950	1295
$AW_a = 11,5 \cdot aw_a$.	11	16	23	33	42	46	54	62	75
$AW_m = 16 \cdot aw_m$.	35	69	123	224	336	408	520	648	800
$AW_j = 27,5 \cdot aw_j$.	135	308	467	742	935	1045	1181	1320	1460
AW_s . . . $= \Sigma =$	1355	2155	2977	4054	4810	5287	5940	6620	7410

In Abb. 199 ist die Leerlaufcharakteristik mit obigen Werten gezeichnet. Im Leerlauf ist der Erregerstrom

$$i_{m_0} = \frac{5287}{540} = 9,8 \text{ Ampere.}$$

Kollektor und Bürsten.

Lamellendicke . . . . $= 6,3$ *mm* $= 0,63$ *cm*
Isolationsdicke . . . . $= 0,8$ „ $= 0,08$ „
Lamellenzahl. . . . . $m_k = 198$

$$\text{Kollektordurchmesser } D_k = \frac{198 \cdot 0,71}{\pi} = 45 \; cm.$$

Umfangsgeschwindigkeit $v_k = \frac{0,45 \cdot \pi \cdot 580}{60} = 13,7\ m/sec.$

Strom pro Bürstenbolzen $= 2 \cdot 118 \cong 240$ Ampere.

Mit $\Delta_B = 7$ Ampere/cm^2 wird die Bürstenfläche $= \frac{240}{7} = 34\ cm^2$.

Sollen nur drei Lamellen höchstens bedeckt werden, so ist

$$b \leqq 3 \cdot 0,71 \leqq 2,13\ cm.$$

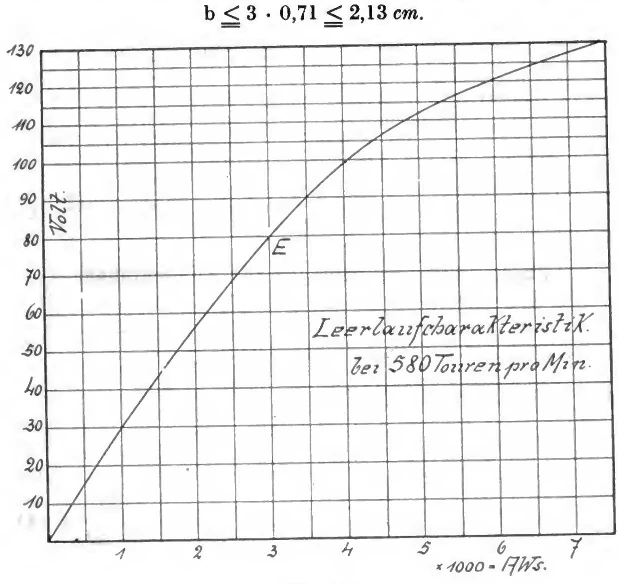


Abb. 199.

Mit b = 2 *cm* wird die axiale Länge aller Bürsten $= \frac{34}{2} = 17\ cm.$

Es werden fünf Bürsten pro Stift angeordnet mit einer Fläche von je

$$2 \cdot 3,5 = 7\ cm^2.$$

Die nutzbare Länge des Kollektors wird dann $L_k \cong 18\ cm$.

Für harte Kohlen ist bei $\Delta_B = 7$ der spezifische Widerstand aus Abb. 169

$$r_0 = 0,18,$$

daher der Spannungsverlust unter einer Bürste $0,18 \cdot 7 = 1,26$ Volt.

Verlust durch Übergangswiderstand $W_\varrho = 2{,}52 \cdot 700 = 1760$ Watt
„ „ Reibung . . $W_R = 0{,}3 \cdot 35 \cdot 6 \cdot 13{,}7 = 860$ „

Gesamtverlust $W_k = 2620$ Watt

Temperaturerhöhung

$$T_k = \frac{45 \cdot 2620}{45 \cdot \pi \cdot 18} = 46^\circ.$$

Übergangswiderstand

$$r = \frac{r_0}{35} = \frac{0{,}18}{35} = 0{,}00515\ \Omega.$$

Der Widerstand einer Ankerwindung ist

$$\varrho = \frac{1{,}28}{50 \cdot 2{,}7 \cdot 13{,}5} = 0{,}7 \cdot 10^{-3}\ \Omega.$$

$$\left(\frac{\varrho}{r}\right) = \frac{0{,}7}{1000 \cdot 0{,}00515} = \frac{0{,}7}{5{,}15} = 0{,}136 \text{ also } < 0{,}2.$$

Kontrollrechnung bezüglich der Kommutation.

Nutenhöhe . . . . $h_n = 3{,}5$ *cm.*
Nutenweite . . . . $b_n = 1{,}25$ „
$\tau - b_p = 30{,}4 - 21{,}4 = 9$ „
Halbe Länge einer Ankerwindung $\frac{l_a}{2} = 64$ „
Eisenlänge . . . . . $L_e = 18 \cdot 0{,}9 = 16{,}2$ „
Freie Länge . . . . . $l_s = 64 - 16{,}2 = 48$ „
Ankerdurchmesser . . . . $D \doteq 58$ „

$$\psi_1 = 1{,}675 \frac{3{,}5}{1{,}25} + 3{,}68 \log \frac{9}{1{,}25} + \frac{48}{16{,}2}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{58}{3 \cdot 1{,}25}\right) = 11{,}3.$$

Reaktanzspannung

$$E_s' = 1 \cdot 11{,}3 \cdot 16{,}2 \cdot 257 \cdot 1760 \cdot 10^{-8} = 0{,}82 \text{ Volt}.$$

Selbstinduktionskoeffizient

$$L = 1^2 \cdot 11{,}3 \cdot 16{,}2 \cdot 10^{-8} = 183 \cdot 10^{-8} \text{ Henry}.$$

Auf den Ankerumfang reduzierte Lamellenbreite

$$\beta' = \frac{58 \cdot 0{,}71}{45} = 0{,}92\ cm.$$

Kurzschlußzeit

$$T = \frac{0{,}92 \cdot 1}{1760} = 0{,}52 \cdot 10^{-3}\ sec.$$

Übergangswiderstand

$$r = 0{,}00515\ \Omega$$

$$k = \frac{r \cdot T}{L} = \frac{0{,}00515 \cdot 0{,}52 \cdot 10^{-3}}{183 \cdot 10^{-8}} = \frac{515 \cdot 0{,}52}{183} = 1{,}46 > 1{,}4.$$

$$E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right) = 0{,}82 \cdot 1{,}685 = 1{,}38 < 2 \text{ Volt.}$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1{,}25 \cdot (3510 + 675) \cdot 0{,}45}{\left(\frac{9-2{,}6}{2}\right)^2 + 0{,}45^2} = 225 \qquad b' = \frac{58}{45} \cdot 2 = 2{,}6\ cm.$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1{,}25 \cdot (3510 + 675) \cdot 0{,}45}{\left(\frac{9+2{,}6}{2}\right)^2 + 0{,}45^2} = 70$$

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = 21{,}4 \cdot 257\left(\frac{1{,}7}{9-2{,}6} + \frac{1{,}25}{9}\right) = 21{,}4 \cdot 257 \cdot 0{,}405 = 2220$$

$$\mathfrak{B} = -\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = -225 + 70 + 2250 = 2095$$

$$E_1 = 2 \cdot 2095 \cdot 21{,}4 \cdot 1 \cdot 1760 \cdot 10^{-8} = 1{,}58 \text{ Volt} < 2$$

$$\Delta_{max} = \frac{1{,}58 + 1{,}38}{0{,}18} + \frac{240}{35} = 16{,}4 + 6{,}8 = 23{,}2 \text{ Ampere}/cm^2.$$

Da Δ_{max} etwas größer ist als 20 Ampere/cm^2 und k nahe der unteren Grenze ist, so wäre es vorteilhaft, wenn die Betriebsstromdichte Δ_B etwas kleiner genommen würde, wodurch der Übergangswiderstand r und r_0 größer würden und daher direkt und indirekt Δ_{max} herabgesetzt würde. Die axiale Länge des Kollektors muß dann etwas vergrößert werden, wodurch auch die abkühlende Oberfläche größer, und die Temperaturerhöhung des Kollektors kleiner würde.

Man kann auch die Bürsten etwas in der Drehrichtung der Maschine verschieben; wir wollen eine Verschiebung von $\gamma\,\tau = 2\ cm$ vorsehen. Die Gegenamperewindungen sind dann

$$AW_g = \sigma \cdot AS \cdot \gamma \cdot \tau = 1{,}15 \cdot 257 \cdot 2 = 590.$$

Die Queramperewindungen sind dann

$$AW_q = \frac{AS}{2} b_p - 590 = 2750 - 590 = 2160.$$

Um sie zu kompensieren, sind ca. 600 Amperewindungen auf dem Feldmagneten erforderlich, so daß wir erhalten für volle Last

$$AW_s = 5940 + 590 + 600 = 7130.$$

Feldstrom bei voller Last

$$i_m = \frac{7130}{540} = 13{,}2 \text{ Ampere.}$$

Stromdichte $$\Delta_m = \frac{13{,}2}{7{,}05} = 1{,}87 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Im Leerlauf war

$$i_{m_0} = 9{,}8 \text{ Ampere.}$$

Widerstand des Erregerkreises im Leerlauf

$$r_{m_0} = \frac{115}{9{,}8} = 11{,}73\ \Omega.$$

Widerstand der kalten Magnetspulen $= \dfrac{540 \cdot 6 \cdot 0{,}87}{57 \cdot 7{,}05} = 7\ \Omega.$

Widerstand des Nebenschlußregulators

$$\varrho = 1{,}1\ (11{,}73 - 7) = 5{,}2\ \Omega.$$

Berechnung der Verluste, des Wirkungsgrades und der Ankererwärmung.

Das Gewicht der Ankerbleche ohne die Zähne ist

$$G_{e_A} = 42 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 18 \cdot 0{,}9 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 150\ kg.$$

Das Gewicht der Zähne ist

$$G_{e_z} = 66 \cdot 3{,}5 \cdot 1{,}35 \cdot 0{,}9 \cdot 18 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 40\ kg.$$

Mit einer Verlustziffer $w_s = 4$ wird der

Hystereverlust im Kern

$$W_{h_A} = 8 \cdot 29 \cdot 10780^2 \cdot 150 \cdot 10^{-10} = 400 \text{ Watt}$$

Wirbelstromverlust im Kern

$$W_{w_A} = 0{,}032 \cdot 29^2 \cdot 10780^2 \cdot 150 \cdot 10^{-10} = 47 \quad ,,$$

Hystereverlust in den Zähnen

$$W_{h_z} = 8 \cdot 29 \cdot 18900^2 \cdot 40 \cdot 10^{-10} = 330 \quad ,,$$

Wirbelstromverlust in den Zähnen

$$W_{w_z} = 0{,}032 \cdot 29^2 \cdot 18900^2 \cdot 40 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{58}{4 \cdot 3 \cdot 0{,}45} = 415 \quad ,,$$

Eisenverlust . . . . $W_e = 447 + 745 = 1190$ Watt

Kupferverlust . . . . $W_{k_A} = 2{,}6\ \Delta_a^2 \cdot G_{k_A} = 2250$,,

Verlust im Anker = 3440 Watt

Verlust in der Erregerwicklung $= i_m \cdot E_k = 13{,}2 \cdot 115 = 1520$ Watt
Verlust am Kollektor . . . . $= 2620$ „
Reibungsverlust in den Kugellagern geschätzt $^1/_2\% = 400$ „

Gesamtverlust der Maschine $W_g = 7980$ Watt.

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = 100 - \frac{100\,W_g}{L_n + W_g} = 100 - \frac{100 \cdot 7{,}98}{87{,}98} = 100 - 9{,}1 = 90{,}9\,\%.$$

$$\text{Kupferverlust innerhalb des Ankers} = \frac{19}{64} \cdot 2250 = 670 \text{ Watt}$$

$$W_g' = 1190 + 670 = 1860 \text{ Watt.}$$

Axiale Länge der Wicklung = 44 *cm*, daher die abkühlende Oberfläche

$$F = 58 \cdot \pi \cdot 44 = 8000\ cm^2 = 80\ dcm^2.$$

Auf jedes dcm^2 kommen daher

$$\frac{3440}{80} = 43 \text{ Watt} < 50.$$

Temperaturerhöhung

$$T_A = \frac{400 \cdot 1860}{8000 \cdot 2{,}76} \cong 34^\circ.$$

Die Mantelfläche des Ankers ist

$$58 \cdot \pi \cdot 19 = 3460\ cm^2.$$

Zwei Stirnflächen und ein Luftschlitz ergeben

$$3 \cdot 42 \cdot \pi \cdot 9 = 3560\ cm^2.$$

Zusammen daher $F = 3460 + 3560 = 7020\ cm^2$, also

$$T_A = \frac{400 \cdot 1860}{7020 \cdot 2{,}76} = 38{,}5^\circ.$$

Beispiel 4. Die unter Beispiel 3 durchgerechnete Nebenschlußmaschine ist in eine Kompoundmaschine umzurechnen.

Die im Leerlauf notwendigen Amperewindungen muß die Nebenschlußspule aufbringen, in unserem Beispiel also pro Spule 5287.

Zur Sicherheit nehmen wir 5% mehr, also für die Nebenschlußspule

$$AW_{sn} = 5550.$$

Da die Windungszahl $w_m = 540$ ist, so ergibt sich ein Erregerstrom von

$$\frac{5550}{540} = 10{,}3 \text{ Ampere.}$$

Der Widerstand des Nebenschlußkreises ist daher

$$r_m = \frac{115}{10,3} = 11,15\ \Omega.$$

Der Wicklung geben wir davon 80%, also $r_m' = 0,8 \cdot 11,15 = 9\ \Omega$.

Die mittlere Länge einer Windung ist bei 4 *cm* Wicklungstiefe

$$l_m = [19 + 4 + 14,5 + 4]\,2 = 83\ cm = 0,83\ m.$$

Querschnitt einer Nebenschlußwicklung

$$q_m = \frac{s \cdot l_m \cdot w_m}{r_m'} \cdot 2\,p = \frac{1 \cdot 0,83 \cdot 540 \cdot 6}{50 \cdot 9} = 6\ mm^2$$

Durchmesser blank

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 6}{\pi}} = 2,8\ mm$$

besponnen auf $d_m' = 3,3\ mm.$

Genauer Querschnitt

$$q_m = \frac{2,8^2 \cdot \pi}{4} = 6,16\ mm^2.$$

Die Stromdichte im Nebenschlußdraht ist dann

$$\Delta_m = \frac{10,3}{6,16} = 1,67\ \text{Ampere}/mm^2.$$

Der Widerstand der kalten Wicklung ist

$$r_m' = \frac{1 \cdot 0,83 \cdot 540 \cdot 6}{50 \cdot 6,16} = 8,73\ \Omega.$$

In den Nebenschlußkreis legen wir einen Regulator um Ungenauigkeiten in der Rechnung zu decken und den Unterschied im Widerstand bei warmen und kalten Spulen auszugleichen.

$$\varrho = 1,15\,(10,3 - 8,73) = 1,8\ \Omega.$$

Bei der Berechnung der Hauptstromerregerwicklung ist im folgenden der Tourenabfall zwischen Leerlauf und voller Last nicht berücksichtigt.

Für volle Last und 115 Volt Klemmenspannung waren erforderlich

$$AW_s = 7130\ \text{Amperewindungen pro Spule.}$$

Auf die Hauptstromwicklung entfallen daher

$$7130 - 5287 = 1840.$$

Zur Sicherheit nehmen wir auch 5% mehr und legen parallel einen Widerstand, so daß nur 80% des Gesamtstromes durch die Hauptstromerregerwicklung geht.

Amperewindungen $AW_{s_h} = 1{,}05 \cdot 1840 = 1930$.

Strom durch die Windungen $= 0{,}8\ J_a = 0{,}8 \cdot 706 = 565$ Ampere.

Windungszahl pro Spule

$$w_h = \frac{1930}{565} = 3{,}5.$$

Mit einer Stromdichte von 1,8 Ampere wird der Querschnitt der Wicklung

$$q_h = \frac{565}{1{,}8} = 314\ mm^2.$$

Da die Höhe der Spule 14 *cm* ist, so kann man die Höhe einer Windung

$$\frac{140}{1 + 3{,}5} \cong 30\ mm$$

machen, daher die Dicke

$$\frac{314}{30} = 10{,}5\ mm.$$

Wir nehmen zwei parallel geschaltete Bänder vom Querschnitt $5{,}5 \cdot 30$.

Die Länge einer Windung ist

$$l_h = (19 + 14{,}5 + 2 \cdot 8)\,2 \cong 100\ cm = 1\ m.$$

Gesamtlänge auf allen sechs Spulen $= 6 \cdot 1 \cdot 3{,}5 = 21\ m$.

Verbindungen zwischen zwei Spulen je 25 *cm* ergibt noch $4 \cdot 0{,}25 = 1\ m$.

Widerstand der Wicklung

$$r_h = \frac{(21 + 1) \cdot 1}{330 \cdot 50} = 1{,}33 \cdot 10^{-3}\ \Omega.$$

Spannungsverlust

$$\varepsilon_h = J_h \cdot r_h = 565 \cdot 1{,}33 \cdot 10^{-3} = 0{,}75 \text{ Volt}.$$

Beispiel 5. Es ist eine Gleichstromturbodynamo zu entwerfen für eine Nutzleitung von

$$\left.\begin{aligned} L_n &= 500 \text{ KW} \\ n &= 2000 \text{ pro Minute} \\ E_k &= 550 \text{ Volt} \end{aligned}\right\} \text{Tafel XI.}$$

Die Maschine wird als Nebenschlußmaschine mit Wendepolen ausgeführt. Nehmen wir $2\,p = 6$ Pole, so wird die Periodenzahl der Ummagnetisierung des Ankereisens

$$\nu = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{3 \cdot 2000}{60} = 100/sec.$$

Mit 2 p = 4 wird

$$\nu = \frac{2 \cdot 2000}{60} = 66^2/_3/sec.$$

Es soll der Entwurf für beide Polzahlen durchgeführt werden.

I. 2p=6. Wir wählen $\mathfrak{B}_l = 9000$, $\alpha_i = 0{,}65$, $\psi_1 = 15$, $E_s' = 5$ Volt, Parallelschaltung.

Bei einem Wirkungsgrad $\eta = 0{,}92$ ist die zugeführte Energie

$$L = \frac{500}{0{,}92} = 543 \text{ KW.}$$

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = \frac{0{,}274 \cdot 15 \cdot 543}{0{,}65 \cdot 5 \cdot 9} = 76{,}5 \; cm.$$

Mit $w_1 = 1$ wird also der Ankerdurchmesser

$$D = 76{,}5 \; cm$$

$$v = \frac{0{,}765 \cdot \pi \cdot 2000}{60} = 80 \; m/sec,$$

ein für Turbomaschinen ausführbarer Wert. Aus Abb. 177 ist die Maschinenkonstante $C = 3{,}3 \;.\; 10^{-6}$, also für $\alpha_i = 0{,}65$

$$C = 2{,}76 \cdot 10^6.$$

Diesen Wert können wir wegen der hohen Periodenzahl nicht beibehalten, denn die Induktion in den Zähnen würde zu hoch und damit der Verlust und die Erwärmung. Wir reduzieren C im Verhältnis der Periodenzahlen. Abb. 177 gilt für eine Periodenzahl bis $\nu = 35$. Daher

$$C = \frac{35}{100} \cdot 2{,}76 \cdot 10^{-6} = 0{,}96 \cdot 10^{-6}$$

$$D^2 \cdot L_i = \frac{543 \cdot 10^6}{2000 \cdot 0{,}96} = 28 \cdot 10^4$$

Mit D = 76,5 *cm* wird hieraus

$$L_i = \frac{28 \cdot 10^4}{76{,}5^2} = 48 \; cm.$$

Polteilung

$$\tau = \frac{76{,}5 \cdot \pi}{6} = 40 \; cm.$$

Ideeller Polbogen $b_i = 0{,}65 \cdot 40 = 26 \; cm.$

$$Q_l = L_i \cdot b_j = 48 \cdot 26 = 1250 \; cm^2$$

$$\Phi = 9000 \cdot 1250 = 11{,}25 \cdot 10^6.$$

Spannungsverlust angenommen zu 10 Volt, also $E = 550 + 10 = 560$ Volt.

Stabzahl
$$z = \frac{60 \cdot 560 \cdot 10^8}{11,25 \cdot 10^6 \cdot 2000} = 150.$$

Länge einer Ankerwindung

$$l_a = 2\,[48 + 1,5 \cdot 40] = 216\,cm = 2,16\,m$$

$$\Delta_a = \frac{8}{1 \cdot 2,18} = 3,6 \text{ Ampere}/mm^2$$

$$J = \frac{500 \cdot 10^3}{550} = 910 \text{ Ampere}$$

$$i_m = 1\,\% \cong 10 \text{ Ampere}$$

$$J_a = 920 \text{ Ampere}$$

$$i_a = \frac{920}{6} = 153 \text{ Ampere}$$

$$q_a = \frac{153}{3,6} = 42,5\,mm^2.$$

Legt man in eine Nut zwei Stäbe, so wird die Nutenzahl

$$z_n \cong 75.$$

Nutenteilung
$$t_n = \frac{76,5 \cdot \pi}{75} = 3,2\,cm.$$

Mit einer maximalen Zahninduktion $\mathfrak{B}_{z\max} = 18000$, wird die Zahnstärke

$$b_{z_{\min}} \cong \frac{3,2 \cdot 11,25 \cdot 10^6}{0,9 \cdot (48 - 10) \cdot 26 \cdot 18000} = 2,24\,cm.$$

Nutbreite $b_n = 3,2 - 2,24 = 0,96\,cm.$

Kupferbreite $= 9,6 - (2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,5) = 6,6\,mm.$

$$\text{Stabhöhe} = \frac{42,5}{6,6} = 6,44\,mm.$$

Wir erhalten also Stäbe von quadratischem Querschnitt und eine gute Nutenform. Daher werden zwei Stäbe pro Nut beibehalten und $z \cong 150$

$$y_1 = \frac{x}{2p} \pm 1 = \frac{150}{6} \pm 1 = 25 \pm 1.$$

Wir nehmen $y_1 = 25$, also

$$x = z = (25 \pm 1)\,6 = 144 \text{ oder } 156.$$

Gewählt z = 144 und Nutenzahl $z_n = 72$

$$\text{Leiterquerschnitt} = 6{,}6 \cdot 6{,}6\ mm$$
$$\text{besponnen auf} \quad 7{,}3 \cdot 7{,}3\ mm$$
$$q_a = 42{,}35\ mm^2.$$

Genaue Nutenbreite $b_n = 2 \cdot 1 + 7{,}3 + 0{,}2 \qquad = 9{,}5\ mm = 0{,}95\ cm$
Nutenhöhe . . . . $h_n = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 7{,}3 + 2 + 6{,}4 = 25\ mm = 2{,}5\ cm.$

Abb. 200 zeigt die Abmessungen der Nut.

$$AS = \frac{144 \cdot 153}{76{,}5 \cdot \pi} = 91{,}6$$

Nutenteilung $$t_n = \frac{76{,}5 \cdot \pi}{72} = 3{,}34\ cm$$

Größte Zahndicke $= 3{,}34 - 0{,}95 = 2{,}39\ cm.$

	Zahnstärke	Q_z	Induktion	aw/cm	aw_z	AW_z
Zahnkopf . . .	3,34 — 0,95 = 2,39	637	18200	130		
Zahnmitte . .	3,23 — 0,95 = 2,28	608	19050	190	200	500
Zahnfuß . . .	3,12 — 0,95 = 2,17	580	20000	310		

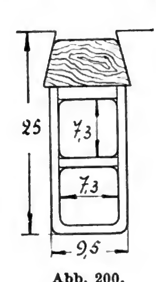


Abb. 200.

Das Ankerkupfergewicht ist

$$G_{k_A} = 0{,}4235 \cdot 216 \cdot 72 \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 59{,}3\ kg.$$

Verlust im Ankerkupfer

$$W_{k_A} = 2{,}6 \cdot 3{,}6^2 \cdot 59{,}3 = 2000 \text{ Watt}.$$

Spannungsverlust . . . . . . $\varepsilon = \frac{2000}{920} = 2{,}1$ Volt,
Spannungsverlust an den Bürsten . . . . = 2,3 „
Spannungsverlust in der Wendepolwicklung = 2,6 „
Gesamter Spannungsverlust = 7 Volt, also E = 557 „

$$\Phi = \frac{60 \cdot 557 \cdot 10^8}{2000 \cdot 144} = 11{,}6 \cdot 10^6.$$

Mit $v_1 = 1{,}2$ wird der Luftspalt

$$\delta'' = \frac{1{,}2 \cdot 91{,}6 \cdot 26}{1{,}6 \cdot 9275} - \frac{1{,}25 \cdot 500}{9275} = 0{,}193 - 0{,}067 = 0{,}126\ cm$$

Ein derart kleiner Luftspalt ist mechanisch nicht ausführbar, wir nehmen

$$\delta = 6\ mm = 0{,}6\ cm$$

$$\frac{b_n}{\delta} = \frac{0{,}95}{0{,}6} = 1{,}58.$$

Dazu aus Abb. 144 $C_0 = 1{,}13$

$$C = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 0{,}95}{3{,}34} \cdot \frac{0{,}13}{1{,}13}} = \frac{1}{0{,}935} = 1{,}07.$$

Amperewindungen für den Luftspalt

$$AW_l = 0{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}07 \cdot 9275 = 4760.$$

Rechnen wir für das Eisen 30% von $AW_l \cong 1400$, so wird

$$AW_s = 500 + 4760 + 1400 = 6660.$$

Mit einem Streukoeffizienten $\sigma = 1{,}4$ (Streuung größer wegen der Wendepole in der Pollücke) wird bei $B_m = 14000$

$$Q_m = \frac{1{,}4 \cdot 11{,}6 \cdot 10^6}{14000} = 1160\,cm^2.$$

Axiale Länge $L_m = 44\,cm$ ergibt eine radiale Breite von

$$\frac{1160}{44} = 26\,cm$$

$$Q_m = 44 \cdot 26 = 1144\,cm^2.$$

Wicklungstiefe $b_s = 6\,cm$ ergibt mit Isolierhülse von 5 *mm* Dicke

$$l_m = 2\,[45 + 6 + 27 + 6] = 168\,cm = 1{,}68\,m.$$

Erregerspannung

$$e_m = 500 \text{ Volt}$$

$$q_m = \frac{3 \cdot 1{,}68 \cdot 6660}{25 \cdot 500} = 2{,}7\,mm^2$$

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 2{,}7}{\pi}} = 1{,}85\,mm.$$

Ausgeführt $d_m = 1{,}9\,mm$,

besponnen $d_m' = 2{,}5\,mm$.

Die Feldspule erhält in der Mitte einen Lüftungskanal, daher setzen wir

$$f_k' = 0{,}6\left(\frac{1{,}9}{2{,}5}\right)^2 = 0{,}35$$

$$a = \frac{66{,}6^2 \cdot 900}{50 \cdot 2 \cdot 0{,}35 \cdot 40} = 2850$$

$$h_s = 3\left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 2850}{6^3}} - 1\right] = 3 \cdot 6{,}34 = 19\,cm.$$

Stromdichte

$$\Delta_m = \frac{6660}{100 \cdot 0{,}35 \cdot 6 \cdot 19} = 1{,}67 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Erregerstrom $i_m = 1{,}67 \cdot 1{,}9^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 1{,}67 \cdot 2{,}84 = 4{,}75$ Ampere.

Windungszahl pro Spule

$$w_m = \frac{6660}{4{,}75} = 1400.$$

Induktion im Joch $B_j = 12000$.

$$Q_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot 1{,}4\right) 11{,}6 \cdot 10^6}{2 \cdot 12000} = \frac{1{,}27 \cdot 11{,}6 \cdot 10^6}{2 \cdot 12000} = 610\ cm^2.$$

Axiale Länge $L_j = 50\ cm$ ergibt eine radiale Dicke von

$$\frac{610}{50} = 12{,}2\ cm$$

$$Q_j = 50 \cdot 12 = 600\ cm^2.$$

Induktion im Ankereisen $\mathfrak{B}_a = 7000$, daher

$$Q_a = \frac{11{,}6 \cdot 10^6}{2 \cdot 7000} = 827\ cm^2.$$

Es ist noch die genaue axiale Länge mit Rücksicht auf die zehn Luftschlitze à 10 *mm* festzustellen, so daß die ideelle Länge $L_i = 48\ cm$ wird. Nach Abschnitt 42 ist

$$L_i = \frac{L_a - \delta}{c'}$$

$$L_a = c' \cdot L_i + \delta.$$

Dicke eines Blechpaketes

$$L_{a_1} = \frac{L_a - n_s \cdot \lambda_s}{n_s + 1} \cong \frac{48 - 10}{11} = 3{,}46\ cm$$

$$\frac{\lambda_s}{\delta} = \frac{10}{6} = 1{,}67.$$

Dazu aus Abb. 144 $c_0 = 1{,}14$

$$\frac{1}{c'} = 1 - \frac{2 \cdot \lambda_s (c_0 - 1)}{(L_{a_1} + \lambda_s)\, c_0} = 1 - \frac{2 \cdot 1 \cdot 0{,}14}{4{,}46 \cdot 1{,}14} = 0{,}945$$

$$L_a = \frac{48}{0{,}945} + 0{,}6 = 50{,}7 + 0{,}6 = 51{,}3\ cm.$$

Eisenlänge $= 0{,}9\,(51{,}3 - 10) = 37{,}2\ cm$.

Ankerrückenhöhe $= \frac{827}{37{,}2} = 22{,}2\ cm$.

Gewählt $h_a = 22\ cm$, also $Q_a = 22 \cdot 37{,}2 = 818\ cm^2$.

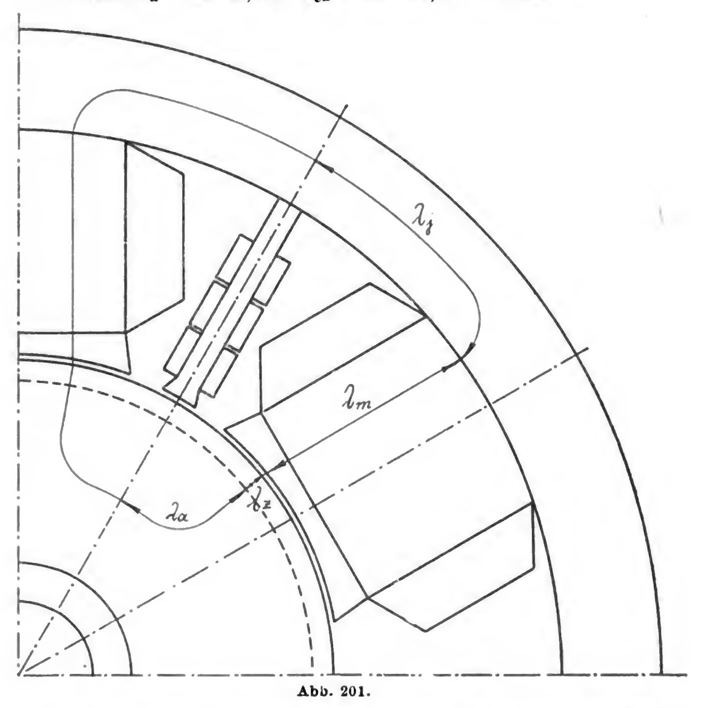


Abb. 201.

Für die Welle bleiben noch $76{,}5 - (5 + 44) = 27{,}5\ cm$, was ausreicht.

Abb. 201 zeigt einen magnetischen Stromkreis. Daraus ist die Kraftlinienlänge

im Anker	$\lambda_a =$	$17{,}5\ cm$,
in den Zähnen	$\lambda_z =$	$2{,}5$,,
in der Luft	$\delta =$	$0{,}6$,,
im Magnetkern	$\lambda_m =$	$27{,}5$,,
im Joch	$\lambda_j =$	$28{,}5$,,

Amperewindungen für Leerlauf mit $E_k = 550$ Volt.

Teil des magn. Kreises	Material	Φ	Querschnitt	Induktion	aw/cm	Länge	AW
Anker . . .	Blech	$11{,}43 \cdot 10^6$	818 cm^2	7000	2	17,5 *cm*	35
Zähne . . .	„	$11{,}43 \cdot 10^6$	693/660/630	17400	81	2,5 „	200
Luftspalt .	Luft	$11{,}43 \cdot 10^6$	1250 cm^2	9150	7830	0,6 „	4698
Magnetkern	Stahl	$15{,}9 \cdot 10^6$	1144 „	13900	23	27,5 „	630
Joch . . .	„	$14{,}4 \cdot 10^6$	600 „	12000	12,7	28,5 „	367

$AW_s = 5930$

Amperewindungen für volle Last mit $E = 557$ Volt.

Teil des magn. Kreises	Material	Φ	Querschnitt	Induktion	aw/cm	Länge	AW
Anker . . .	Blech	$11{,}6 \cdot 10^6$	818 cm^2	7100	2	17,5 *cm*	35
Zähne . . .	„	$11{,}6 \cdot 10^6$	693/660/630	17600	93	2,5 „	230
Luftspalt .	Luft	$11{,}6 \cdot 10^6$	1250 *cm*	9270	7940	0,6 „	4764
Magnetkern	Stahl	$16{,}2 \cdot 10^6$	1144 „	14150	25	27,5 „	691
Joch . . .	„	$14{,}7 \cdot 10^6$	600 „	12250	13,5	28,5 „	385

$AW_s = 6105$

Erregerstrom im Leerlauf $i_{m_0} = \frac{5930}{1400} = 4{,}23$ Ampere

Erregerstrom bei voller Last $i_m = \frac{6105}{1400} = 4{,}35$ Ampere.

Kollektor und Bürsten.

Lamellendicke $\beta = 12$ *mm* $= 1{,}2$ *cm*.
Isolationsdicke $= 1{,}5$ „ $= 0{,}15$ „
Lamellenzahl $m_k = 72$.
Kollektordurchmesser

$$D_k = \frac{1{,}35 \cdot 72}{\pi} = 31 \, cm.$$

$$v_k = \frac{31 \cdot \pi \cdot 2000}{60} = 32{,}5 \, m/sec.$$

Stromdichte der Bürsten = 8 Ampere/cm^2.

Strom pro Bürstenstift $= \frac{920}{3} = 306$ Ampere.

Bürstenfläche $= \frac{306}{8} = 38{,}2 \, cm^2$.

Breite der Bürsten $b = 2{,}5$ *cm*.

Länge der Bürsten $= \frac{38,2}{2,5} = 15,3$ *cm.*

Pro Bolzen fünf Bürsten à $2,5 \cdot 3$ *cm* $= 7,5$ *cm*².

Gesamte Fläche pro Bolzen $Q_B = 7,5 \cdot 5 = 37,5$ *cm*².

Betriebsstromdichte $\Delta_B = \frac{306}{37,5} = 8,16$ Ampere/*cm*².

Axiale Länge des Kollektors $L_k = 15,3 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2,7 = 34$ *cm.*

($2 \cdot 5$: 2 Schrumpfringe; $2 \cdot 3$: Abstand der Ringe von den äußeren Bürsten; $2,7$: Zuschlag)

Verlust durch Übergangswiderstand $W_\varrho = 2,3 \cdot 920 = 2120$ Watt.

„ „ Reibung $W_R = 0,5 \cdot 37,5 \cdot 6 \cdot 32,5 = 3660$ „

Kollektorverlust $W_k = 5780$ Watt.

Temperaturerhöhung

$$T_k \cong \frac{100 \cdot 5780}{31 \cdot \pi \cdot 34 \, (1 + 0,1 \cdot 32,5)} \cong 41^\circ.$$

Übergangswiderstand $r = \frac{0,16}{37,5} = 0,427 \cdot 10^{-2} \, \Omega.$

Widerstand einer Ankerwindung

$$\varrho = \frac{2,16}{50 \cdot 42,35} = 1,02 \cdot 10^{-3} \, \Omega.$$

$$\left(\frac{\varrho}{r}\right) = \frac{1,02 \cdot 10^2}{10^3 \cdot 0,427} = \frac{1,02}{4,27} = 0,24.$$

Berechnung der Wendepole.

Auf den Ankerumfang reduzierte Bürstenbreite

$$b' = 2,5 \frac{76,5}{31} = 6,2 \, cm.$$

Auf den Ankerumfang reduzierte Segmentbreite

$$\beta' = 1,35 \frac{76,5}{31} = 3,3 \, cm.$$

Breite des Wendepoles

$$b_w = b' + \left(\frac{m_k}{z_n} - 1\right) \beta' - t_n$$

$$b_w = 6,2 + \left(\frac{72}{72} - 1\right) 3,3 - 3,34 \cong 3 \, cm.$$

Damit zwei Nuten überdeckt werden, nehmen wir

$$b_w = 2\, b_n + b_z = 0{,}95 + 2{,}39 + 0{,}95 \cong 4{,}5\ cm.$$

Mit einem Luftspalt $\delta_w = 0{,}6\ cm$ wird

$$b_{w\,i} = 4{,}5 + 4 \cdot 0{,}6 = 6{,}9\ cm.$$

Axiale Länge des Wendepoles im Luftspalt $= 37{,}2 + 5 \cong 42\ cm.$

$$Q_{w_L} = 6{,}9 \cdot 42 = 290\ cm^2$$

$$\psi_1' = 1{,}25\,\frac{4{,}5 - 0{,}95}{0{,}6} + 3{,}68 \log\left(2{,}75\,\frac{13}{4{,}5} - 1{,}75\right)$$

$$+ 1{,}675\,\frac{2{,}5}{0{,}95} + 0{,}92\,\frac{71}{37} \log\frac{\pi \cdot 40}{3{,}45} = 17{,}5.$$

Nach Pohl ist

$$\psi_1' = 1{,}25\,\frac{4{,}5 - 0{,}95}{0{,}6} + 1{,}675\,\frac{2{,}5}{0{,}95} + \frac{71}{37}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log\frac{76{,}5}{3 \cdot 0{,}95}\right) = 14{,}56.$$

Wir rechnen mit dem ersten Wert $\psi_1' = 17{,}5$ und erhalten

$$AW_w = AS\left[0{,}55\,\tau + \frac{0{,}9 \cdot \delta_w \cdot p \cdot \psi_1'}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)} = \right] = 91{,}6\left[0{,}55 \cdot 40 + \frac{0{,}9 \cdot 0{,}6 \cdot 3 \cdot 17{,}5}{3}\right]$$

$$AW_w = 91{,}6\,(22 + 9{,}5) = 2900.$$

Induktion im Wendepolluftspalt

$$\mathfrak{B}_k = \frac{p \cdot \psi_1' \cdot AS}{p'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)} = 17{,}5 \cdot 91{,}6 = 1610.$$

Kraftlinienfluß $\Phi_w = Q_{w\,L} \cdot \mathfrak{B}_k = 290 \cdot 1610 = 467\,000.$

Mit einem Streukoeffizient $\sigma_w = 1{,}4$ wird die Induktion im Wendepoleisen

$$\mathfrak{B}_w = \frac{1{,}4 \cdot 467000}{3 \cdot 44} = 4960.$$

Dicke des Wendepoles $= 3\ cm$, axiale Länge $= 44\ cm$.

Die axiale Länge im Luftspalt ist mit Abschnitt 42 genau zu berechnen.

Setzt man mit Berücksichtigung der nützlichen Streuung die Länge $= 1{,}05 \cdot 44$, so wird

$$L_l = \frac{1{,}05 \cdot 44}{c'} = \frac{1{,}05 \cdot 44}{1{,}055} \cong 44\ cm.$$

Wir behalten $Q_{w\,L} = 6{,}9 \cdot 42 = 290$ bei.

Die Amperewindungen für den Luftspalt sind dann

$$0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 1330 = 640.$$

Zu $\mathfrak{B}_w = 4960$ gehören $aw = 2{,}2$, also bei einer Länge von $27{,}5 = 60$ Amperewindungen.

Unter einem Pol liegen $\dfrac{6{,}9}{3{,}34} = 2$ Zähne.

$$Q_{wz} = 2 \cdot 2{,}28 \cdot 0{,}9 \cdot 41{,}3 = 170\ cm^2.$$

$$\mathfrak{B}_{wz} = \frac{467000}{170} = 2750.$$

Die Amperewindungszahl für die Zähne ist verschwindend klein.

$$AW_w = \frac{AS}{2} \cdot \tau + 700 = \frac{91{,}6}{2} \cdot 40 + 700 = 1832 + 700 = 2532.$$

Wir nehmen $AW_w = 2800$.

Windungszahl des Wendepoles $= \dfrac{2800}{920} = 3$.

Stromdichte $= \Delta_w = 1{,}7$.

Länge einer Windung

$$\cong 2\,(4 + 46) = 100\ cm = 1\ m.$$

Querschnitt der Wicklung $= \dfrac{920}{1{,}7} = 540\ mm^2$.

Ausgeführt zwei parallele Bänder

$$60 \cdot 4{,}5\ mm = 540\ mm^2.$$

Gesamtlänge aller Windungen inkl. Verbindungsleitungen $= 3 \cdot 6 \cdot 1 + 6 \cdot 0{,}5 = 21\ m$.

Widerstand $= \dfrac{21}{50 \cdot 540} = 7{,}8 \cdot 10^{-4}\ \Omega$.


Spannungsverlust

$$= 7{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 920 = 0{,}72 \text{ Volt}.$$

Abb. 202.

Verlust in einer Spule $= \dfrac{920^2 \cdot 7{,}8}{6 \cdot 10^4} = 110$ Watt.

Abkühlende Oberfläche nach Abb. 202

$$= 2\,(3 + 4 + 44 + 4) \cdot 20 = 110 \cdot 20 = 2200\ cm^2 = 22\ dcm^2.$$

Watt pro $dcm^2 = \dfrac{110}{22} = 5$, also recht klein.

Ohne Verwendung von Wendepolen wäre

$$\psi_1 = 1{,}675\,\frac{2{,}5}{0{,}95} + 3{,}68 \log \frac{13}{0{,}95} + \frac{71}{37}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{76{,}5}{3 \cdot 0{,}95}\right) = 11{,}32.$$



Reaktanzspannung

$$E_s' = 1 \cdot 11{,}32 \cdot 37{,}2 \cdot 91{,}6 \cdot 8000 \cdot 10^{-8} = 3{,}1 \text{ Volt.}$$

Selbstinduktionskoeffizient:

$$L = 37{,}2 \cdot 11{,}32 \cdot 10^{-8} = 420 \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Kurzschlußzeit

$$T = \frac{3{,}3}{8000} = 0{,}412 \cdot 10^{-3} \, sec.$$

$$r = 0{,}427 \cdot 10^{-2} \, \Omega.$$

$$k = \frac{r \cdot T}{L} = \frac{0{,}427 \cdot 0{,}412 \cdot 10^{-5}}{420 \cdot 10^{-8}} = \frac{427}{420} \cdot 0{,}412 = 0{,}418 < 1!$$

Ohne Wendepole ist also ein funkenfreier Betrieb nicht erreichbar.

Berechnung der Verluste, des Wirkungsgrades und der Ankererwärmung.

Gewicht der Ankerbleche

$$G_{e_A} = 49{,}5 \cdot \pi \cdot 22 \cdot 37{,}2 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 990 \, kg$$

Gewicht der Zähne:

$$G_{e_z} = 72 \cdot 2{,}28 \cdot 2{,}5 \cdot 37{,}2 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 119 \, kg.$$

Mit einer Verlustziffer $w_s = 3$ wird der

Hystereseverlust im Kern

$$W_{h_A} = 6 \cdot 100 \cdot 7100^2 \cdot 990 \cdot 10^{-10} = 3000 \text{ Watt}$$

Wirbelstromverlust im Kern

$$W_{w_A} = 0{,}024 \cdot 100^2 \cdot 7100^2 \cdot 990 \cdot 10^{-10} = 1200 \text{ ,,}$$

Hystereseverlust in den Zähnen

$$W_{h_z} = 6 \cdot 100 \cdot 17\,600^2 \cdot 119 \cdot 10^{-10} = 2200 \text{ ,,}$$

Wirbelstromverlust in den Zähnen

$$W_{w_z} = 0{,}024 \cdot 100^2 \cdot 17600^2 \cdot 119 \cdot 10^{-10} \frac{76{,}5}{4 \cdot 3 \cdot 0{,}6} = 9400 \text{ ,,}$$

Eisenverlust	$W_e = 4200 + 11600 =$	15800	Watt
Kupferverlust	$W_{k_A} = 2{,}6 \cdot 3{,}56^2 \cdot 59{,}3 =$	1960	,,
Verlust in der Erregung	$= 4{,}55 \cdot 550 =$	2400	,,
Verlust in der Wendepolwicklung	$=$	660	,,
Verlust am Kollektor	$W_k =$	5780	,,
	$\Sigma =$	26800	Watt

Ohne Lager- und Luftreibung ist also $W_g = 26{,}8$ KW und der Wirkungsgrad

$$\eta = 100 - \frac{100 \cdot 26{,}8}{500 + 26{,}8} = 100 - 5{,}08 = 94{,}92\%.$$

Die Lager- und Luftreibung ist bei den großen Geschwindigkeiten erheblich; wir rechnen 2% der Leistung = 10 000 Watt. Mit Lager- und Luftreibung ist also

$$\eta = 100 - \frac{100 \cdot 36{,}8}{536{,}8} = 100 - 6{,}85 = 93{,}15\%.$$

Kupferverlust innerhalb des Ankers $= \frac{51{,}3}{1{,}08} \cdot 1960 =$ 930 Watt

$W_e = 15800$ „

$W_g' = 16730$ Watt

Axiale Länge der Wicklung $\cong 70$ *cm*.

Abkühlende Oberfläche $F = 76{,}5 \cdot \pi \cdot 70 = 16800\ cm^2 = 168\ dcm^2$.

Pro dcm^2 kommen also $\frac{15\,800 + 1960}{168} = 105$ Watt.

Temperaturerhöhung $T_A = \frac{400 \cdot 16\,730}{16\,800 \cdot 9} = 45°$.

Neben den radialen Luftschlitzen muß der Anker durch axiale Kanäle gut gelüftet werden.

II. Entwurf mit 2p = 4 Polen.

Wir behalten den Durchmesser $D = 76{,}5\ cm$, $\mathfrak{B}_l = 9000$, $\alpha_i = 0{,}65$, Parallelschaltung und $w_1 = 1$ bei. Die Maschinenkonstante ist bei $\nu = 66^2/_3$ Perioden/*sec*

$$C = \frac{35}{66^2/_3} \cdot 2{,}76 \cdot 10^{-6} = 1{,}45 \cdot 10^{-6}$$

$$L_i = \frac{543 \cdot 10^6}{2000 \cdot 1{,}45 \cdot 76{,}5^2} = 32\ cm$$

$$\tau = \frac{76{,}5 \cdot \pi}{4} = 60\ cm$$

$$b_i = 0{,}65 \cdot 60 = 39{,}0\ cm$$

$$Q_l = L_i \cdot b_i = 32 \cdot 39 = 1248\ cm$$

$$\Phi = 9000 \cdot 1248 = 11{,}23 \cdot 10^6.$$

Mit 5 Volt Spannungsverlust ist für volle Last E = 555 Volt

$$z = \frac{60 \cdot 555 \cdot 10^8}{11{,}23 \cdot 10^6 \cdot 2000} = 148.$$

Gewählt $z = 144.$

Nutenzahl $z_n = 72.$

Lamellenzahl $m_k = 72.$

Strom pro Leiter $i_a = \frac{920}{4} = 230$ Ampere

$$AS = \frac{144 \cdot 230}{76{,}5 \cdot \pi} = 138.$$

Länge einer Ankerwindung $l_a = 2\,[32 + 1{,}5 \cdot 60] = 244\ cm = 2{,}44\ m.$

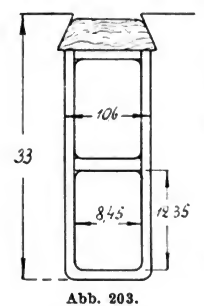


Abb. 203.

Stromdichte $\Delta_a = \frac{8}{2{,}44} = 3{,}28$ Ampere/mm^2.

Leiterquerschnitt $q_a = \frac{230}{3{,}28} = 70\ mm^2.$

Rechteckige Kupferlitze von

$7{,}9 \times 11{,}8\ mm$ ergibt $q_a = 70\ mm^2$

besponnen auf $8{,}45 \times 12{,}35\ mm$.

Nutenbreite

$$b_n = 2 \times 1 + 8{,}45 + 0{,}15 = 10{,}6\ mm.$$

Nutenhöhe

$$h_n = 2 \times 1 + 2 \times 12{,}35 + 2 + 6{,}3 = 33\ mm$$

(Abb. 203).

Nutenteilung $t_n = \frac{76{,}5 \cdot \pi}{72} = 3{,}34\ cm.$

Größte Zahnstärke $b_z = 3{,}34 - 1{,}06 = 2{,}28\ cm$

$$Q_{z\,max} \cong \frac{39}{3{,}34} \cdot 2{,}28 \cdot 0{,}9 \cdot 26 = 624\ cm$$

$$L_a - n_s\,\lambda_s = 26\ cm \text{ angenommen } = 32 - 6$$

$$\mathfrak{B}_{z\,min} \cong \frac{11{,}23 \cdot 10^6}{624} = 18\,000.$$

Die Nutabmessungen (Abb. 203), können daher beibehalten werden.

$$G_{k_A} = 0{,}7 \cdot 244 \cdot \frac{144}{2} \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 110\ kg.$$

Verlust im Ankerkupfer $W_{k_A} = 2{,}6 \cdot 3{,}28^2 \cdot 110 = 3080$ Watt.

Spannungsverlust $\varepsilon = \frac{3080}{920} = 3,35$ Volt.

„ an den Bürsten $= 2,6$ Volt.

„ der Wendepole $\cong 0,75$ „

EMK bei voller Last $E = 550 + 6,7 = 556,7$ Volt.

$$\Phi = \frac{60 \cdot 556,7 \cdot 10^8}{2000 \cdot 144} = 11,6 \cdot 10^6$$

$$\mathfrak{B}_l = \frac{11,6 \cdot 10^6}{1248} = 9300.$$

Mit $v_1 = 1,2$ wird der Luftspalt

$$\delta'' = \frac{1,2 \cdot 138 \cdot 39}{1,6 \cdot 9300} - \frac{1,25 \cdot 500}{9300} = 0,437 - 0,067 = 0,37 \; cm.$$

Wir wählen auch hier

$$\delta = 6 \; mm = 0,6 \; cm$$

$$\frac{b_n}{\delta} = \frac{1,06}{0,6} = 1,77.$$

Dazu aus Abb. 144 $c_0 = 1,143$

$$c = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 1,06}{3,34} \frac{0,14}{1,14}} = \frac{1}{0,922} = 1,084.$$

Amperewindungen für den Luftspalt

$$AW_l = 0,8 \cdot 0,6 \cdot 1,084 \cdot 9300 = 4840$$
$$AW_s \cong 1,3 \cdot 4840 + 500 \cong 6800.$$

Magnetkernquerschnitt $Q_m = 1160 \; cm^2$.

Axiale Länge $L_m = 31 \; cm$.

Radiale Breite $b_m = \frac{1160}{31} \cong 37 \; cm$.

Gewählt $\left.\begin{matrix} L_m = 30 \; cm \\ b_m = 36 \;\text{„} \end{matrix}\right\}$ also $Q_m = 30 \cdot 36 = 1080 \; cm^2$.

Induktion $\mathfrak{B}_m = \frac{1,4 \cdot 11,6 \cdot 10^6}{1080} = 15000.$

Wicklungstiefe $b_s = 6 \; cm$,

dann $l_m = 2\,[31 + 6 + 37 + 6] = 160 \; cm = 1,60 \; m$.

Erregerspannung $e_m = 500$ Volt.

$$q_m = \frac{2 \cdot 1{,}60 \cdot 6800}{25 \cdot 500} = 1{,}74 \; mm^2.$$

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}74}{\pi}} \cong 1{,}5 \; mm,$$

besponnen auf $\quad d_m' = 2{,}1 \; mm$

$$q_m = 1{,}5^2 \frac{\pi}{4} = 1{,}77 \; mm^2$$

$$f_k' = 0{,}6 \left(\frac{1{,}5}{2{,}1}\right)^2 = 0{,}306$$

$$a = \frac{68^2 \cdot 900}{50 \cdot 2 \cdot 0{,}306 \cdot 40} = 3400$$

$$h_s = 3\left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 3400}{6^3}} - 1\right] 3 \cdot 7 = 21 \; cm$$

$$\varDelta_m = \frac{6800}{100 \cdot 0{,}306 \cdot 6 \cdot 21} = 1{,}82 \; \text{Ampere}/mm^2$$

$$i_m = \varDelta_m \cdot q_m = 1{,}82 \cdot 1{,}77 = 3{,}22 \; \text{Ampere}$$

$$w_m = \frac{6800}{3{,}22} = 2100.$$

Abmessungen des Joches $= 50 \times 12 = 600 \; cm^2$.

Mit $\mathfrak{B}_a = 8000$ wird

$$Q_a = \frac{11{,}6 \cdot 10^6}{2 \cdot 8000} = 726 \; cm^2.$$

$$L_a = c' \cdot L_i + \delta.$$

Dicke eines Blechpakets bei $n_s = 6$ Luftschlitzen à 10 $mm = \lambda_s$

$$L_{a_1} = \frac{L_a - n_s \cdot \lambda_s}{n_s + 1} \cong \frac{26}{7} = 3{,}72 \; cm$$

$$\frac{\lambda_s}{\delta} = \frac{10}{6} = 1{,}67, \text{ also aus Abb. 144 } c_0 = 1{,}14$$

$$\frac{1}{c'} = 1 - \frac{2\,\lambda_s\,(c_0 - 1)}{(L_{a_1} + \lambda_s)\,c_0} = 1 - \frac{2 \cdot 1 \cdot 0{,}14}{4{,}72 \cdot 1{,}14} = 1 - 0{,}052 = 0{,}948$$

$$L_a = \frac{32}{0{,}948} + 0{,}6 = 33{,}8 + 0{,}6 = 34{,}4 \; cm.$$

Eisenlänge $L_e = (34{,}4 - 6)\,0{,}9 = 25{,}7\ cm.$

Ankerrückenhöhe $h_a = \frac{726}{25{,}7} = 28{,}2\ cm.$

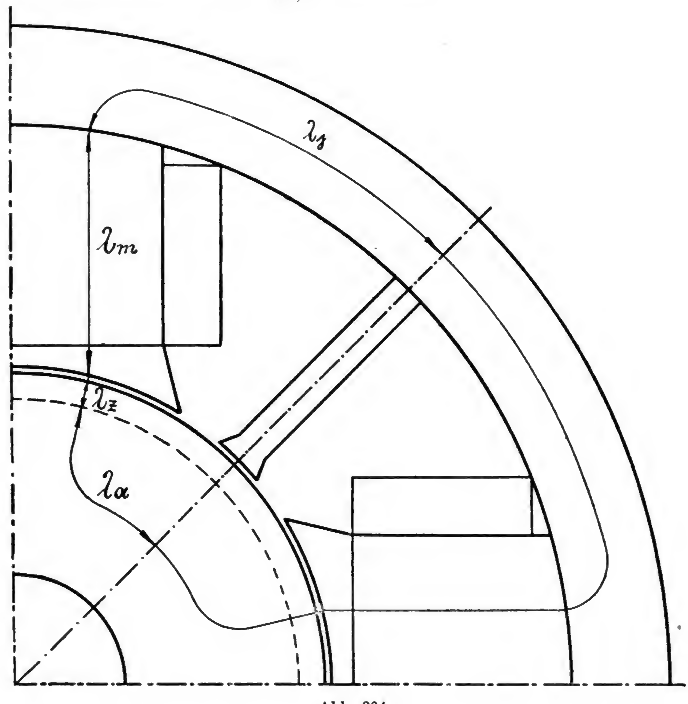


Abb. 204.

Wir wollen h_a möglichst nicht größer als 22 *cm* machen, müssen daher $\mathfrak{B}_a$ erhöhen.

$$Q_a = 25{,}7 \cdot 22 = 566\ cm^2$$

$$\mathfrak{B}_a = \frac{11{,}6 \cdot 10^6}{2 \cdot 566} = 10\,250,$$

was noch zulässig ist.

Aus dem magnetischen Stromkreis (Abb. 204), werden folgende Kraftlinienlängen entnommen

$\lambda_a = 22\ cm$	$\lambda_m = 30\ cm$
$\lambda_z = 3{,}3$,,	$\lambda_j = 51$,,
$\delta = 0{,}6$,,	

Maximaler Zahnquerschnitt $= 2{,}28 \cdot 25{,}7 \dfrac{39}{3{,}34} = 685\ cm^2$.

Querschnitt in der Zahnmitte $= \dfrac{2{,}14}{2{,}28} \cdot 685 = 643\ cm^2$.

Querschnitt am Zahnfuß $= \dfrac{1{,}99}{2{,}28} \cdot 685 = 600\ cm^2$.

Amperewindungen für Leerlauf mit E = 550 Volt.

Teil des magn. Kreises	Material	Φ	Querschnitt cm^2	Induktion	aw/cm	Länge cm	AW
Anker . . .	Blech	$11{,}43 \cdot 10^6$	566	10 100	3,9	22	8
Zähne . . .	,,	$11{,}43 \cdot 10^6$	685/643/600	16700/17800/19100	111	3,3	36
Luftspalt .	Luft	$11{,}43 \cdot 10^6$	1248	9 180	7950	0,6	476
Magnetkern	Stahl	$15{,}9 \cdot 10^6$	1080	14 700	30	30	90
Joch . . .	,,	$14{,}4 \cdot 10^6$	600	12 000	13	51	66

$AW_s = 678$

$$a w_z = \frac{51 + 4 \cdot 104 + 200}{6} = 111.$$

Hierzu gehört eine Induktion $\mathfrak{B}_z = 17\,900$. Mit ihr werden die Verluste berechnet.

Amperewindungen für volle Last mit E = 556,7 Volt.

Teil des magn. Kreises	Material	Φ	Querschnitt cm^2	Induktion	aw/cm	Länge cm	AW
Anker . . .	Blech	$11{,}6 \cdot 10^6$	566	10 220	4	22	8
Zähne . . .	,,	$11{,}6 \cdot 10^6$	685/643/600	16950/18000/19300	121	3,3	40
Luftspalt .	Luft	$11{,}6 \cdot 10^6$	1248	9 300	8060	0,6	48[illegible]
Magnetkern	Stahl	$16{,}2 \cdot 10^6$	1080	15 000	34	30	10[illegible]
Joch . . .	,,	$14{,}7 \cdot 10^6$	600	12 250	14	51	7[illegible]

$AW_s = 70$[illegible]

$$a w_z = \frac{59 + 4 \cdot 115 + 208}{6} = 121, \quad \mathfrak{B}_z = 18\,100.$$

Erregerstrom im Leerlauf $i_{m_0} = \dfrac{6782}{2100} = 3{,}23$ Ampere.

Erregerstrom bei voller Last $i_m = \dfrac{7060}{2100} = 3{,}36$ Ampere.

Kollektor und Bürsten.

Die Abmessungen des Kollektors bleiben wie im sechspoligen Entwurf, nur die axiale Länge muß größer werden.

Pro Bürstenbolzen kommen 8 Bürsten $2{,}5 \times 3\ cm = 7{,}5\ cm^2$.

Axiale Länge $L_k = 24 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 4 = 55\ cm$.

Die Verluste bleiben dieselben wie vorher, nur die abkühlende Oberfläche ist größer geworden.

Temperaturerhöhung $\cong \frac{34}{55} \cdot 41 = 25°$.

Berechnung der Wendepole.

Breite des Wendepoles: $b_w = 6\ cm$

$$b_{w_i} = 6 + 4 \cdot 0{,}6 = 8{,}6\ cm.$$

Ideelle axiale Länge $= 25{,}7 + 5 = 30{,}7\ cm$

$$Q_{w_L} = 8{,}6 \cdot 30{,}7 \cong 260\ cm^2.$$

$$\psi_1' = 1{,}25 \frac{6 - 1{,}06}{0{,}6} + 3{,}68 \log\left(2{,}75 \frac{20}{6} - 1{,}75\right) + 1{,}675 \frac{3{,}3}{1{,}06}$$

$$+ 0{,}92 \frac{96}{25{,}7} \log \frac{\pi \cdot 60}{3{,}3 + 1{,}06} = 24{,}3.$$

$$AW_w = 138 \left[0{,}55 \cdot 60 + \frac{0{,}9 \cdot 0{,}6 \cdot 3 \cdot 24{,}3}{3 \cdot 1}\right] = 138 \cdot 46{,}1 = 6370.$$

Induktion im Luftspalt

$$\mathfrak{B}_k = 24{,}3 \cdot 138 = 3350$$

$$\Phi_w = Q_{w_L} \cdot \mathfrak{B}_k = 260 \cdot 3350 = 870000.$$

Mit einem Streukoeffizient $\sigma_w = 1{,}4$ wird die Induktion im Kern des Wendepoles von $4 \times 30 = 120\ cm^2$ Querschnitt

$$\mathfrak{B}_w = \frac{1{,}4 \cdot 870000}{120} \cong 10000.$$

Hierzu $aw = 7{,}8$ pro cm.

Länge des Wendepoles $= 30\ cm$, also $AW = 234$.

Unter einem Pol liegen $\frac{8{,}6}{3{,}34} = 2{,}5$ Zähne, daher

$$Q_{w_z} = 2{,}5 \cdot 2{,}14 \cdot 25{,}7 = 138\ cm^2$$

$$\mathfrak{B}_{w_z} = \frac{870000}{138} = 6300.$$

Hierzu $aw_z = 1{,}7$, also $AW_z = 3{,}3 \times 1{,}7 = 6$ Amperewindungen.

$$AS \cdot \frac{\tau}{2} = 138 \cdot 30 = 4140.$$

Amperewindungen für den Luftspalt $= 0{,}6 \cdot 0{,}8 \cdot 3350 = 1610$

Für das Eisen . . . . $234 + 6 = 240$

$AS \frac{\tau}{2}$ . . . . $= 4140$

Summe $= 5990$

Mit 5% Zuschlag zur Sicherheit wird $AW_w \cong 6000 + 300 = 6300$.

Windungszahl des Wendepoles $= \frac{6300}{920} = 7$.

Stromdichte $\Delta_w = 2$ Ampere also

$$q_w = \frac{920}{2} = 460\ mm^2.$$

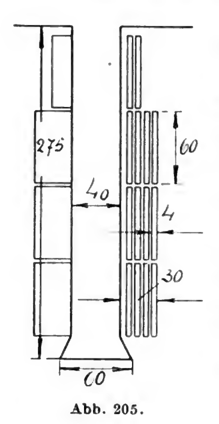


Abb. 205.

Ausgeführt zwei parallele Bänder

$4 \times 60\ mm = 480\ mm^2$ (Abb. 205).

Mittlere Länge einer Windung

$= 2\,[7 + 33] = 80\ cm = 0{,}8\ m.$

Verbindung zwischen zwei Wendepolen $\cong 80\ cm$.

Gesamtlänge

$= 4 \times 7 \times 0{,}8 + 4 + 0{,}8 = 25{,}6\ m.$

Widerstand $= \frac{25{,}6}{50 \cdot 4 \cdot 80} = 1{,}07 \cdot 10^{-3}\ \Omega$.

Spannungsverlust

$\varepsilon_w = 1{,}07 \cdot 10^{-3} \cdot 920 \cong 1$ Volt.

Energieverlust in einer Spule

$= \frac{920^2 \cdot 1{,}07}{4000} = 210$ Watt.

Abkühlende Oberfläche $= 2\,[4 + 6 + 30 + 6]\,27 = 2500\ cm^2 = 25\ dcm^2$.

Watt pro $dcm^2 = \frac{210}{25} = 8{,}4$, also genügend klein.

Berechnung der Verluste, des Wirkungsgrades und der Ankererwärmung.

Gewicht der Ankerbleche

$G_{e_A} = 49{,}5 \cdot \pi \cdot 22 \cdot 25{,}7 \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 784\ kg.$

Gewicht der Zähne

$G_{e_z} = 72 \cdot 2{,}14 \cdot 3{,}3 \cdot 25{,}7 \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 116\ kg.$

Verlustziffer $w_s = 3$.

Hystereseverlust im Ankerkern

$$= 6 \cdot 66^2/_3 \,.\, 10220^2 \cdot 784 \cdot 10^{-10} = 3280 \text{ Watt}$$

Wirbelstromverlust im Ankerkern

$$= 0{,}024 \cdot 66^2/_3{}^2 \cdot 10220^2 \cdot 784 \cdot 10^{-10} = 875 \quad ,,$$

Hystereseverlust in den Zähnen

$$= 6 \cdot 66^2/_3 \cdot 18100^2 \cdot 116 \cdot 10^{-10} = 1520 \quad ,,$$

Wirbelstromverlust in den Zähnen

$$= \frac{76{,}5 \cdot 0{,}024}{4 \cdot 2 \cdot 0{,}6} 66^2/_3{}^2 \cdot 18100^2 \cdot 116 \cdot 10^{-10} = 6450 \quad ,,$$

Eisenverlust	$W_e = 4155 + 7970 =$	12125 Watt
Kupferverlust	$W_{k_A} = 2{,}6 \cdot 3{,}28^2 \cdot 110 =$	3080 ,,
Verlust in der Erregung	$= 3{,}36 \cdot 550 =$	1850 ,,
Verlust in der Wendepolwicklung	$= 210 \cdot 4 =$	840 ,,
Verlust am Kollektor		5780 ,,

Gesamtverlust ohne Lager- und Luftreibung = 23675 Watt

$$\eta = 100 - \frac{100 \cdot 23{,}675}{500 + 23{,}67} = 100 - 4{,}53 = 95{,}47\,\%.$$

Lager- und Luftreibung = 2% von 500 = 10 KW angenommen ergibt mit Berücksichtigung aller Verluste einen Wirkungsgrad

$$\eta = 100 - \frac{100 \cdot 33{,}67}{500 + 33{,}67} = 100 - 6{,}32 = 93{,}68\,\%.$$

Kupferverlust innerhalb des Ankers $= \frac{34{,}4}{122} \cdot 3080 = 870$ Watt

Axiale Länge der Wicklung $\cong 60$ *cm*.

Abkühlende Oberfläche $F = 76{,}5 \cdot \pi \cdot 60 = 14400\ cm^2 = 144\ dcm^2$.

Pro dcm^2 kommen also $\frac{12125 + 3080}{144} = \frac{15205}{144} = 105$ Watt.

Temperaturerhöhung $T_a = \frac{400 \cdot 12995}{14400 \cdot 9} = 40°$.

In bezug auf Wirkungsgrad und Erwärmung ist die vierpolige Maschine besser als die sechspolige. Für beide Ausführungen sollen daher die Selbstkosten noch berechnet und miteinander verglichen werden.

Gewichte	vierpolig	sechspolig
Ankerkupfer	110 *kg*	60 *kg*
Wendepolkupfer	110 „	100 „
Erregerkupfer	210 „	355 „
Kollektorkupfer, bei einer Segmenthöhe von 70 *mm*	220 „	140 „
Gesamtes Kupfer	650 *kg*	655 *kg*
Gewicht der Ankerbleche	900 „	1110 „
Magnetkerne mit Polschuhen	1000 „	1470 „
Wendepoleisen (Stahl)	120 „	170 „
Joch (Stahlguß)	2170 „	2100 „
Stahlgewicht	3290 „	3740 „
Kosten des Kupfers, bei 2,50 ℳ pro *kg*	1625 ℳ	1640 ℳ
Kosten der Bleche, „ 0,50 „ „ „	450 „	555 „
Kosten des Stahles, „ 0,40 „ „ „	1320 „	1500 „
Gesamtmaterialkosten . . . . . P_1 =	3395 ℳ	3695 ℳ

Die Herstellungskosten P_2 kann man nach Hobart ungefähr berechnen aus

$$P_2 = 0{,}1\,D_a{}^2 + 0{,}14\,D_a \cdot L\ ℳ,$$

wobei D_a und L in *cm* einzusetzen sind.

D_a = äußerer Durchmesser der Maschine.
L = Länge der Ankerwicklung inkl. der Wickelköpfe.
Für die vierpolige Maschine ist $D_a = 161$ und $L = 60$ *cm*.
Für die sechspolige Maschine ist $D_a = 157$ und $L = 70$ *cm*.
Vierpolig $P_2 = 0{,}1 \cdot 161^2 + 0{,}14 \cdot 161 \cdot 60 = 3950$ ℳ.
Sechspolig $P_2 = 0{,}1 \cdot 157^2 + 0{,}14 \cdot 157 \cdot 70 = 4000$ ℳ.
Selbstkosten vierpolig $= 3950 + 3395 = 7345$ ℳ.
„ sechspolig $= 4000 + 3695 = 7695$ ℳ.

Der Preisunterschied ist sehr klein, und zwar ist die vierpolige Anordnung auch in bezug auf den Preis günstiger. Man wird daher vorteilhaft die Maschine vierpolig ausführen (Tafel XI).

Beispiel 6. Ein Nebenschlußmotor für 5 PS Nutzleistung ist bei n = 1200 Touren pro Minute für 110, 220 und 440 Volt zu entwerfen (Tafel XII und XIII).

Gewählt: Polzahl $2p = 4$, Nutenanker mit Serienschaltung und zwei Bürstenstiften.
Luftinduktion $\mathfrak{B}_l = 7000$.
Polbogen : Polteilung $\alpha_i = 0{,}71$.
$\psi_1 = 10$ angenommen.
$E_s' = 1{,}5$ Volt für 440 Volt.

Mit einem Wirkungsgrad $\eta = 0{,}8$ wird die aufgenommene Leistung

$$L = \frac{5 \cdot 736}{0{,}8} = 4600 \text{ Watt} = 4{,}6 \text{ KW}$$

$$\left(\frac{D}{w_1}\right) = \frac{0{,}18 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 4{,}6}{\left(2 - \frac{1}{2}\right) 0{,}71 \cdot 7} = 2{,}22.$$

Nimmt man für 440 Volt $w_1 = 8$, dann wird für 220 Volt $w_1 = 4$ und für 110 Volt $w_1 = 2$.

$w_1 = 8$ ergibt $D = 2{,}22 \times 8 \simeq 18$ *cm*.

Die Reaktanzspannung wird dann

$$\text{für 220 Volt } E_s' = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75 \text{ Volt}$$

$$\text{für 110 Volt } E_s' = \frac{0{,}75}{2} = 0{,}375 \text{ Volt.}$$

Wir können daher eventuell mit e i n e m Kollektor für alle drei Spannungen auskommen.

$$J = \frac{4600}{110} = 41{,}8 \text{ Ampere.}$$

$$\text{Erregerstrom } i_m = 6\,\% = \frac{41{,}8 \cdot 6}{100} = 2{,}5 \text{ Ampere}$$

$$J_a = 41{,}8 - 2{,}5 = 39{,}3 \text{ Ampere für 110 Volt}$$
$$J_a = 20 \text{ Ampere für 220 Volt}$$
$$J_a = 10 \text{ Ampere für 440 Volt.}$$

Mindestzahl der Kollektorlamellen

$$m_k = 0{,}04 \cdot z \sqrt{\frac{J_a}{2p'}} = 0{,}04 \sqrt{\frac{40}{2}} \cdot z \simeq 0{,}18 \cdot z.$$

Maschinenkonstante aus Abb. 174

$$c = \frac{0{,}71}{0{,}775} 1{,}1 \cdot 10^{-6} = 1{,}01 \cdot 10^{-6}$$

$$L_i = \frac{4{,}6 \cdot 10^6}{18^2 \cdot 1{,}01 \cdot 1200} = 11{,}7 \text{ cm.}$$

Ausgeführt wurde $L_a = 11$ *mm* ohne Luftschlitze, daher

$$L_a \simeq L_i = 11 \text{ cm}$$

$$Q_l = 11 \cdot 0{,}71 \frac{18 \cdot \pi}{4} = 11 \cdot 10 = 110 \text{ cm}^2$$

$$\Phi = 110 \cdot 7000 = 770\,000 = 0{,}77 \cdot 10^6.$$

Gegen EMK $= E_k - \varepsilon$, also mit $\varepsilon = 5\%$ von E_k

$$E = 0,95\ E_k = 0,95 \cdot 440 = 418 \text{ Volt}$$

$$z = \frac{60 \cdot 418 \cdot 10^8}{1200 \cdot 0,77 \cdot 10^6 \cdot \frac{2}{1}} = 1350$$

$$m_k = \frac{1350}{2 \cdot 8} = 85.$$

Mindestzahl $m_k \cong 0,18\, z = 0,18 \frac{1350}{4} = 61$ für 110 Volt

$$m_k \cong 0,04 \cdot 1350 \sqrt{5} = 120 \text{ für 440 Volt.}$$

Gewählt wurde $m_k = 87$ mit 6 Umfangselementen = 48 Drähten pro Nut für 440 Volt, 6 Umfangselementen = 24 Drähten für 220 Volt und 6 Umfangselementen = 12 Drähten für 110 Volt.

Nutenzahl $z_n = \frac{1392}{48} = 29.$

Wicklungsschritt $y = \frac{x \pm 2}{2\,p} = \frac{174 \pm 2}{4} = \frac{172}{4} = 43.$

Der Kraftlinienfluß wird

$$\Phi = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{z \cdot 1200 \cdot 2} = \frac{\left(\frac{E}{z}\right) 10^6}{0,4} = 2,5 \left(\frac{E}{z}\right) 10^6.$$

Für 5% Spannungsverlust im Anker ist

$$\left(\frac{E}{z}\right) = \frac{418}{1392} = 0,3,$$

also

$$\Phi = 0,75 \cdot 10^6.$$

Länge einer Ankerwindung $l_a = 2\,[11 + 1,5 \cdot 14,1] = 64\,cm = 0,64\,m.$

Nutteilung $t_n = \frac{18 \cdot \pi}{29} = 1,95\ cm.$

Nehmen wir die Nuttiefe ungefähr 2 *cm*, so wird die Teilung am Zahnfuß

$$t_{n_f} = \frac{14 \cdot \pi}{29} = 1,52\ cm.$$

Mit $\mathfrak{B}_{z\,max} = 18000$ wird nach 53

$$b_{z\,min} = \frac{1,52 \cdot 750000}{0,9 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 18000} = 0,64\ cm.$$

Nutweite $b_n = 1{,}52 - 0{,}64 = 0{,}88$ *cm*

$$\frac{h_n}{b_n} = \frac{2}{0{,}88} \cong 2{,}3 \text{ also günstig.}$$

Wir führen $h_n = 20$ *mm* und $b_n = 8{,}5$ *mm* aus (Abb. 206).

In die Nut können wir legen:

12	Drähte	vom	Durchmesser	2,7 *mm*
24	„	„	„	1,9 „
48	„	„	„	1,4 „

Für 220 Volt ist z. B. die Isolation in der Breite

$$2 \times 0{,}7 + 2 \times 0{,}4 + 2 \times 0{,}2 = 2{,}6 \ mm.$$

Für Kupfer bleiben übrig $8{,}5 - 2{,}6 = 5{,}9$ *mm*, daher bei drei Drähten nebeneinander die Dicke eines umsponnenen Drahtes

$$= \frac{5{,}9}{3} \cong 1{,}9 \ mm.$$

Abb. 206.

Umspinnung des Drahtes $= 0{,}3$ *mm*, daher die Durchmesser der blanken Drähte bei

110 Volt	$d = 2{,}4$ *mm*	$q_a = 4{,}52$ *mm*²
220 „	$d = 1{,}6$ „	$q_a = 2{,}0$ „
440 „	$d = 1{,}1$ „	$q_a = 0{,}95$ „

Die Stromdichten sind ungefähr:

$$\text{bei 110 Volt } \Delta_a = \frac{20}{4{,}52} = 4{,}43 \text{ Ampere}/mm^2$$

$$\text{„ 220 „ } \Delta_a = \frac{10}{2} = 5 \text{ „}$$

$$\text{„ 440 „ } \Delta_a = \frac{5}{0{,}95} = 5{,}26 \text{ „}$$

Bei kleinen Maschinen geht man bis $\Delta_a = 6$ Ampere/*mm*², wir können also mit den erhaltenen Werten weiter rechnen.

$$AS = \frac{z \cdot i_a}{D \cdot \pi} = \frac{1392 \cdot 5}{18 \cdot \pi} = 123.$$

Wir kontrollieren zunächst die Reaktanzspannung und den Wert k, um bezüglich der Kommutation für alle drei Spannungen beruhigt sein zu können. Dann soll die Maschine für 220 Volt weiter berechnet werden.

Es ist:

$$h_n = 2\ cm$$
$$b_n = 0,85\ cm$$
$$\tau - b_p = 14,1 - 10 = 4,1\ cm$$
$$l_s = 32 - 10 = 22\ cm$$
$$L_e = 0,9 \cdot 11 = 10\ cm$$

$$\psi_1 = 1,675 \frac{2}{0,85} + 3,68 \log \frac{4,1}{0,85} + \frac{22}{10}\left(0,1 + 0,92 \log \frac{18}{2 \cdot 0,85}\right) = 8,73.$$

$$E_s' = \frac{2 \cdot 8 \cdot 8,73 \cdot 10 \cdot 123 \cdot 1130}{2 - \frac{1}{2}} 10^{-8} = 1,29 \text{ Volt für 440 Volt Spannung}$$

$E_s' = 0,645$ Volt für 220 Volt Spannung
$E_s' = 0,322$ „ „ 110 „ „

$$v = \frac{D \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{18 \cdot \pi \cdot 1200}{60} = 1130\ cm/sec.$$

Lamellenstärke inkl. Isolation = 0,48 *cm*.
Lamellenzahl $m_k = 87$.
Kollektordurchmesser

$$D_k = \frac{0,48 \cdot 87}{\pi} = 13,3\ cm$$

$$v_k = \frac{13,3 \cdot \pi \cdot 1200}{60} = 710\ cm/sec.$$

$$\beta' = 0,48 \frac{18}{13,3} = 0,65\ cm$$

$$T = \frac{\beta'\left(2 - \frac{p'}{p}\right)}{v} = \frac{0,65\left(2 - \frac{1}{2}\right)}{1130} = 0,86 \cdot 10^{-3}\ sec.$$

Pro Bürstendorn zwei Bürsten $1 \times 1,5 = 1,5\ cm^2$.

Stromdichte bei 440 Volt $\Delta_B \cong \frac{10}{2 \cdot 1,5} = 3,33\ Ampere/cm^2$.

Spezifischer Widerstand $r_0 = 0,3\ \Omega/cm^2$

$$r = \frac{0,3}{3} = 0,10\ \Omega.$$

Selbstinduktionskoeffizient

$$L = 2 \cdot 8^2 \cdot 8{,}73 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 5600 \cdot 10^{-8} \text{ Henry}$$

$$k = \frac{r \cdot T}{L} = \frac{0{,}10 \cdot 0{,}86 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5600 \cdot 10^{-8}} = \frac{10 \cdot 0{,}86}{2 \cdot 5{,}6} = 0{,}77 < 1{,}4!$$

$$E_S'\left(1 + \frac{1}{k}\right) = 1{,}29 \cdot 2{,}3 = 2{,}97 \text{ Volt} > 2!$$

Ohne Berücksichtigung von E_1 wird die Stromdichte

$$\Delta'_{max} = \frac{2{,}97}{0{,}3} + 3{,}33 = 10 + 3{,}33 = 13{,}33 \text{ Ampere}/cm^2 < 20.$$

Weil $k < 1$, ist der 440 Volt-Motor mit den ermittelten Werten nicht funkenfrei auszuführen, es muß w_1 kleiner als 8 genommen und die Tourenzahl eventuell auch etwas erhöht werden. Die Kollektorlamellenzahl muß größer als $m_k = 87$ werden, die Arnoldsche Formel

$$m_{k_{min}} = 0{,}04 \cdot z \sqrt{\frac{J_a}{2p'}}$$

ist also zutreffend.

Für den 220 Volt-Motor ist ebenfalls

$$T = 0{,}86 \cdot 10^{-3} \; sec.$$

Pro Bürstenbolzen kommen zwei Bürsten $1{,}0 \times 2 = 2 \; cm^2$

$$\Delta_B = \frac{20}{4} = 5 \text{ Ampere}/cm^2.$$

Für harte Kohlen aus Abb. 169

$$r_0 = 0{,}23 \text{ Ohm}/cm^2$$

$$r = \frac{0{,}23}{4} = 0{,}0575 \; \Omega.$$

Selbstinduktionskoeffizient

$$L = 2 \cdot 4^2 \cdot 8{,}73 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 1400 \cdot 10^{-8} \text{ Henry}$$

$$k = \frac{r \cdot T}{L} = \frac{0{,}0575 \cdot 0{,}86 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1400 \cdot 10^{-8}} = \frac{5{,}75 \cdot 0{,}86}{2{,}8} = 1{,}77 > 1{,}4.$$

Der 220 Volt-Motor wird funkenfrei arbeiten, ebenso der 110 Volt-Motor. Die axiale Länge der Kollektorlamellen muß bei letzterem natürlich größer sein als bei ersterem.

Für 220 Volt soll der Motor durchgerechnet werden.

Mittlerer Zahnquerschnitt:

$$Q_z = \frac{10}{1{,}95} \cdot (1{,}73 - 0{,}85) \cdot 0{,}9 \cdot 11 = 44{,}7 \; cm^2.$$

$$\mathfrak{B}_z = \frac{750000}{44,7} = 16750.$$

$$AW_z = 53 \cdot 2 = 106$$

$$\mathfrak{B}_l = \frac{750000}{110} = 6800.$$

Mit $v_1 = 1,4$ ist

$$\delta'' = \frac{1,4 \cdot 138 \cdot 10}{1,6 \cdot 6800} - \frac{1,25 \cdot 106}{6800} = 0,177 - 0,02 = 0,175\ cm = 1,75\ mm.$$

Angenommen $\delta = 1,5$ *mm*, dann ist

$$\frac{b_n}{\delta} = \frac{8,5}{1,5} = 5,67.$$

Dazu aus Abb. 144 $C_0 = 1,36$

$$c = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 0,85}{1,95}\,\frac{0,36}{1,36}} = \frac{1}{0,77} = 1,3.$$

Amperewindungen für den Luftspalt

$$AW_L = 0,8 \cdot 0,15 \cdot 1,3 \cdot 6800 = 1060$$

Gesamtamperewindungen pro Pol

$$= 1,5 \cdot 1060 + 106 = 1590 + 106 \cong 1690 = AW_s.$$

Streukoeffizient $\sigma = 1,25$ und $\mathfrak{B}_m = 16000$ ergibt

$$Q_m = \frac{1,25 \cdot 750000}{16000} = 58,5\ cm^2.$$

Magnetkerne aus Blechen, also axiale Länge $= 0,86 \cdot 11 = 9,5$ *cm*.

$$\text{Breite } b_m = \frac{58,5}{9,5} \cong 6,5\ cm.$$

Länge einer Windung $l_m = 2\,(12 + 5 + 7,5 + 5) = 59\ cm = 0,59\ m$.
Erregerspannung $e_m = 200$ Volt angenommen, ergibt

$$q_m = \frac{2 \cdot 0,59 \cdot 1690}{25 \cdot 200} = 0,4\ mm^2$$

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,4}{\pi}} = 0,715\ mm.$$

Wir nehmen $d_m = 0,75$ *mm*, besponnen auf 1,1 *mm*.

$$f_k' = 0,75 \left(\frac{0,75}{1,1}\right)^2 = 0,35$$

$$a = \frac{16,9^2 \cdot 1000}{50 \cdot 2 \cdot 0,35 \cdot 30} = 272$$

$b_s = 5\ cm$

$$h_s = 2,5 \left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 272}{5^3}} - 1 \right] = 2,5 \cdot 2,12 = 5,3\ cm$$

$$\Delta_m = \frac{1690}{100 \cdot 0,35 \cdot 5 \cdot 5,3} = 1,82\ \text{Ampere}/mm^2.$$

Erregerstrom

$$i_m = \Delta_m \cdot q_m = 1,82 \cdot 0,75^2 \frac{\pi}{4} = 1,82 \cdot 0,441 = 0,8\ \text{Ampere.}$$

Windungszahl

$$w_m = \frac{1690}{0,8} = 2100\ \text{pro Spule.}$$

Induktion im Joch $\mathfrak{B}_j = 11\,000$

$$Q_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot 1,25\right) 750000}{2 \cdot 11000} = \frac{1,17 \cdot 750000}{22000} = 40\ cm^2.$$

Axiale Breite $\cong$ 18 *cm*, radiale Dicke $= \frac{40}{18} = 2,2\ cm.$

Die Ankerbleche werden direkt auf die 5 *cm* starke Welle gesetzt, so daß

$$Q_a = 0,9 \cdot 11 \cdot 4,5 = 44,5\ cm^2,$$

$$\mathfrak{B}_a = \frac{750000}{2 \cdot 44,5} = 8400.$$

Aus der maßstäblichen Zeichnung (Tafel XII), ergeben sich folgende Kraftlinienlängen:

Anker . . .	λ_a	= 4,5 *cm*
Zähne . . .	λ_z	= 2,0 ,,
Luftspalt .	δ	= 0,15 ,,
Magnetkern	λ_m	= 9 ,,
Joch . . .	λ_j	= 30 ,,

Kupfergewicht des Ankers

$$G_{kA} = 64 \cdot \frac{696}{2} \cdot 0,02 \cdot 8,9 \cdot 10^{-3} = 4\ kg..$$

Stromdichte $\Delta_a = 5$.

Kupferverlust $W_{kA} = 2,6 \cdot 5^2 \cdot 4 = 260$ Watt.

Spannungsverlust $\varepsilon = \frac{260}{20} = 13$ Volt.

Gesamter Spannungsverlust = 13 + 2 = 15 Volt, also Gegen-EMK E = 205 Volt.

$$\Phi = 2{,}5 \frac{205}{696} \cdot 10 = 0{,}745 \cdot 10^6.$$

Teil des magn. Kreises	Material	Φ	Querschnitt	Induktion	aw/*cm*	Länge der Kraftlinien	AW
Anker . . .	Blech	$0{,}745 \cdot 10^6$	44,5 cm^2	8360	2,8	4,5 *cm*	13
Zähne . . .	„	$0{,}745 \cdot 10^6$	44,7 „	16600	48	2,0 „	96
Luftspalt . .	Luft	$0{,}745 \cdot 10^6$	110 „	6760	7040	0,15 „	1057
Magnetkern .	Blech	$0{,}93 \cdot 10^6$	61,7 „	15000	24	9 „	216
Joch	Stahlguß	$0{,}87 \cdot 10^6$	40 „	10900	9,6	30 „	288

$AW_s = 1670$

Quermagnetisierende Ankeramperewindungen

$$AW_q = \frac{AS}{2} b_p = \frac{138}{2} \cdot 10 = 690.$$

Zu ihrer Kompensation sind ca. 100 Amperewindungen auf der Feldspule erforderlich.

$$AW_s = 1670 + 100 = 1770.$$

Erregerstrom bei voller Last

$$i_m = \frac{1770}{2100} = 0{,}84 \text{ Ampere.}$$

Stromdichte $$\Delta_m = \frac{0{,}84}{0{,}441} = 1{,}9 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Widerstand im Erregerkreis

$$r_m = \frac{E_k}{i_m} = \frac{220}{0{,}84} = 262\,\Omega.$$

Widerstand der vier Erregerspulen $= \dfrac{4 \cdot 2100 \cdot 0{,}59}{50 \cdot 0{,}441} = 224\,\Omega.$

Widerstand im Erregerkreis, der im Anlasser untergebracht wird $= 262 - 224 = 38\,\Omega$.

Kollektor und Bürsten.

Lamellendicke . . . . $\beta = 0{,}4$ *cm.*
Isolationsdicke . . . . $= 0{,}08$ „
Lamellenzahl . . . . $m_k = 87$ „
Kollektordurchmesser . . . . $D_k = 13{,}3$ „
Umfangsgeschwindigkeit . . . . $v_k = 7{,}1$ *m/sec.*
Pro Bürstenstift zwei Bürsten à 2 cm^2 = 4 cm^2.

Strom pro Bürstenstift . . . . = 20 Ampere.
Stromdichte . . . . $\Delta_B = 5$ Ampere/*cm*².
Nutzbare axiale Länge des Kollektors = 5 *cm*.
Für harte Kohlen . . . . $r_0 = 0{,}23\ \Omega/cm^2$

$$r = \frac{0{,}23}{4} = 0{,}0575\ \Omega.$$

Widerstand der zwei hintereinander geschalteten Spulen à 4 Windungen

$$\varrho = \frac{8 \cdot 0{,}64}{50 \cdot 2} = 5{,}12 \cdot 10^{-2}\ \Omega$$

$$\left(\frac{\varrho}{r}\right) = \frac{5{,}12}{100 \cdot 0{,}0575} = \frac{5{,}12}{5{,}75} = 0{,}89 > 0{,}2!$$

Die Bedingung $\left(\frac{\varrho}{r}\right) < 0{,}2$ ist also nicht eingehalten, aber ihr Einfluß ist gering, wenn die übrigen Bedingungen erfüllt sind.

Verlust durch Übergangswiderstand an den Bürsten

$$W_\varrho = 2{,}3 \cdot 20 = 46 \text{ Watt.}$$

Verlust durch Reibung . . $W_R = 0{,}35 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7{,}1 = 20$ Watt.

Gesamter Kollektorverlust $W_k = 46 + 20 = 66$ Watt.

Temperaturerhöhung

$$T_k = \frac{50 \cdot 66}{13{,}3 \cdot \pi \cdot 5} \cong 16^\circ.$$

Kontrollrechnung bezüglich der Kommutation.

Es war schon berechnet

$$E_s' = \frac{2 \cdot 4 \cdot 8{,}73 \cdot 10 \cdot 123 \cdot 1130}{2 - \frac{1}{2}} 10^{-8} = 0{,}645 \text{ Volt}$$

$$k = 1{,}77$$

$$E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right) = 0{,}645 \cdot 1{,}565 = 1 \text{ Volt} < 2$$

$$b' = 1 \frac{18}{13{,}3} = 1{,}35\ cm$$

$$AW_L + AW_z = 1057 + 96 = 1153$$

$$\tau - b_p = 4\ cm$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1{,}25 \cdot 1153 \cdot 0{,}15}{\left(\frac{4 - 1{,}35}{2}\right)^2 + 0{,}15^2} = 123$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1{,}25 \cdot 1153 \cdot 0{,}15}{\left(\frac{4 + 1{,}35}{2}\right)^2 + 0{,}15^2} = 30$$

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = 10 \cdot 138\left(\frac{1{,}7}{2{,}35} + \frac{1{,}25}{4}\right) = 1430$$

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = 123 - 30 + 1430 = 1527$$

$$E_1 = 2 \cdot 2 \cdot 1527 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 1130 \cdot 10^{-8} = 2{,}76 \text{ Volt} > 2!$$

$$\Delta_{max} = \frac{1 + 2{,}76}{0{,}23} + 5 = 16{,}3 + 5 = 21{,}3 \text{ Ampere}/cm^2.$$

Um vollkommen funkenfreien Lauf zu erhalten, müssen wir die Bürsten entgegen der Drehrichtung etwas verschieben, aber die Verschiebung kann nur sehr klein sein.

Berechnung der Verluste, des Wirkungsgrades und der Ankererwärmung.

Gewicht der Ankerbleche $= 9{,}5 \cdot \pi \cdot 4{,}5 \cdot 10 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 10{,}5$ *kg*.

Gewicht der Zähne $= 29 \cdot 0{,}88 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 4$ *kg*.

Verlustziffer $w_s = 4$.

Hystereseverlust im Kern

$$= 8 \cdot 40 \cdot 8360^2 \cdot 10{,}5 \cdot 10^{-10} = 23{,}5 \text{ Watt.}$$

Wirbelstromverlust im Kern

$$= 0{,}032 \cdot 40^2 \cdot 8360^2 \cdot 10{,}5 \cdot 10^{-10} = 3{,}8 \quad ,,$$

Hystereseverlust in den Zähnen

$$= 8 \cdot 40 \cdot 16\,600^2 \cdot 4 \cdot 10^{-10} = 35{,}0 \quad ,,$$

Wirbelstromverlust in den Zähnen

$$= \frac{0{,}032 \cdot 18}{4 \cdot 2 \cdot 0{,}15} 40^2 \cdot 16\,600^2 \cdot 4 \cdot 10^{-10} = 85{,}0 \quad ,,$$

Eisenverlust $W_e = 27{,}3 + 120 = 147{,}3$ Watt.
Kupferverlust . . . . . $W_{kA} = 260$,,
Erregungsverlust $= 220 \cdot 0{,}84 = 185$,,
Kollektorverlust . . . . $= 66$,,
Reibungsverlust. . . . . $= 140$,,

Gesamtverlust $W_g = 798 \cong 800$ Watt.

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = 100 - \frac{100 \cdot 0{,}8}{4{,}6} = 100 - 17{,}3 = 82{,}7\,\%.$$

Nutzleistung $= 4600 - 800 = 3600$ Watt $= 4{,}9$ PS.

Abkühlende Oberfläche des Ankers

$$F = 18 \cdot \pi \cdot 23 = 1300\, cm^2 = 13\, dcm^2.$$

Pro dcm^2 kommen also $\frac{260}{13} = 50$ Watt.

Temperaturerhöhung $T_a = \frac{400\,(80 + 147)}{1300 \cdot 2{,}13} \cong 35^\circ.$

Berechnung des Anlaßwiderstandes für einen Nebenschlußmotor.

Der Anlaßwiderstand soll für den Anlauf unter Last bemessen werden. Die Anlaufstromstärke muß größer sein als der normale Betriebsstrom, damit eine Beschleunigung des Ankers eintreten kann.

Motoren, die in kurzen Pausen und häufig angelassen werden, so daß sie sich nicht viel abkühlen können, erhalten einen Anlaßstrom von $1{,}2 \div 1{,}3$ mal dem Betriebsstrom.

Motoren, die selten und vom kalten Zustand aus angelassen werden, können erhalten Anlaufstrom $= 2 \div 2{,}5$ mal Betriebsstrom.

Sollen Anlasser auf Lager gelegt werden, ohne daß der Verwendungszweck kekannt ist, so nimmt man vorteilhaft

Anlaufstrom $= 1{,}5 \div 1{,}7$ mal Betriebsstrom.

Es bezeichne:

J_{max} = Anlaufstrom.
J_a = normaler Ankerstrom.
R = gesamter Anlaßwiderstand.
R_a = Ankerwiderstand inkl. dem Übergangswiderstand r an den Bürsten.

Es ist dann $E_k = J_{max}\,(R + R_a).$

Daraus

$$R = \frac{E_k}{J_{max}} - R_a.$$

Dieser Widerstand muß so abgestuft werden, daß man einen gleichmäßig beschleunigten Anlauf erhält, was der Fall ist, wenn das Drehmoment immer dasselbe bleibt. Hierzu muß bei dem Nebenschlußmotor, da das Feld konstant ist, die Anlaufstromstärke die gleiche bleiben. Das läßt sich mit Stufenwiderständen nicht erreichen, dafür kann man aber durch richtig gewählte Stufenwiderstände die größte und kleinste Stromstärke, und dadurch auch das größte und kleinste Drehmoment für alle Stufen konstant halten.

Läuft bei dem maximalen Anlaufstrom J_{max} der Anker an, so wird sofort die elektromotorische Gegenkraft den Strom schwächen, was so lange dauert, bis der Strom gerade auf den zum normalen

Durchziehen erforderlichen Wert $J_{min} = J_{normal}$ gesunken ist. Der Anker läuft dann mit gleichmäßiger Geschwindigkeit weiter. Schaltet man jetzt eine Stufe vom Anlasser ab, so wird in dem Augenblick des Abschaltens die elektromotorische Gegenkraft noch dieselbe sein, der Strom dagegen wird nach dem Ohm'schen Gesetz im umgekehrten Verhältnis der Widerstände anwachsen. Das Drehmoment steigt im gleichen Maße und veranlaßt, daß die Tourenzahl in dem Augenblick sprungweise in die Höhe geht. Damit dieser Sprung nicht so groß ausfällt, stellt man die Bedingung, daß der Strom beim Abschalten einer jeden Stufe von J_{min} nur auf ein gewisses J_{max} anwächst. Da dies im Augenblick des Abschaltens im umgekehrten Verhältnis der Widerstände geschieht, so lassen sich für alle Stufen die Gleichungen aufstellen (Abb. 207).

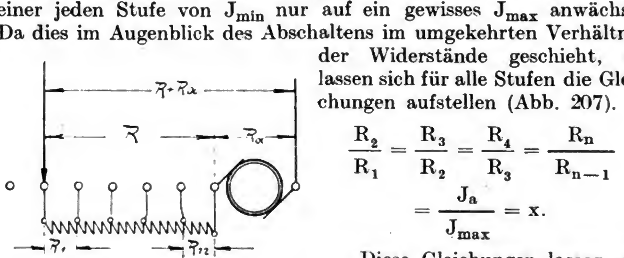


Abb. 207.

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_n}{R_{n-1}} = \frac{J_a}{J_{max}} = x.$$

Diese Gleichungen lassen erkennen, daß die Abstufung des Anlassers nach einer geometrischen Reihe zu erfolgen hat.

Die Summe der einzelnen Widerstandsstufen ist

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + \ldots . + R_{n-1} + R_n.$$

Der Quotient der geometrischen Reihe ist x, das erste Glied R_1, das letzte Glied R_n, die Zahl der Glieder n und die Summe

$$R = \frac{R_1 (x^n - 1)}{x - 1} = \frac{R_1 (1 - x^n)}{1 - x}.$$

Das letzte Glied ist $R_n = R_1 \cdot x^{n-1}$.

Der Quotient x ist immer kleiner als 1. Die unendliche, geometrische Reihe konvergiert daher, und die Summe ist dann

$$R + R_a = \frac{R_1}{1 - x}$$

$$R_a = \frac{R_1}{1 - x} - R = \frac{R_1}{1 - x} - \frac{R_1 (1 - x^n)}{1 - x}$$

$$R_a = \frac{R_1}{1 - x} (1 - 1 + x^n) = \frac{R_1 \cdot x^n}{1 - x}.$$

Setzt man noch $R_1 = \dfrac{R_n}{x^{n-1}}$ ein, so wird

$$R_a = \frac{R_n \cdot x^n}{x^{n-1}(1-x)} = \frac{R_n \cdot x}{1-x} \text{ oder}$$

$$R_n = \frac{1-x}{x} \cdot R_a$$

$$R_1 = \frac{\frac{1-x}{x} \cdot R_a}{x^{n-1}} = \frac{(1-x)\,R_a}{x^n}.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung für R ein, so wird

$$R = \frac{(1-x)\,R_a}{x^n} \frac{1-x^n}{1-x} = R_a \frac{1-x^n}{x^n}$$

$$R = R_a\left(\frac{1}{x^n} - 1\right).$$

Für die Rechnung ist es bequemer, den reziproken Wert von x zu benutzen, also

$$\frac{1}{x} = \frac{J_{max}}{J_a} = q.$$

Es wird dann

$$R_n = R_a \frac{1-\frac{1}{q}}{\frac{1}{q}} = R_a\,(q-1)$$

$$R = R_a\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{q}\right)^n} - 1\right] = R_a\,(q^n - 1).$$

Setzt man die beiden Werte von R einander gleich, so wird

$$\frac{E_k}{J_{max}} - R_a = R_a\,(q^n - 1)$$

$$\frac{E_k}{J_{max}} - R_a = R_a \cdot q^n - R_a$$

$$\frac{E_k}{J_{max}} = R_a \cdot q^n.$$

Da $J_{max} = q \cdot J_a$

wird auch

$$\frac{E_k}{J_a} = R_a \cdot q^{n+1}.$$

Nimmt man in dieser Gleichung $q = \frac{J_{max}}{J_a}$ an, so läßt sich die

Stufenzahl n des Anlassers berechnen, nimmt man die Stufenzahl n an, so läßt sich q berechnen.

$$q^{n+1} = \frac{E_k}{J_a \cdot R_a}$$

$$(n + 1) \log q = \log \frac{E_k}{J_a \cdot R_a}$$

$$n = \frac{\log \frac{E_k}{J_a \cdot R_a}}{\log q} - 1.$$

Hat man q und n bestimmt, so ermittelt man die Widerstände der einzelnen Stufen am besten graphisch nach Abb. 208.

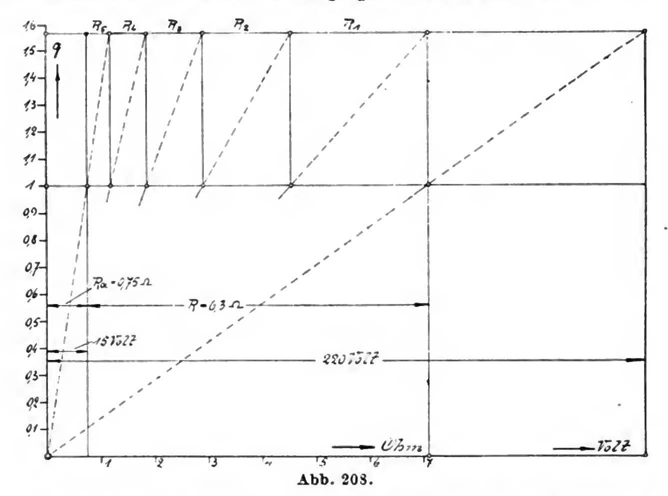


Abb. 208.

Beispiel: Für den berechneten 5 PS-Motor ist der Anlasser zu berechnen mit

$$q = 1{,}5 \div 1{,}6.$$

Der Spannungsverlust im Anker und an den Bürsten ist $J_a \cdot R_a = 15$ Volt, also

$$\frac{E_k}{J_a \cdot R_a} = \frac{220}{15} = 14{,}65.$$

Nehmen wir zunächst q = 1,5, so wird

$$n = \frac{\log 14{,}65}{\log 1{,}5} - 1 = \frac{1{,}1658}{0{,}1761} - 1 = 5{,}6.$$

Wir nehmen n = 5 Stufen und erhalten

$$\log q = \frac{1{,}1658}{6} = 0{,}1943$$

$$q = 1{,}564.$$

Als Abszissen sind in Abb. 208 die Widerstände resp. die Spannung, als Ordinaten q resp. der Strom aufgetragen.

Der Gesamtwiderstand im Stromkreis ist

$$R + R_a = \frac{E_k}{J_{max}} = \frac{220}{20 \cdot 1{,}564} = 7{,}05\ \Omega$$

$$R_a = \frac{15}{20} = 0{,}75\ \Omega$$

$$R = 7{,}05 - 0{,}75 = 6{,}3\ \Omega.$$

Aus der Abbildung entnehmen wir:

$$\begin{aligned} R_1 &= 2{,}52\ \Omega \\ R_2 &= 1{,}62\ \text{,,} \\ R_3 &= 1{,}05\ \text{,,} \\ R_4 &= 0{,}67\ \text{,,} \\ R_5 &= 0{,}44\ \text{,,} \\ \hline \Sigma &= 6{,}30\ \Omega \end{aligned}$$

Soll für den Motor ein Anlasser mit der schon vorhandenen Kontaktbahn von n + 1 = 9 Kontakten Verwendung finden, so wird

$$\log q = \frac{1{,}1658}{9} = 0{,}12953$$

$$q = 1{,}347.$$

Die einzelnen Stufen ergeben sich wieder durch ein Diagramm wie Abb. 208.

Es wird:

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8
2,09	1,55	1,15	0,854	0,634	0,471	0,35	0,26

$$R = 7{,}36\ \Omega$$

$$R + R_a = 8{,}11\ \Omega = \frac{220}{1{,}347 \cdot 20}.$$

Beispiel 7. Zum Antrieb einer Winde soll ein umsteuerbarer 10 PS Hauptstrommotor, der mit 600 Touren läuft, entworfen werden. Um Kollektor und Anker gegen Feuchtigkeit und Staub zu schützen, ist das Magnetgehäuse geschlossen herzustellen. Derartig gekapselte Maschinen besitzen naturgemäß schlechtere Abkühlungsverhältnisse

als offen gebaute Maschinen, wodurch ihre Leistungsgrenze erheblich herabgesetzt wird. Gekapselte Motoren für Dauerbetrieb müssen, damit die Erwärmung innerhalb der zulässigen Grenzen auftritt, für eine um ca. 50 bis 100% größere Leistung gebaut werden als Motoren offener Bauart (siehe Abschnitt 51). Zu diesem Zweck genügt es entweder nur, die Stromdichte in den Drahtquerschnitten zu reduzieren, oder auch die anderen Verluste durch Verringerung der Kraftliniensättigungen und der Tourenzahl herabzusetzen. Motoren, die für intermittierenden (aussetzenden) Betrieb bestimmt sind, wie dies bei Winden- und Kranmotoren der Fall ist, können schließlich nach der Dauerleistung offen gebauter Motoren bemessen werden. Nach den Normalien des Verbandes deutscher Elektrotechniker dürfen, solche Motoren aber nur 1 Stunde lang ohne Unterbrechung mit voller Belastung arbeiten.

Gegeben:

Motorart: Serienmotor
Leistung: 10 PS (intermittierend)
Klemmenspannung $E_k = 220$ Volt
Tourenzahl $n = 600$
} Tafel XIV und XV.

Gewählt:

Polzahl $2p = 4$.
Ankerart: Trommelanker.
Wicklungsart des Ankers: Serienwicklung.
Anzahl der Ankerzweige $2p' = 2$.

Berechnet:

I. Vorrechnung.

Geschätzter Wirkungsgrad $\eta = 0{,}85$.
Leistung, die der Motor aufnehmen muß

$$L = \frac{10 \cdot 736}{0{,}85} = 8700 \text{ Watt.}$$

Motorstrom $$J = \frac{8700}{220} \cong 40 \text{ Ampere.}$$

Ankerstrom $J_a = J = 40$ Ampere.

Spannungsverlust im Anker

3% von 220

$$J \cdot R_a = 0{,}03 \cdot 220 \cong 7 \text{ Volt.}$$

Spannungsverlust in der Magnetwicklung

5% von 220.

$$J \cdot R_m = 0{,}05 \cdot 220 = 11 \text{ Volt.}$$

Elektromotorische Gegenkraft

$$E = 220 - (7 + 11 + 2) = 200 \text{ Volt.}$$

II. Anker.

Ankerstrom $J_a = 40$ Ampere.

Ankerzweigstrom

$$i_a = \frac{J_a}{2\,p'} = \frac{40}{2} = 20 \text{ Ampere.}$$

Stromdichte $\Delta_a = 3.$

Drahtquerschnitt

$$q_a = \frac{20}{3} = 6{,}6\ mm^2.$$

Drahtdurchmesser blank 2,9 *mm.*

„ isoliert 3,2 *mm.*

EMK $E = 200$ Volt.

Verhältnis $\frac{L_i}{D} = 0{,}5.$

Maschinenkonstante $= C = 0{,}164 \cdot \alpha_i \cdot \mathfrak{B}_{l_0} \cdot AS \cdot 10^{-8}$

$$\mathfrak{B}_{l_0} = 8$$

$$AS = 100$$

$$\alpha_i = 0{,}7$$

$$C = 0{,}164 \cdot 0{,}7 \cdot 8 \cdot 100 \cdot 10^{-8} = 0{,}92 \cdot 10^{-6}$$

$$D^2 \cdot L_i = \frac{L}{C \cdot n}$$

$$L_i = 0{,}5\,D$$

$$D^3 = \frac{L}{0{,}5 \cdot c \cdot n} = \frac{8{,}7 \cdot 10^6}{0{,}5 \cdot 0{,}92 \cdot 600} = \frac{10^6}{31{,}6}.$$

Ankerdurchmesser

$$D = \frac{100}{\sqrt[3]{31{,}6}} = \frac{100}{3{,}16} \cong 31\ cm$$

$$L_i = \cdot\ 0{,}5 \cdot D \cong 16\ cm$$

$$v = \frac{0{,}31 \cdot 600}{60} = 9{,}8\ m/sec$$

$$\tau = \frac{31 \cdot \pi}{4} = 24{,}4\ cm.$$

Polbogen $b_i = 0{,}7\,\tau = 0{,}7 \cdot 24{,}4 = 17\ cm.$

$$Q_l = L_i \cdot b_i = 16 \cdot 17 = 272\ cm^2$$

$$\Phi = Q_l \cdot \mathfrak{B}_l = 272 \cdot 8000 = 2{,}176 \cdot 10^6.$$

Zahl der Ankerdrähte

$$z = \frac{60 \cdot 200 \cdot 10^8}{2 \cdot 2{,}176 \cdot 10^6 \cdot 600} = 460$$

$$m_k = 0{,}04 \cdot 460 \sqrt{20} \simeq 82.$$

Gewählt wird

die Zahl der Kollektorlamellen	$m_k = 81$,
,, ,, ,, Umfangselemente	$x = 162$,
,, ,, ,, Drähte pro Umfangselement .	$z_1 = 3$,
,, ,, ,, Umfangsdrähte	$z = 3 \cdot 162 = 486$,
,, ,, ,, Umfangselemente in einer Nut	$= 2$,
,, ,, ,, Nuten	81,
Wicklungsschritt	$y = 41$.

Der Kraftlinienstrom

$$\Phi = \frac{60 \cdot 10^8 \cdot E}{p \cdot z \cdot n} = \frac{60 \cdot 10^8 \cdot 200}{2 \cdot 486 \cdot 600} = 2060000.$$

Nutenteilung

$$t_n = \frac{31 \cdot \pi}{81} = 1{,}2 \; cm \text{ (Abb. 209)}.$$

Nutenweite $3{,}2 + 2 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}5 = 5 \; mm$.

Nutentiefe $6 \cdot 3{,}2 + 4 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}5 + 1 + 2{,}2 = 25 \; mm$.

Zahnstärke am Kopf $z_n = 12 - 5 = 7 \; mm$.

,, am Fuß $z_{n_f} = \frac{(310 - 2 \cdot 25) \cdot \pi}{81} - 5 = 5 \; mm$.

Mittlere Zahnstärke $= \frac{7 + 5}{2} = 6 \; mm$.

Mittlerer Eisenquerschnitt der Zähne, die unter dem Polbogen liegen

$$Q_z = \frac{17}{1{,}2} \cdot 0{,}6 \cdot 16 \cdot 0{,}86 = 117 \; cm^2.$$

Mittlere Zahnsättigung

$$\mathfrak{B}_z = \frac{\Phi}{Q_z} = \frac{2060000}{117} = 17600.$$

Kraftliniendichte im Ankerkern

$$\mathfrak{B}_a = 12000.$$

Querschnitt des Ankerkernes

$$Q_a = \frac{2060000}{2 \cdot 12000} = 87 \; cm^2.$$

Ankerrückenhöhe $h_a = \frac{87}{0,86 \cdot 16} = 6,3\ cm.$

Länge einer Ankerwindung

$$l_a = 2\,[16 + 1,5 \cdot 24,4] = 104\ cm = 1,04\ m.$$

Gewicht des Ankerkupfers

$$G_{kA} = 0,066 \cdot 104 \cdot \frac{486}{2} \cdot 8,9 \cdot 10^{-3} = 14,9\ kg.$$

Stromdichte

$$\Delta_a = \frac{20}{6,6} = 3\ \text{Ampere}/mm^2.$$

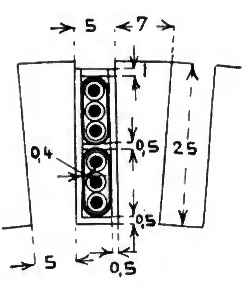


Abb. 209.

Kupferverlust im Anker

$$= 2,6 \cdot 3^2 \cdot 14,9 = 350\ \text{Watt}.$$

Spannungsverlust

$$\varepsilon = \frac{350}{40} = 8,75\ \text{Volt}.$$

Ankerwiderstand

$$R_a = \frac{\varepsilon}{J_a} = \frac{8,75}{40} = 0,218\ \Omega$$

Zu $\mathfrak{B}_z = 17600$ gehört $aw_z = 91$, also $AW_z = 91 \cdot 2,5 \cong 230$.

Mit $v_1 = 1,4$ wird

$$\delta'' = \frac{1,4 \cdot 100 \cdot 17}{1,6 \cdot 7600} - \frac{1,25 \cdot 230}{7600} = 0,196 - 0,04 \cong 0,15\ cm.$$

Gewählt wurde $\delta = 2\ mm = 0,2\ cm$, also $\frac{b_n}{\delta} = \frac{5}{2} = 2,5$

Dazu aus Abb. 144 $C_0 = 1,2$

$$C = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot 0,5}{1,2}\ \frac{0,2}{1,2}} = \frac{1}{0,86} = 1,16.$$

Amperewindungen für den Luftspalt

$$AW_l = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 1,16 \cdot 7600 \cong 1400$$

$$AW_s = 1,5 \cdot 1400 + 230 = 2330.$$

Streukoeffizient $\sigma = 1,2$.

Induktion im Magnetkern $\mathfrak{B}_m = 15000$ (Material ist Stahlguß)

$$Q_m = \frac{1,2 \cdot 2,06 \cdot 10^6}{15000} = 165\ cm^2.$$

Axiale Länge $L_m = 14$ *cm.*
Radiale Breite

$$b_m = \frac{165}{14} \cong 12 \ cm.$$

$$Q_m = 12 \cdot 14 = 168 \ cm^2.$$

Länge einer Windung, bei einer Wickelbreite $b_s = 3{,}6$ *cm*

$$l_m = 2\,[15 + 3{,}6 + 13 + 3{,}6] = 70 \ cm = 0{,}7 \ m.$$

Erregerspannung $e_m = 11$ Volt

$$q_m = \frac{2 \cdot 0{,}7 \cdot 2330}{25 \cdot 11} = 12 \ mm^2.$$

Stromdichte

$$\Delta_m = \frac{40}{12} \cong 3{,}3 \text{ Ampere}/mm^2.$$

Diese Stromdichte ist zu hoch, wir reduzieren sie auf $\Delta_m = 2$, erhalten also

$$q_m = 20 \ mm^2 \text{ und } e_m = \frac{12}{20} \cdot 11 = 6{,}6 \text{ Volt.}$$

Windungszahl pro Spule $w_m = \dfrac{2330}{20} = 116.$

Je zwei Spulen werden hintereinander und zu dem anderen Spulenpaar parallel geschaltet. Durch jeden Draht geht daher nur ein Strom von 20 Ampere, weshalb auch

$$q_m = 10 \ mm^2 \text{ wird}$$

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 10}{\pi}} = 3{,}6 \ mm$$

besponnen auf $d_m' = 4{,}1 \ mm$

$$f_k' = 0{,}7 \left(\frac{3{,}6}{4{,}1}\right)^2 = 0{,}54$$

$$a = \frac{23{,}3^2 \cdot 1000}{50 \cdot 2 \cdot 0{,}54 \cdot 30} = 335$$

$$h_s = 1{,}8 \left[\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 335}{3{,}6^3}} - 1\right] = 1{,}8 \cdot 4{,}5 = 8{,}1 \ cm$$

Stromdichte $\Delta_m = \dfrac{2330}{100 \cdot 0{,}54 \cdot 3{,}6 \cdot 8{,}1} = 1{,}48.$

Querschnitt $q_m = \dfrac{20}{1{,}48} = 13{,}5 \ mm^2$

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \cdot 13,5}{\pi}} = 4,1\ mm$$

besponnen auf $d_m' = 4,6\ mm.$

Induktion im Joch $\mathfrak{B}_j = 10\,000$

$$Q_j = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot 1,2\right) 2,06 \cdot 10^6}{2 \cdot 10\,000} = \frac{1,13 \cdot 2,06 \cdot 10^6}{20\,000} = 116\ cm^2.$$

Axiale Länge ≅ 26 *cm*, daher radiale Tiefe $= \frac{116}{26} = 4,5\ cm.$

Aus der Aufzeichnung des magnetischen Stromkreises (Tafel XIV) ergeben sich folgende Kraftlinienlängen:

Anker . . . . . $\lambda_a = 8\ cm$
Zähne . . . . . $\lambda_z = 2,5$ „
Luftspalt . . . $\delta = 0,2$ „
Magnetkern . . $\lambda_m = 9$ „
Joch . . . . . $\lambda_j = 22$ „

Berechnung der Amperewindungen für volle Last bei E = 220 — (8,75 + 2 + 5) ≅ 204.

Teil des magn. Kreises	Material	Φ	Querschnitt	Induktion	aw/cm	Länge	AW
Anker . . .	Blech	$2,1 \cdot 10^6$	87 cm^2	12050	8	8 *cm*	64
Zähne . . .	„	$2,1 \cdot 10^6$	117 „	18700	170	2,5 „	425
Luftspalt .	Luft	$2,1 \cdot 10^6$	272 „	7740	7170	0,2 „	1434
Magnetkern	Stahlguß	$2,52 \cdot 10^6$	168 „	15000	34	9 „	306
Joch . . .	„	$2,38 \cdot 10^6$	117 „	10150	8	22 „	176

$AW_s = 2400$

Kollektor und Bürsten.

Zahl der Bürstenstifte . . . . = 4.
Strom pro Bürstenstift . . . . = 20 Ampere.
Zahl der Bürsten pro Stift . . . . . = 2.
Fläche einer Bürste . . = 1,2 · 1,5 = 1,8 cm^2.
Stromdichte . . . . $\Delta_B = \frac{20}{3,6} = 5,55$ Ampere/cm^2
Lamellenstärke . . . . $\beta = 0,5\ cm$.
Isolationsdicke . . . . = 0,08 *cm*.
Lamellenzahl . . . . $m_k = 81$.

Kollektordurchmesser $D_k = \frac{81 \cdot 0,58}{\pi} = 15\ cm$

$$v_k = \frac{0,15 \cdot \pi \cdot 600}{60} = 4,7\ m/sec.$$

Nutzbare Kollektorlänge . . . . $L_k = 7\ cm$.

Spezifischer Übergangswiderstand aus Abb. 169 $r_0 = 0,21$ für harte Kohlen.

$$r = \frac{0,21}{3,6} = 0,0584\ \Omega.$$

Spannungsverlust unter einer Bürste $= 0,21 \cdot 5,55 = 1,17$ Volt.

Verlust durch Übergangswiderstand

$$W_\varrho = 2 \cdot 1,17 \cdot 40 = \mathbf{94\ Watt}$$

„ „ Reibung $W_R = 0,4 \cdot 4 \cdot 3,6 \cdot 4,7 = 27$ „

Gesamter Kollektorverlust W_k = **121 Watt**

Temperaturerhöhung

$$T_k = \frac{50 \cdot 121}{15 \cdot \pi \cdot 7} \cong 18^\circ.$$

Windungszahl pro Segment $w_1 = 3$.

Hintereinandergeschaltete Zahl der Spulen = 1 (4 **Bürstenstifte!**).

Widerstand einer Spule

$$\varrho = \frac{1,04 \cdot 3}{50 \cdot 6,6} = 0,95 \cdot 10^{-2}\ \Omega$$

$$\left(\frac{\varrho}{r}\right) = \frac{0,95}{100 \cdot 0,0584} = \frac{0,95}{5,84} = 0,162 < 0,2.$$

Kontrollrechnung bezüglich der Kommutation.

Nutenhöhe . . . . . $h_n = 2,5\ cm$.

Nutenweite . . . . . $b_n = 0,5$ „

$\tau - b_p = 24,4 - 17 = 7,4$ „

$\frac{l_a}{2} = 52$ „

Eisenlänge $L_e = 16 \cdot 0,86 \cong 14$ „

Freie Länge $= 52 - 14 = 38$ „

Ankerdurchmesser . . $D = 31$ „

$$\psi_1 = 1,675 \frac{2,5}{0,5} + 3,68 \log \frac{7,4}{0,5} + \frac{38}{14}\left(0,1 + 0,92 \log \frac{31}{2 \cdot 0,5}\right) = 16,7$$

Reaktanzspannung

$$E_s' = 3 \cdot 16,7 \cdot 14 \cdot 100 \cdot 980 \cdot 10^{-8} = 0,69\ \text{Volt}.$$

Selbstinduktionskoeffizient

$$L = 3^2 \cdot 16{,}7 \cdot 14 \cdot 10^{-8} = 2100 \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Reduzierte Lamellenbreite $\beta' = 0{,}58 \frac{31}{15} = 1{,}2\ cm.$

Kurzschlußzeit

$$T = \frac{1{,}2\left(2 - \frac{1}{2}\right)}{980} = 1{,}84 \cdot 10^{-3}\ sec.$$

Übergangswiderstand $r = 0{,}0584\ \Omega.$

$$k = \frac{r \cdot T \cdot p'}{L \cdot p} = \frac{0{,}0584 \cdot 1{,}84 \cdot 10^{-3}}{10^{-8} \cdot 2100 \cdot 2} = \frac{58{,}4 \cdot 1{,}84}{42} = 2{,}56 > 1{,}4$$

$$E_s'\left(1 + \frac{1}{k}\right) = 0{,}69 \cdot 1{,}39 = 0{,}96 \text{ Volt.}$$

$$AW_1 + AW_2 = 1434 + 425 = 1860.$$

Reduzierte Bürstenbreite

$$b' = b\frac{D}{D_k} = 1{,}2\frac{31}{15} = 2{,}5\ cm$$

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1{,}25 \cdot 1860 \cdot 0{,}2}{\left(\frac{7{,}4 - 2{,}5}{2}\right)^2 + 0{,}2^2} = 78$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1{,}25 \cdot 1860 \cdot 0{,}2}{\left(\frac{7{,}4 + 2{,}5}{2}\right)^2 + 0{,}2^2} = 18$$

$$\mathfrak{B}_q + \mathfrak{B}_q' = 17 \cdot 100\left(\frac{1{,}7}{4{,}9} + \frac{1{,}25}{7{,}4}\right) = 880$$

$$\mathfrak{B} = 78 - 18 + 880 = 940.$$

$$E_1 = 2 \cdot 940 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 980 \cdot 10^{-8} = 0{,}77 \text{ Volt.}$$

Maximale Stromdichte an der ablaufenden Bürstenkante

$$\Delta_{max} = \frac{0{,}96 + 0{,}77}{0{,}21} + 5{,}55 = 8{,}25 + 5{,}55 = 13{,}8 \text{ Ampere}/cm^2 < 20.$$

Die Queramperewindungen sind

$$AW_q = \frac{AS}{2} \cdot b_p = 50 \cdot 17 = 1050.$$

Zu ihrer Kompensierung sind pro Feldspule erforderlich ca. 200 Amperewindungen.

Gesamtamperewindungen pro Spule = 2400 + 200 = 2600.
Endgültige Windungszahl pro Spule

$$w_m = \frac{2600}{20} = 130.$$

Berechnung der Verluste, des Wirkungsgrades und der Ankererwärmung.

Gewicht der Ankerbleche

$$G_{eA} = 19{,}7 \cdot \pi \cdot 14 \cdot 6{,}3 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 42{,}5\ kg.$$

Gewicht der Zähne

$$G_{ez} = 81 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 14 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-3} = 13{,}3\ kg.$$

Verlustziffer $w_s = 4$.

Hystereseverlust im Anker

$$= 8 \cdot 20 \cdot 12050^2 \cdot 42{,}5 \cdot 10^{-10} = 100 \text{ Watt.}$$

Wirbelstromverlust im Anker

$$= 0{,}032 \cdot 20^2 \cdot 12050^2 \cdot 42{,}5 \cdot 10^{-10} = 8 \quad ,,$$

Hystereseverlust in den Zähnen

$$= 8 \cdot 20 \cdot 18700^2 \cdot 13{,}3 \cdot 10^{-10} = 75 \quad ,,$$

Wirbelstromverlust in den Zähnen

$$= \frac{0{,}032 \cdot 31}{4 \cdot 2 \cdot 0{,}2} 20^2 \cdot 18700^2 \cdot 13{,}3 \cdot 10^{-10} = 115 \quad ,,$$

Eisenverlust	$W_e = 108 + 190 \cong$	300 Watt.
Kupferverlust.	$W_{kA} =$	350 ,,
Erregerverlust	$= 40 \cdot 5 =$	200 ,,
Verlust am Kollektor	=	120 ,,
Verlust durch Lager- und Luftreibung	=	90 ,,
	Gesamtverlust $W_g =$	1060 Watt.

Nutzleistung = 220 · 40 = 1060 = 7740 Watt = 10,5 PS.

$$\eta = 100 - \frac{100 \cdot 1{,}06}{8{,}8} = 100 - 12 = 88\%.$$

Axiale Länge der Ankerwicklung = 30 *cm*.

Abkühlende Oberfläche $F = 31 \cdot \pi \cdot 30 = 2900\ cm^2 = 29\ dcm^2$.

Pro 1 dcm^2 entfallen daher $\frac{300 + 350}{29} = \frac{650}{29} \cong 22$ Watt.

Die Abkühlfläche genügt also vollkommen.

Berechnung des Anlaßwiderstandes.

Um die Abstufung des Anlaßwiderstandes zu bestimmen, muß die Tourencharakteristik, d. i. die Abhängigkeit der Tourenzahl von dem Motorstrom bei abgeschaltetem Anlaßwiderstand, bekannt sein. Diese Charakteiistik kann entweder experimentell oder rechnerisch in der folgenden Weise bestimmt werden.

Für die normale Tourenzahl wird die Leerlaufchrarakteristik berechnet und in dem Diagramm (Abb. 210), aufgetragen. Als

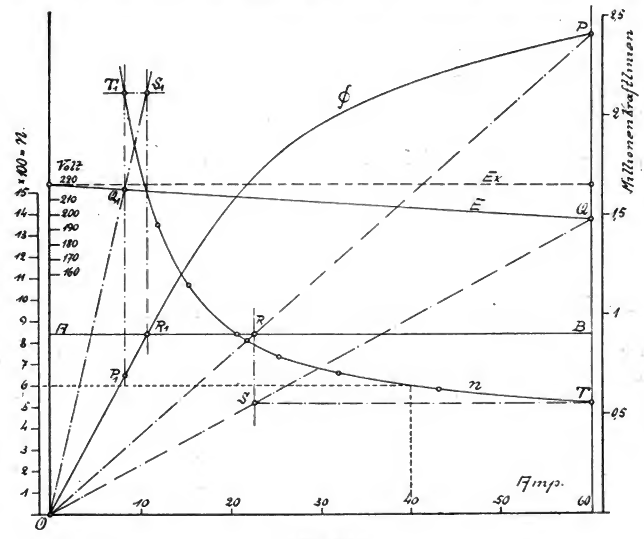


Abb. 210.

Abszissen sind die Ströme, als Ordinaten die Kraftlinienzahlen aufgetragen. In folgender Tabelle (Seite 372) ist für den berechneten Motor die Leerlaufcharakteristik berechnet.

In Abb. 210 läßt sich auch in einfacher Weise die Tourencharakteristik einzeichnen. Die aufgedrückte Klemmenspannung ist in willkürlichem Maßstab als Horizontale eingetragen. Da

$$E = E_k - J\,(R_a + R_m),$$

so ist die Gegen-EMK eine abfallende Gerade, die auch eingetragen ist. Beim Strome $J = 40$ Ampere ist z. B. $E = 204$ Volt, und für $J = 0$ ist $E = E_k$. Durch diese beiden Punkte ist die Gerade für

$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{272}$ . . . . =	1835	3670	5505	6620	6980	7340	7720	8090	8460	8830
$\mathfrak{B}_a = \frac{\Phi}{174}$ . . . . =	2870	5740	8610	10340	10900	11500	12050	12630	13200	13800
$\mathfrak{B}_{z\,min} = \frac{\Phi}{136}$ . . . . =	3680	7360	11040	13230	13960	14720	15440	16150	16900	17640
$\mathfrak{B}_{z\,m} = \frac{\Phi}{117}$ . . . . =	4270	8540	12810	15400	16230	17100	17940	18800	19650	20500
$\mathfrak{B}_{z\,max} = \frac{\Phi}{97,5}$ . . . . =	5130	10260	15390	18500	19500	20500	21550	22600	23600	24600
$\mathfrak{B}_m = \frac{1,2\,\Phi}{168}$ . . . . =	3570	7140	10710	12860	13550	14300	15000	15700	16420	17100
$\mathfrak{B}_j = \frac{1,13\,\Phi}{234}$ . . . . =	2410	4820	7230	8700	9200	9660	10150	10600	11100	11600
aw_a . . . . =	1	1,5	2,75	4,2	4,9	6,2	8	10,1	12,3	15,2
$aw_{z\,min}$ . . . . =	1	2,1	5,2	12,5	16,2	21	29	39	57	95
$aw_{z\,m}$ . . . . =	1,1	2,7	10,8	28	40	65	113	180	235	360
$aw_{z\,max}$ . . . . =	1,3	4	28	150	220	360	540	770	1030	1350
$aw_z = \frac{aw_{z\,min} + 4\,aw_{z\,m} + aw_{z\,max}}{6}$ =	1,1	2,8	12,7	45,7	66	107	170	254	337	482
aw_m . . . . =	1,4	4	9,2	16	20,5	26	34	44	58	78
aw_j . . . . =	1	1,9	4,1	5,8	6,5	7,3	8	9	10,2	11,5
$AW_l = 0,186 \cdot \mathfrak{B}_l$ . . . . =	341	682	1023	1230	1300	1364	1433	1502	1572	1640
$AW_a = 8 \cdot aw_a$ . . . . =	9	13	22	34	39	50	64	81	99	122
$AW_z = 2,5\,aw_z$ . . . . =	3	7	32	114	165	268	425	635	843	1200
$AW_m = 9\,aw_m$ . . . . =	13	36	83	144	185	234	306	396	522	704
$AW_j = 22\,aw_j$ . . . . =	22	42	90	128	143	161	176	198	224	253
$AW_{s\,Leerlauf}$ . . . . =	388	780	1250	1650	1832	2077	2404	2812	3260	3920
Erregerstrom . . . . =	3	6	9,6	12,7	14,1	16	18,5	21,6	25	30,1
Laststrom . . . . =	6	12	19,2	25,4	28,2	32	37	43,2	50	60,2

E bestimmt. Um die Tourenkurve zu erhalten, wählt man in beliebiger Höhe die Horizontale AB. Im beliebig herausgegriffenen Punkt P der Leerlaufcharakteristik wird die Ordinate gezogen, ihr Schnittpunkt mit E ist Punkt Q. P und Q, mit dem Anfangspunkt O verbunden, liefern die Punkte R und S. Projiziert man S auf die Ordinate PQ, so erhält man in T einen Punkt der Tourencharakteristik. Beim Strome J = 40 Ampere ist n = 600, also kann der Maßstab der Kurve auch angeschrieben werden. In Abb. 211 ist auf der rechten Seite der Ordinatenachse noch einmal die Tourenkurve abhängig vom Strom aufgetragen.

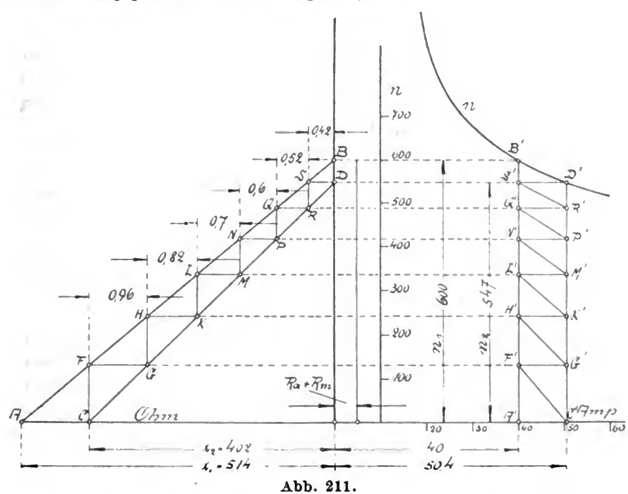


Abb. 211.

Um den Anlaufstrom J konstant zu halten, muß der Widerstand x des Anlassers so reguliert werden, daß stets das Ohmsche Gesetz

$$J = \frac{E_k - E}{x + R_a + R_m}$$

erfüllt ist.

Hieraus

$$x = \frac{E_k - E}{J} - (R_a + R_m)$$

$$R_a = 0{,}218\ \Omega$$

$$R_m = \frac{2 \cdot 130 \cdot 0{,}7}{2 \cdot 50 \cdot 13{,}2} = 0{,}138\ \Omega$$

$$R_a + R_m = 0{,}356\ \Omega.$$

Nach dieser Gleichung bildet bei dem gleichbleibenden Strom J der Anlaßwiderstand x eine lineare Funktion der gegenelektromotorischen Kraft E. Da letztere der Tourenzahl n proportional ist, so ist x auch eine lineare Funktion von n. Die Gerade, die dieser Abhängigkeit entspricht, ist durch zwei Punkte gegeben und in Abb. 211 für den Strom $J_{min} = J_{normal}$ konstruiert. Im Augenblick des Einschaltens ist die Tourenzahl n Null und der Anlaßwiderstand

$$x_1 = \frac{E_k}{J_{min}} - (R_a + R_m) = \frac{220}{40} - 0{,}356 = 5{,}144\ \Omega.$$

Im Diagramm Abb. 211 ist dies der Punkt A. Der zweite Punkt der Geraden ist dadurch bekannt, daß bei abgeschaltetem Anlaßwiderstand der Anker mit der dem Strom J_{min} entsprechenden Tourenzahl $n_1 = 600$ läuft. Die letztere kann der Tourenkurve entnommen werden. Im Diagramm ist der zweite Punkt der Geraden mit B bezeichnet, die Gerade selbst ist A B.

Um den Anker in der angegebenen Weise mit gleichbleibendem Strom anlaufen zu lassen, müßte der Anlaßwiderstand sich kontinuierlich ändern lassen, was aber bei den gebräuchlichen Stufenwiderständen ausgeschlossen ist. Durch die sprungweise Änderung des Widerstandes wird auch der Anlaufstrom zwischen bestimmten Grenzen schwanken. Soll bei dem Abschalten einer Stufe der Strom den Wert J_{max} nicht überschreiten, so muß die Abstufung des Widerstandes in der folgenden Weise geschehen.

Wenn zunächst angenommen wird, daß der Anlauf mit dem konstanten Strom J_{max} erfolgen soll, so muß dazu der Widerstand nach der Geraden C D geregelt werden; der Punkt C ist durch die Beziehung festgelegt, daß beim Einschalten der Strom nur auf J_{max} ansteigen soll. Dazu muß sein:

$$x_2 = \frac{E_k}{J_{max}} - (R_a + R_m).$$

Bei abgeschaltetem Anlasser entspricht dem Strom J_{max} die Tourenzahl n_2, wodurch auch der Punkt D der Geraden gegeben ist.

Da nun der Strom J_{max} den normalen Strom $J_{norm} = J_{min}$ übersteigt, so setzt sich der Anker mit einer gewissen Beschleunigung in Bewegung. Die Tourenzahl steigt und das erfolgt in dem Diagramm auf der Ordinate in C. Schneidet diese die Gerade AB, so ist der Anlaufstrom auf J_{min} zurückgegangen und der Anker läuft in diesem Augenblick mit gleichmäßiger Geschwindigkeit weiter. Das Zurückgehen des Stromes erfolgt auf der Geraden C′ F′. Soll nun beim Abschalten der ersten Stufe der Strom nur auf J_{max} ansteigen, so darf diese nur den Widerstand FG Ohm erhalten. Der Strom schnellt in diesem Moment auf der Geraden F′ G′ von J_{min} auf J_{max}.

Jetzt wiederholt sich der Vorgang in der Weise, daß die Tourenzahl auf der Ordinate in G von G bis H ansteigt, während der Strom von G′ auf H′ zurückgeht. Die nächste Stufe muß, damit beim Abschalten dieser der Strom den Betrag J_{max} nicht überschreitet, gleich HK Ohm gemacht werden In gleicher Weise werden die übrigen Stufen LM, NP, QR und SD bestimmt.

Endet bei der Konstruktion der Linienzug C, F, G, H, K usw. nicht in D, sondern kommt man über den Punkt D hinaus, so erhält die letzte Stufe einen zu kleinen Widerstand, wodurch der Stromstoß und die Tourensteigerung beim Abschalten dieser Stufe geringer ausfallen. Jn dem vorliegenden Fall ist die maximale Stromstärke J_{max} und damit die Lage der Geraden CD solange geändert worden, bis der Linienzug gerade in D endete. Durch Probieren ist dazu J_{max} = 50,4 Ampere gefunden worden. Diesem Strom entspricht die Tourenzahl $n_2 = 547$ und der Widerstand

$$x_2 = \frac{E_k}{J_{max}} - (R_a + R_m) = \frac{220}{50,4} - 0,356 = 4,02\ \Omega.$$

Der Anlasser erhält nach Abb. 211 sechs Widerstandsstufen mit folgenden Widerständen

Stufe	Widerstand
I	0,96 Ω
II	0,82 „
III	0,70 „
IV	0,60 „
V	0,52 „
VI	0,42 „
$\Sigma = x_2 =$	4,02 Ω

$$\frac{J_{max}}{J_{min}} = \frac{50,4}{40} = 1,26.$$

Ist die Stufenzahl vorgeschrieben, so muß durch Veränderung von J_{max} solange probiert werden, bis der Linienzug zwischen CD die verlangten Stufen besitzt.

Anhang.

Ableitung der Gleichungen für ψ_1 und ψ_1' in Kapitel 46 und 47.

Die EMK eines Gleichstromankers ist nach Kapitel 39, Seite 170

$$E = z \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{2p}{2p'} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

2p′ ist die Zahl parallel geschalteter Abteilungen, für unseren jetzigen Zweck betrachten wir nur einen Kreis, setzen also

$$2p' = 1.$$

Außerdem führen wir ein:

$$\nu = \frac{p \cdot n}{60} \text{ Perioden pro Sekunde}$$

und erhalten dann

$$E = 2z \cdot \Phi \cdot \nu \cdot 10^{-8}.$$

Statt der Stabzahl z setzen wir noch die Windungszahl ein. Zu einer Windung gehören immer 2 Stäbe, also ist

$$z = 2w \text{ und}$$

$$\mathbf{E = 4 \cdot w \cdot \Phi \cdot \nu \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}} \qquad (1)$$

Abb. 1.

In der Nut (Abb. 1), liegen zwei Spulenseiten von je w_1 Windungen, die vom Strome i durchflossen werden. Die Kraftlinien werden also von $2w_1 \cdot i$ Amperewindungen erzeugt, da aber die EMK der Selbstinduktion einer Spule berechnet werden soll, so schneiden die Kraftlinien nur durch w_1 Windungen. An den Stirnseiten werden die Kraftlinien auch nur von w_1 i Amperewindungen erzeugt (Abb. 2).

Die Länge der Nut senkrecht zur Zeichenebene sei 1 *cm*. Der Strom i ändert sich mit der Periodenzahl ν pro Sekunde. Von den erzeugten Kraftlinien betrachten wir zunächst nur diejenigen, die quer durch die Nut gehen, und dann ihren Weg durch das Eisen

nehmen. Gegenüber dem Widerstand in der Nut ist der Eisenwiderstand vernachlässigt. Die Länge der Kraftlinien ist daher b_n *cm*.

Die in Abb. 1 gezeichnete Röhre von der Dicke d_x hat einen Querschnitt

$$d_q = 1 \cdot d_x \; cm^2.$$

Der magnetische Widerstand im unmagnetischen Material ist daher

$$d\,\varrho_n = \frac{b_n}{d_x}$$

oder die Leitfähigkeit

$$d\,\lambda_n = \frac{1}{d\,\varrho_n} = \frac{d_x}{b_n}.$$

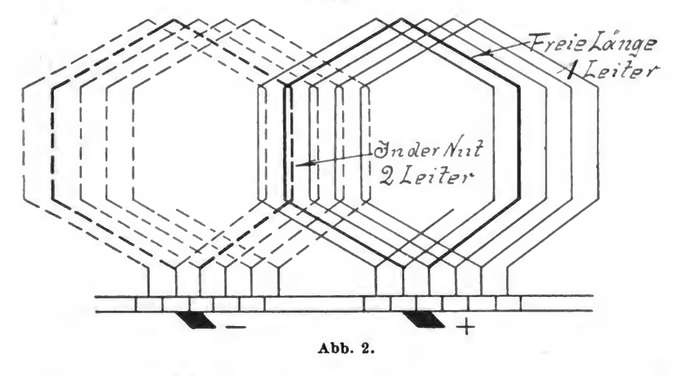


Abb. 2.

Die von w Windungen erzeugte Kraftlinienzahl in Luft ist allgemein

$$\Phi = 0{,}4\,\pi \cdot \frac{w \cdot i}{l} \cdot Q = 0{,}4\,\pi \,.\, w \cdot i \cdot \lambda$$

$$\frac{Q}{l} = \lambda$$

ist die Leitfähigkeit.

Die Kraftlinien durch die in der Abb. 1 gezeichneten Röhre werden nicht von allen $2\,w_1 \cdot i$ Amperewindungen erzeugt, sondern nur von denjenigen, die innerhalb der Röhre liegen. Diese Zahl beträgt

$$\frac{x}{h_n} \cdot 2\,w_1 \cdot i.$$

Die Kraftlinienzahl ist also

$$d\,\Phi = 0{,}4\,\pi \cdot \frac{x}{h_n} \cdot 2\,w_1 \cdot i \cdot \frac{d_x}{b_n}.$$

Die Kraftlinien schneiden durch $\frac{x}{h_n} \cdot w_1$ Windungen einer Spule, daher ist nach Gleichung (1)

$$d E_{s_{n1}} = 4 \cdot \frac{x}{h_n} \cdot w_1 \cdot 0{,}4\,\pi \cdot \frac{x}{h_n} \cdot 2 \cdot w_1 \cdot i \cdot \frac{d_x}{b_n} \cdot \nu \cdot 10^{-8} \text{ Volt/}cm.$$

Die ganze EMK erhält man durch Summation aller Teil-EMKe von $x = 0$ bis $x = h_n$, also:

$$E_{s_{n1}} = 3{,}2\,\pi \frac{\nu \cdot i \cdot w_1^2}{h_n^2 \cdot b_n} \cdot 10^{-8} \int_0^{h_n} x^2 \cdot d_x$$

$$E_{s_{n1}} = 3{,}2\,\pi \frac{\nu \cdot i \cdot w_1^2}{h_n^2 \cdot b_n} \cdot 10^{-8} \frac{h_n^3}{3} = 3{,}2\pi \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \frac{h_n}{3\,b_n} \cdot 10^{-8} \text{ Volt/}cm.$$

Die Leiter einer Spule liegen auf der Strecke $2\,L_e$ in den Nuten, daher ist die EMK einer Spule, herrührend von den Nutenkraftlinien

$$E_{s_n} = 2\,L_e \cdot E_{s_{n1}} = 6{,}4\,\pi \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot \frac{h_n}{3\,b_n} \cdot L_e \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Nun ist nach Seite 204 auch

$$E_{s_n} = \frac{2\,i}{T} \cdot L_n,$$

wenn L_n der Selbstinduktionskoeffizient.

Während der Zeit T wird eine halbe Periode beschrieben (Abb. 3), eine ganze Periode also in 2 T Sekunden. Die Zahl der Perioden pro Sekunde ist daher

$$\nu = \frac{1}{2\,T},$$

also

$$T = \frac{1}{2\,\nu}$$

und

$$E_{s_n} = 4\,i \cdot \nu \cdot L_n = 6{,}4\,\pi \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \frac{h_n}{3\,b_n} \cdot L_e \cdot 10^{-8}.$$

Hieraus

$$L_n = 1{,}6\,\pi \cdot w_1^2 \frac{h_n}{3\,b_n} \cdot L_e \cdot 10^{-8} \text{ Henry.} \qquad (2)$$

Oberhalb der Nut, in dem Polzwischenraum verlaufen Kraftlinien, die ihren Rückschluß ebenso wie die Nutenkraftlinien im Eisen des Ankers finden, wie in Abb. 4 gezeichnet ist.

Die Kraftlinien der Röhre in der Entfernung x werden von $2\,w_1 \cdot i$ Amperewindungen erzeugt und alle Röhren umschlingen w_1 Windungen.

Der Radius der **kleinsten** Kraftröhre ist $x = \frac{b_n}{2}$, den Radius der **größten** Röhre nehmen wir $\frac{\tau - b_p}{2}$ an.

Die Leitfähigkeit der Röhre ist wieder $d\lambda_k = \frac{d_x \cdot 1}{x \cdot \pi}$.

Die Linienzahl der Röhre ist

$$d\Phi = 0{,}4\,\pi \cdot 2 \cdot w_1 \cdot i \frac{d_x}{\pi \cdot x}.$$

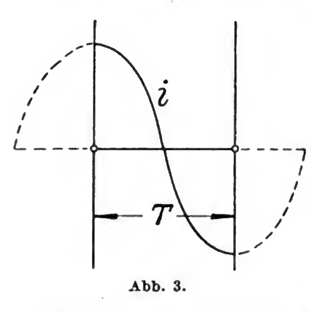


Abb. 3.

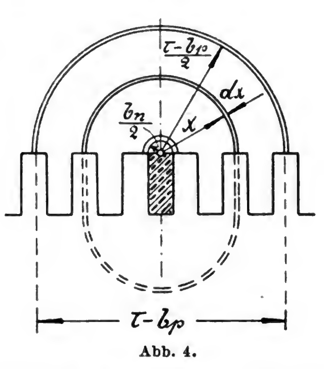


Abb. 4.

Die in w_1 Windungen hierdurch erzeugte EMK nach Gleichung (1)

$$d E_{s_{k_1}} = 4 \cdot w_1 \cdot 0{,}4\,\pi \cdot 2 \cdot w_1 \cdot i \frac{d_x}{\pi \cdot x} \cdot \nu \cdot 10^{-8} \text{ Volt}/cm.$$

$$E_{s_{k_1}} = 3{,}2 \cdot 10^{-8} \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot \int_{\frac{bn}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}} \frac{d_x}{x}$$

$$E_{s_{k_1}} = 3{,}2 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \left| l_n\, x \right|_{\frac{bn}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}}$$

$$E_{s_{k_1}} = 3{,}2 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \left(l_n \frac{\tau - b_p}{2} - l_n \frac{b_n}{2} \right).$$

Da $$l_n\, x = 2{,}3 \log x$$

und $$\log (a - b) = \log \frac{a}{b},$$

so wird

$$E_{s_{k_1}} = 3{,}2 \cdot 2{,}3 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \log \left(\frac{\tau - b_p}{b_n} \right) \text{Volt}/cm.$$

Die EMK einer Spule ist

$$E_{s_k} = 3{,}2 \cdot 2{,}3 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \log\left(\frac{\tau - b_p}{b_n}\right) \cdot 2\, L_e \text{ Volt.}$$

Setzt man wie vorher

$$E_{s_k} = 4\, i \cdot \nu \cdot L_k$$

so wird

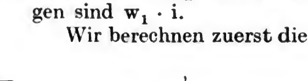
$$4\, i \cdot \nu \cdot L_k = 3{,}2 \cdot 2{,}3 \cdot 2 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot L_e \log\left(\frac{\tau - b_p}{b_n}\right) \cdot 10^{-8}$$

also

$$L_k = 3{,}68 \cdot w_1^2 \cdot \log\left(\frac{\tau - b_p}{b_n}\right) \cdot L_e \cdot 10^{-8} \text{ Henry.} \qquad (3)$$

Die Länge einer Stirnverbindung sei l_s *cm* (Abb. 5).

Der Schnitt AB habe kreisförmigen Querschnitt (Abb. 6). Die


wirkenden Amperewindungen sind $w_1 \cdot i$.

Wir berechnen zuerst die

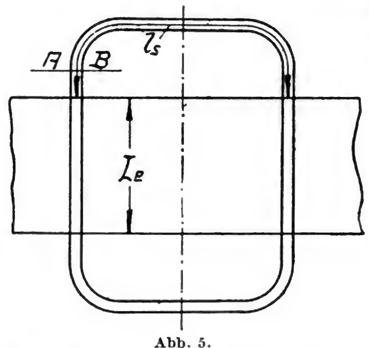


Abb. 5.

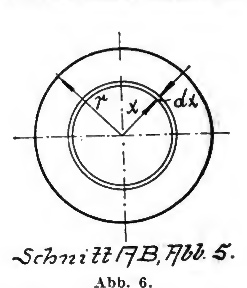


Abb. 6.

EMK, die von den Kraftlinien innerhalb des Querschnittes vom Radius r erzeugt wird.

Die in Abb. 6 gezeichnete Kraftröhre vom Radius x umschlingt

$$\frac{x^2 \cdot \pi}{r^2 \cdot \pi} \cdot w_1 \text{ Leiter.}$$

Die Leitfähigkeit der Röhre ist

$$d\,\lambda_{s_i} = \frac{d_x}{2\pi x}.$$

Die Kraftlinienzahl der Röhre ist

$$d\,\Phi = 0{,}4\,\pi \cdot \frac{x^2}{r^2} \cdot w_1 \cdot i \cdot \frac{d_x}{2\pi x}.$$

Die hierdurch erzeugte EMK

$$d\,E_{s_{i_1}} = 4 \cdot \frac{x^2}{r^2} \cdot w_1 \cdot 0{,}4\,\pi \frac{x^2}{r^2} \cdot w_1 \cdot i \frac{d_x}{2\pi x} \cdot \nu \cdot 10^{-8} \text{ Volt}/cm.$$

Integriert von x = 0 bis x = r ergibt

$$E_{s_{i_1}} = 0{,}8 \cdot \nu \cdot i \frac{w_1^2}{r^4} \cdot 10^{-8} \int_0^r x^3 \cdot d\,x$$

$$E_{s_{i_1}} = 0{,}8 \cdot \nu \cdot i \frac{w_1^2}{r^4} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{r^4}{4}$$

$$E_{s_{i_1}} = 0{,}2 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt}/cm.$$

Für die ganze Spule ist die Länge der Wickelköpfe = 2 l_s, also

$$E_{si} = 0{,}4\,\nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \cdot l_s \text{ Volt}$$

$$4 \cdot i \cdot \nu \cdot L_{si} = 0{,}4\,\nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \cdot l_s$$

$$L_{si} = 0{,}1 \cdot w_1^2 \cdot l_s \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Multipliziert und dividiert man die Gleichung mit L_e, so wird

$$L_{si} = 0{,}1 \cdot w_1^2 \left(\frac{l_s}{L_e}\right) \cdot L_e \cdot 10^{-8} \text{ Henry.} \qquad (4)$$

Die Kraftlinien außerhalb des Querschnittes vom Radius r umschlingen alle w_1 Windungen, die Leitfähigkeit der Röhre im Abstand x (Abb. 7), ist

$$d\,\lambda_{sa} = \frac{d_x}{2\,\pi\,x}.$$

Der Radius der kleinsten Kraftröhre ist x = r, derjenige der größten wird zu 0,32 der Polteilung angenommen. Die obere Grenze ist daher

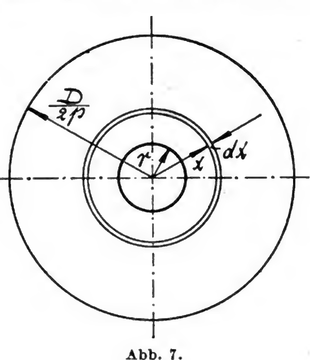


Abb. 7.

$$x = 0{,}32 \frac{D \cdot \pi}{2\,p} = \frac{D}{2\,p}$$

$$d\,\Phi = 0{,}4\,\pi \cdot w_1 \cdot i \frac{d_x}{2\,\pi\,x}$$

$$d\,E_{s_{a_1}} = 4 \cdot w_1 \cdot 0{,}4\,\pi \cdot w_1 \cdot i \frac{d_x}{2\,\pi\,x} \cdot \nu \cdot 10^{-8} \text{ Volt}/cm.$$

$$E_{s_{a_1}} = 0{,}8 \cdot w_1^2 \cdot \nu \cdot i \cdot 10^{-8} \int_r^{\frac{D}{2p}} \frac{d_x}{x}$$

$$E_{s_{a_1}} = 0{,}8 \cdot w_1^2 \cdot \nu \cdot i \cdot 10^{-8} \left| l_n\, x \right|_r^{\frac{D}{2p}}$$

$$E_{s_{a_1}} = 0{,}8 \cdot 2{,}3 \cdot w_1^2 \cdot \nu \cdot i \cdot 10^{-8} \log \frac{D}{2p \cdot r}.$$

Setzt man noch $r = \frac{b_n}{2}$ = halbe Nutweite, so wird

$$E_{s_{a_1}} = 1{,}84\, w_1^2 \cdot \nu \cdot i \cdot 10^{-8} \log\left(\frac{D}{p \cdot b_n}\right) \text{Volt}/cm.$$

Für die Länge $2\,l_s$ wird die EMK

$$E_{s_a} = 3{,}68 \cdot w_1^2 \cdot \nu \cdot i \cdot l_s \cdot 10^{-8} \log\left(\frac{D}{p \cdot b_n}\right) \text{Volt}$$

$$4\,i \cdot \nu \cdot L_{s_a} = 3{,}68 \cdot w_1^2 \cdot \nu \cdot i \cdot l_s \cdot \log\left(\frac{D}{p \cdot b_n}\right) \cdot 10^{-8},$$

woraus

$$L_{s_a} = 0{,}92 \cdot w_1^2 \cdot l_s \cdot \log\left(\frac{D}{p \cdot b_n}\right) \cdot 10^{-8} \text{ Henry}$$

oder

$$L_{s_a} = 0{,}92 \cdot w_1^2 \cdot \left(\frac{l_s}{L_e}\right) L_e \cdot \log \frac{D}{p \cdot b_n} \cdot 10^{-8} \text{ Henry.} \qquad (5)$$

Summiert man die Teilkoeffizienten, also die Gleichungen (2) bis (5), so wird

$$L = w_1^2 \cdot L_e \cdot 10^{-8} \left[\frac{1{,}6 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{h_n}{b_n} + 3{,}68 \cdot \log\left(\frac{\tau - b_p}{b_n}\right) + \frac{l_s}{L_e}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{D}{p \cdot b_n}\right)\right].$$

Bezeichnet man die eckige Klammer zur Abkürzung mit ψ_1, so erhält man die gesuchte Gleichung für ψ_1 auf Seite 210:

$$\psi_1 = 1{,}675 \frac{h_n}{b_n} + 3{,}68 \log\left(\frac{\tau - b_p}{b_n}\right) + \frac{l_s}{L_e}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{D}{p \cdot b_n}\right).$$

Steht in der neutralen Zone ein Wendepol, so ändert sich in vorstehender Gleichung das zweite Glied, und zwar wird dieses Glied, wegen des Vorhandenseins von Eisen in der neutralen Zone, größer.

Pohl berücksichtigt nur die Kraftlinien in dem Gebiet von $x = \frac{b_n}{2}$ bis $x = \frac{b_w}{2}$ (Abb. 8). Die Länge der Kraftlinien in der Luft beträgt in diesem Gebiet $2 \cdot \delta_w$ *cm*. Die Leitfähigkeit wird daher

$$d\,\lambda_k = \frac{d_x}{2 \cdot \delta_w}$$

$$d\,\Phi = 0{,}4\,\pi \cdot 2 \cdot w_1 \cdot i \cdot \frac{d_x}{2 \cdot \delta_w}$$

$$d\,E_{sk_1} = 4 \cdot w_1 \cdot 0{,}4\,\pi \cdot 2\,w_1 \cdot i \cdot \frac{d_x}{2 \cdot \delta_w} \cdot \nu \cdot 10^{-8}$$

$$E_{sk_1} = 1{,}6\,\pi \cdot \nu \cdot i \cdot \frac{w_1^{\,2}}{\delta_w} \cdot 10^{-8} \int_{\frac{b\,n}{2}}^{\frac{b\,w}{2}} d_x$$

$$E_{sk_1} = 1{,}6\,\pi \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^{\,2} \cdot 10^{-8} \left(\frac{b_w - b_n}{2 \cdot \delta_w}\right)$$

$$E_{sk_1} = 0{,}8\,\pi \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^{\,2} \left(\frac{b_w - b_n}{\delta_w}\right) \cdot 10^{-8} \text{ Volt}/cm$$

Abb. 8.

Gesamte EMK für die Länge $2\,L_e$

$$E_{sk} = 1{,}6\,\pi \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^{\,2} \cdot L_e \left(\frac{b_w - b_n}{\delta_w}\right) \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

$$4\,\nu \cdot i \cdot L_k' = 1{,}6\,\pi \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^{\,2} \cdot L_e \frac{b_w - b_n}{\delta_w} \cdot 10^{-8},$$

woraus

$$L_k' = 1{,}256 \cdot w_1^{\,2} \cdot L_e \frac{b_w - b_n}{\delta_w} \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Bei Wendepolmaschinen ist also statt $3{,}68 \cdot \log \frac{\tau - b_p}{b_n}$ zu setzen:

$$1{,}256 \frac{b_w - b_n}{\delta_w},$$

so daß sich ergibt

$$\psi_1' = 1{,}675 \frac{h_n}{b_n} + 1{,}256 \frac{b_w - b_n}{\delta_w} + \frac{l_s}{L_e}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{D}{p \cdot b_n}\right)$$

Gleichung für ψ_1' Seite 231.

Berücksichtigt man noch die Kraftlinien in dem Bereich von $\frac{b_w}{2}$ bis $\frac{\tau - b_p}{2}$, so kommt zu obigem L_k' noch L_k'' hinzu. In dieser Zone ist die Leitfähigkeit

$$d\,\lambda_k = \frac{d_x}{\pi \cdot x - b_w} = \frac{d_x}{\pi\left(x - \frac{b_w}{\pi}\right)}$$

$$d\,\Phi = 0{,}4\,\pi \cdot 2\,w_1 \cdot i \frac{d_x}{\pi\left(x - \frac{b_w}{\pi}\right)} = 0{,}8 \cdot w_1 \cdot i \frac{d_x}{x - \frac{b_w}{\pi}}$$

$$d\,E_{sk_1} = 4 \cdot w_1 \cdot 0{,}8 \cdot w_1 \cdot i \frac{d_x}{x - \frac{b_w}{\pi}}\,\nu \cdot 10^{-8}$$

$$E_{sk_1} = 3{,}2 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \int_{\frac{bw}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}} \frac{d_x}{x - \frac{b_w}{\pi}}.$$

Wir setzen $x - \frac{b_w}{\pi} = z$, also $\frac{d_z}{d_x} = 1$ oder $d_z = d_x$

$$\int_{\frac{bw}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}} \frac{d_x}{x - \frac{b_w}{\pi}} = \int_{\frac{bw}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}} \frac{d_z}{z} = \Big| l_n\, z \Big|_{\frac{bw}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}} = \Big| \ln\left(x - \frac{b_w}{\pi}\right)\Big|_{\frac{bw}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}}$$

$$\int_{\frac{bw}{2}}^{\frac{\tau - bp}{2}} \frac{d_x}{x - \frac{b_w}{\pi}} = l_n\left(\frac{\tau - b_p}{2} - \frac{b_w}{\pi}\right) - l_n\left(\frac{b_w}{2} - \frac{b_w}{\pi}\right)$$

$$= l_n \frac{\frac{\tau - b_p}{2} - \frac{b_w}{\pi}}{b_w\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\right)} = 2{,}3 \log\left(\frac{\frac{\tau - b_p}{2\,b_w} - \frac{1}{\pi}}{0{,}182}\right)$$

$$= 2{,}3 \log\left(2{,}75\,\frac{\tau - b_p}{b_w} - 1{,}75\right)$$

$$E_{sk_1} = 3{,}2 \cdot 2{,}3 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \log\left(2{,}75\,\frac{\tau - b_p}{b_w} - 1{,}75\right).$$

Für die Länge 2 L_e wird die EMK

$$E_{sk} = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 2{,}3 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \log\left(2{,}75 \frac{\tau - b_p}{b_w} - 1{,}75\right) \cdot L_e \text{ Volt}$$

$$4\,\nu \cdot i \cdot L_k'' = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 2{,}3 \cdot \nu \cdot i \cdot w_1^2 \cdot 10^{-8} \log\left(2{,}75 \frac{\tau - b_p}{b_w} - 1{,}75\right) \cdot L_e$$

woraus

$$L_k'' = 3{,}68 \cdot L_e \cdot w_1^2 \log\left(2{,}75 \frac{\tau - b_p}{b_w} - 1{,}75\right) \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Statt des Ausdruckes $\frac{l_s}{L_e}\left(0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{D}{p \cdot b_n}\right)$ setzt man genauer

$$\frac{l_s}{L_e} \cdot 0{,}92 \log \frac{\pi \cdot \tau}{h_n + b_n}.$$

Mit

$$\tau = \frac{D \cdot \pi}{2\,p}$$

ergibt sich

$$\frac{l_s}{L_e} \cdot 0{,}92 \cdot \log \frac{4{,}9\,D}{p(h_n + b_n)}.$$

Wird also $h_n = 3\,b_n$, so ergibt sich

$$\frac{l_s}{L_e} \cdot 0{,}92 \log \frac{1{,}22\,D}{p \cdot b_n}.$$

Für D = 80 *cm*, 2 p = 4 und b_n = 1,1 *cm* ist z. B.

$$0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{D}{p \cdot b_n} = 0{,}1 + 0{,}92 \log \frac{80}{2 \cdot 1{,}1} = 0{,}1 + 1{,}43 = 1{,}53$$

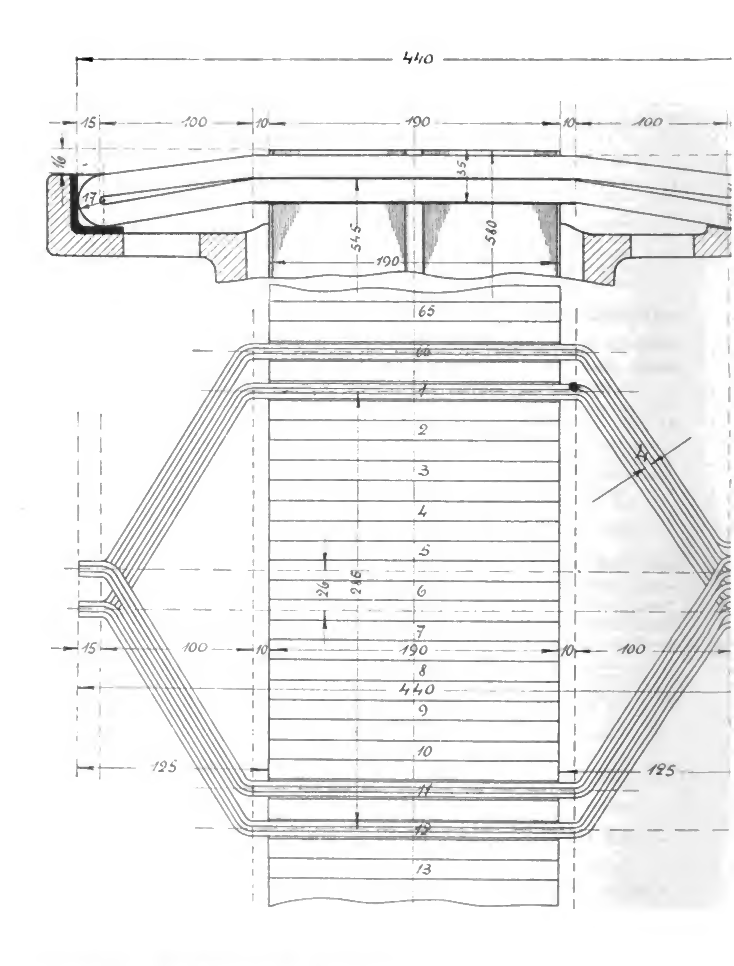
$$0{,}92 \log \frac{1{,}22 \cdot D}{p \cdot b_n} = 0{,}92 \log \frac{1{,}22 \cdot 80}{2 \cdot 1{,}1} = 1{,}52.$$

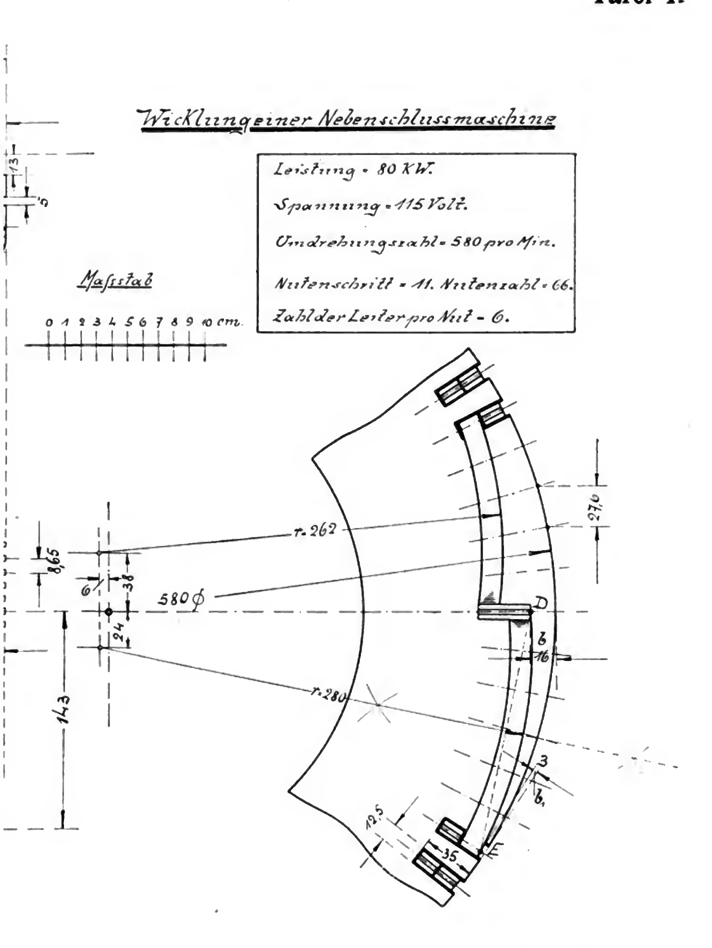
Statt obiger Gleichung für ψ_1' kann man also auch

$$\psi_1' = 1{,}675 \frac{h_n}{b_n} + 1{,}25 \frac{b_w - b_n}{\delta_w} + 3{,}68 \log\left(2{,}75 \frac{\tau - b_p}{b_w} - 1{,}75\right) + 0{,}92 \frac{l_s}{L_e} \log \frac{\pi \cdot \tau}{h_n + b_n}$$

benutzen. Dies ist die Gleichung für ψ_1' auf Seite 230.

Sachregister.

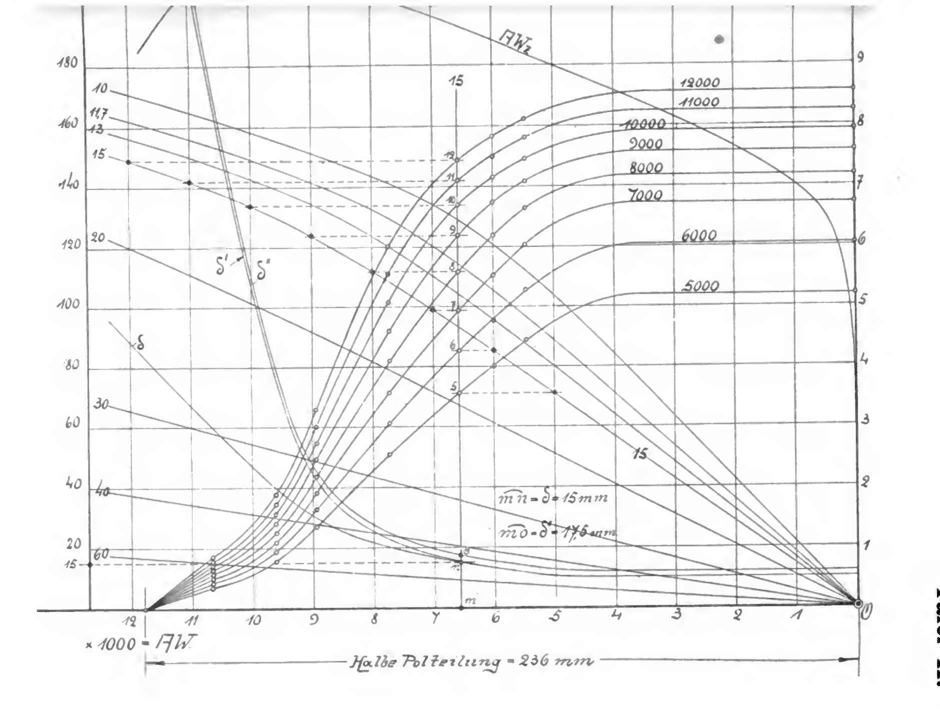

440
15
100
10
190
10
100
16
17
35
545
580
190
65
64
1
2
3
4
5
6
26
286
7
15
100
10
190
10
100
8
440
9
10
125
125
11
12
13



Oskar Leiner in Leipzig.

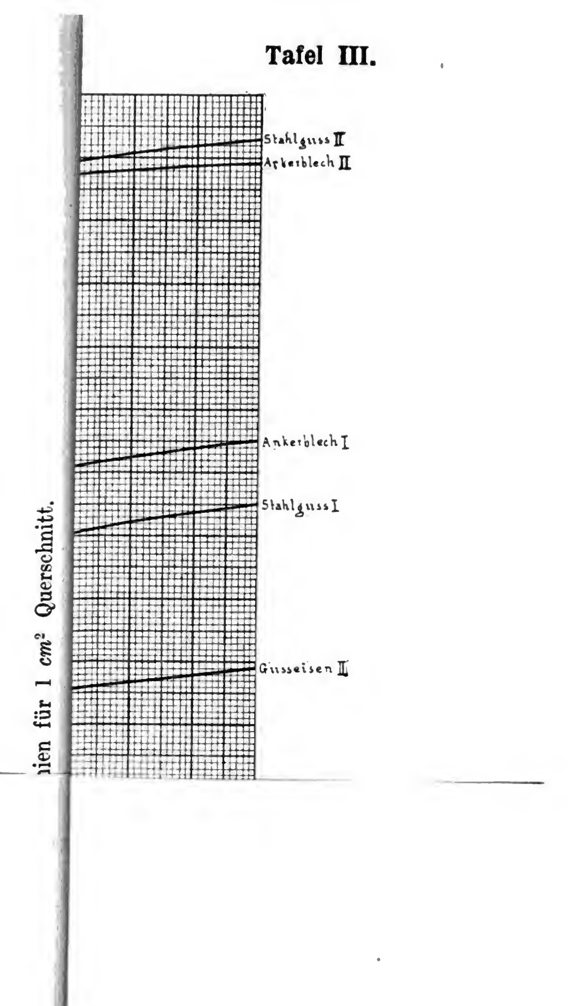
Feldkurven einer leer laufenden Maschine mit excentrischen Polschuhen.

Tafel II.



Oskar Leiner in Leipzig.

Tafel III.


Stahlguss II
Ankerblech II
Ankerblech I
Stahlguss I
Gusseisen II
ien für 1 cm^2 Querschnitt.

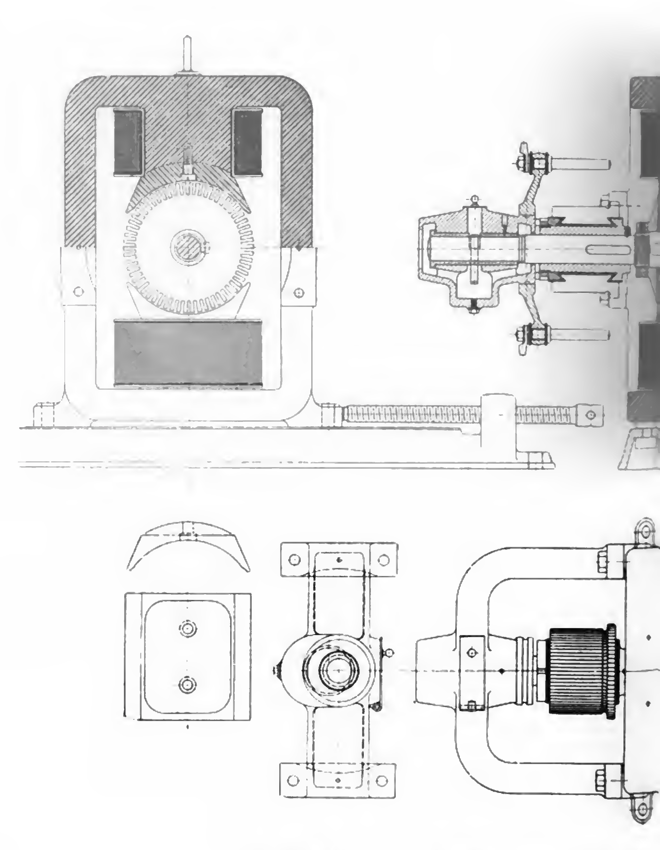
Tafel IV. **Streukoëffizient.**

Leistung in Kilowatt.

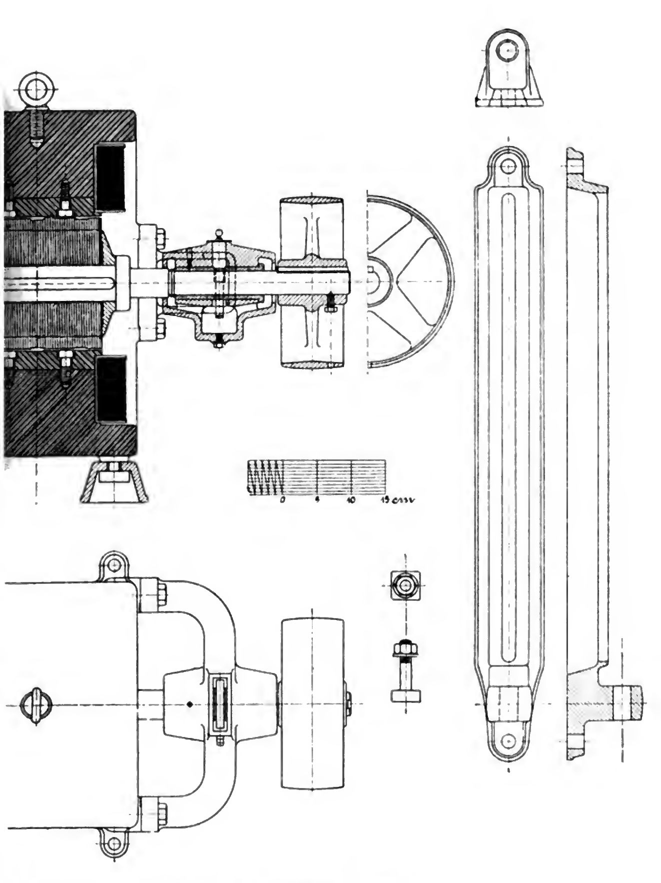
1	5	10	100	500
1,5	1 35	1,3	1,2	—
1,6	1,5	1,4	1,3	—
1,8	1,65	1,5	1,4	—
1,3	1,25	1,2	1,15	—
1,7	1,6	1,5	1,4	—
1,3	1,25	1,2	1,15	1,12

Tafel V. **Draht-Tabelle.**

Durchmesser in *mm*	Querschnitt in mm^2	Gewicht von 1 *km* in *kg*	Widerstände von 100 *m* in Ohm	Durchmesser in *mm*	Querschnitt in mm^2	Gewicht von 1 *km* in *kg*	Widerstände von 100 *m* in Ohm
0,1	0,008	0,069	212,892	3,60	10,18	90,2	0,16450
0,2	0,031	0,279	53,298	3,70	10,75	95,6	0,15604
0,3	0,071	0,629	23,688	3,80	11,34	100,8	0,14758
0,4	0,126	1,118	13,348	3,90	11,95	106,2	0,14006
0,5	0.196	1,745	7,545	4,00	12,57	111,8	0,13348
0,6	0,283	2,52	5,922	4,10	13,20	117,8	0,12690
0,7	0,385	3,41	4,352	4,20	13,85	123,4	0,12032
0,8	0,503	4,47	3,328	4,30	14,52	129,2	0,11468
0,9	0,636	5,67	2,632	4,40	15,20	135,6	0,10998
1,00	0,785	6,98	2,128	4,50	15,90	141,3	0,10528
1,05	0,860	7,69	1,922	4,60	16,62	148,1	0,10058
1,10	0,950	8,42	1,765	4,70	17,35	154,1	0,09682
1,15	1,041	9,20	1,607	4,80	18,10	161,0	0,09212
1.20	1,131	10,02	1,48	4,90	18,86	168,0	0,08836
1,25	1,229	10,88	1,36	5,0	19,64	174,5	0,07545
1,30	1,327	11,79	1,28	5,5	23,76	212	0,07050
1,35	1,431	12,70	1,166	6,0	28,27	252	0,05922
1,40	1,539	13,64	1,081	6,5	33,18	294	0,05038
1.45	1,631	14,63	1,017	7,0	38,14	341	0,04352
1,50	1,767	15,67	0,949	7,5	44,18	392	0,03788
1,55	1,887	16,80	0,864	8,0	50,27	447	0,03328
1,60	2,011	17,90	0,8272	8,5	56,74	505	0,02952
1,65	2,138	19,05	0,7802	9,0	63.62	567	0,02632
1,70	2,270	20,20	0,7332	9,5	70,88	629	0,02359
1,75	2,405	21,43	0,6956	10,0	78,55	698	0,02124
1,80	2,544	22,65	0,6580	10,4	85	756	0,0196
1,85	2,688	23,86	0,6204	10,7	90	801	0,0185
1,90	2,835	25,24	0,5922	11,0	95	845,5	0,0176
1,95	2,982	26,85	0,5612	11,3	100	890	0,0166
2,00	3,142	27,90	0,53298	11,8	110	979	0,0152
2,10	3,464	30,80	0,4794	12,35	120	1068	0,0139
2,20	3,976	33,80	0,4418	12,87	130	1137	0,0128
2,30	4,155	36,90	0,4042	13,35	140	1246	0,0119
2,40	4,524	40,30	0,3666	13,81	150	1335	0,0111
2,50	4.909	43,60	0,34028	14,27	160	1424	0,0104
2,60	5,309	47,30	0,3196	14,7	170	1513	0,0098
2,70	5,726	51,00	0,2914	15,15	180	1602	0,00927
2,80	6,158	54,80	0,2726	15,5	190	1691	0,0088
2,90	6,605	58,9	0,2538	15,95	200	1780	0,00835
3,00	7,069	62,9	0,23688	16,7	220	1958	0,00760
3,10	7,548	67,1	0,22090	17,5	240	2136	0,00695
3,20	8,043	71,6	0,20774	18,2	260	2314	0,00641
3,30	8,553	76,1	0,19552	18,9	280	2492	0,00596
3,40	9,08	80,8	0,18424	19,5	300	2670	0,00556
3,50	9,62	85,8	0,17390				

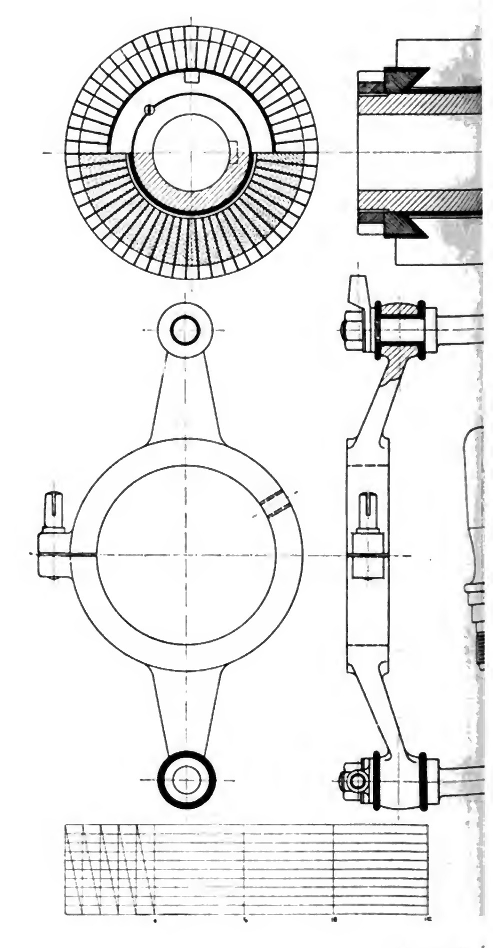


6 KW-Nebenschlußmaschine. 115 Volt.



)0 Touren. (Beispiel 1 auf Seite 289.)

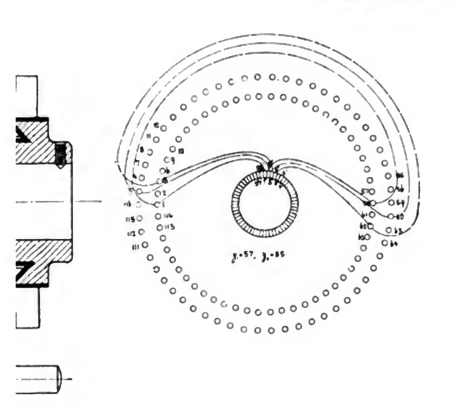
Oskar Leiner in Leipzig.

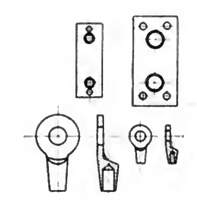


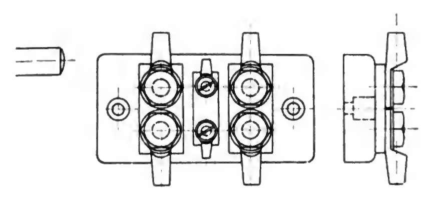
Teile zu [illegible]

Schmidt-Ulm, Gleichstrom-Dynamomaschinen.

Tafel VII.

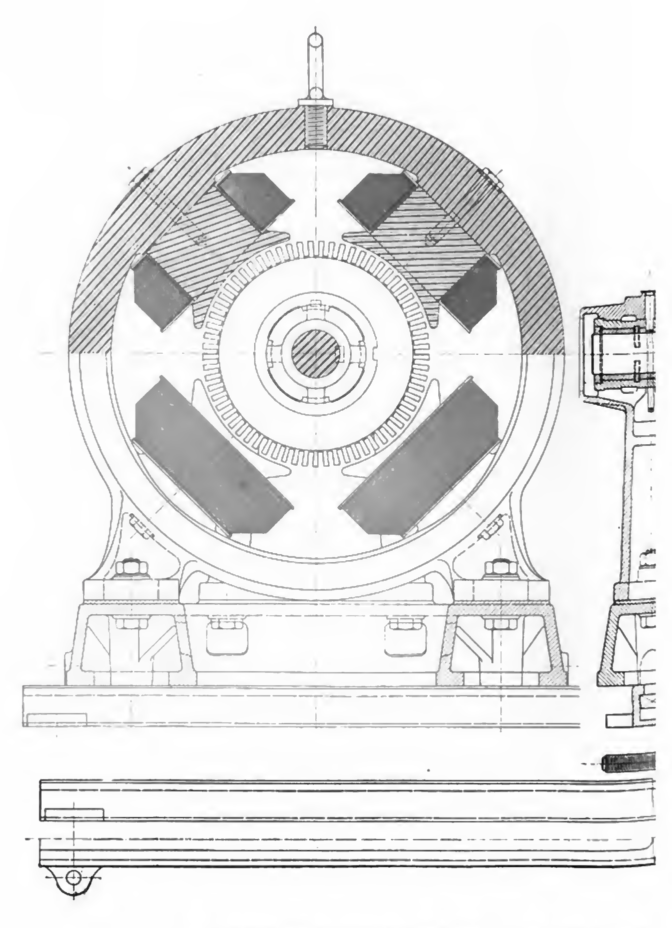






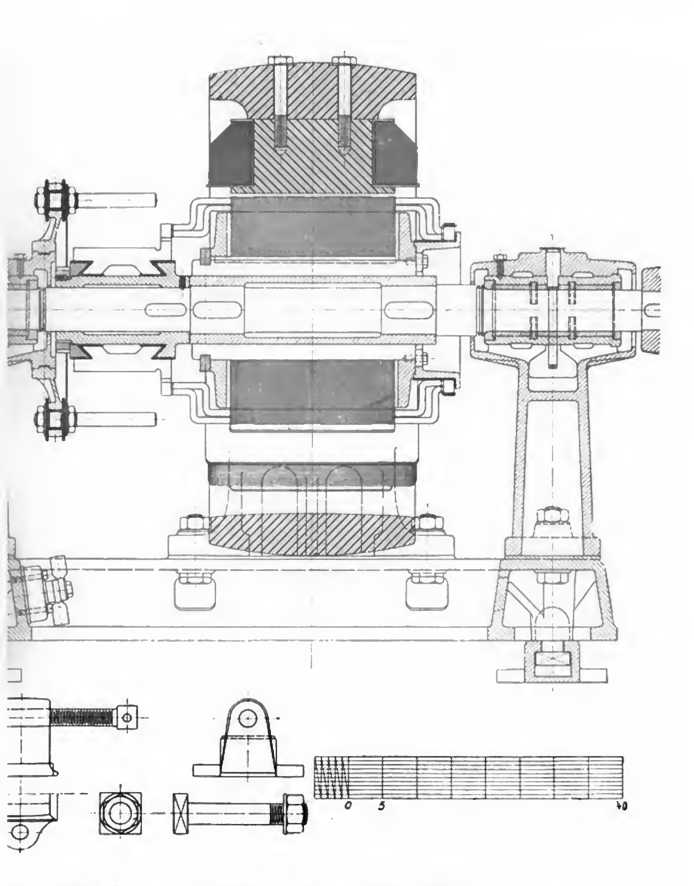
VI.

Oskar Leiner in Leipzig.



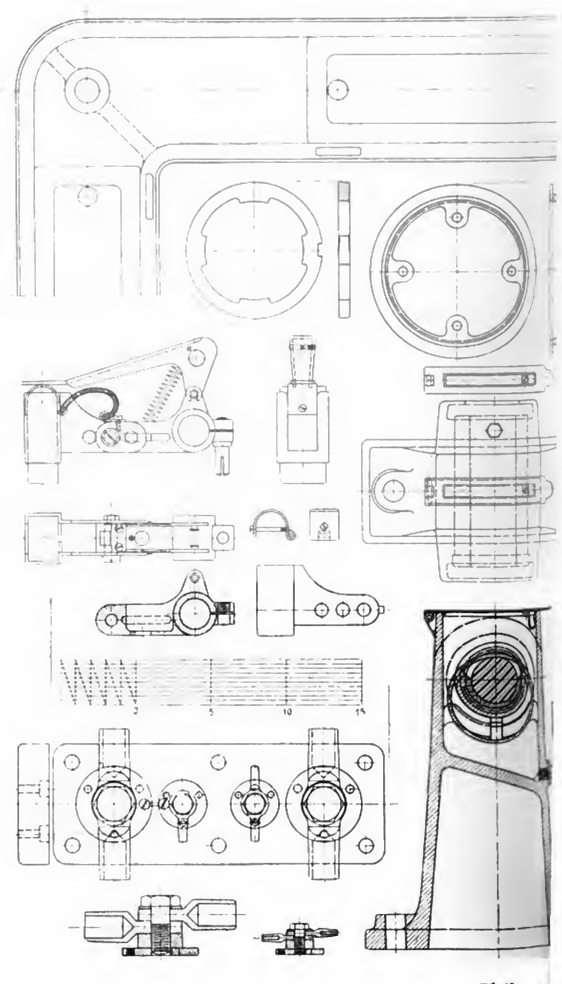
30 KW-Nebenschlußmaschine. 115 Volt, 260

Schmidt-Ulm, Gleichstrom-Dynamomaschinen.



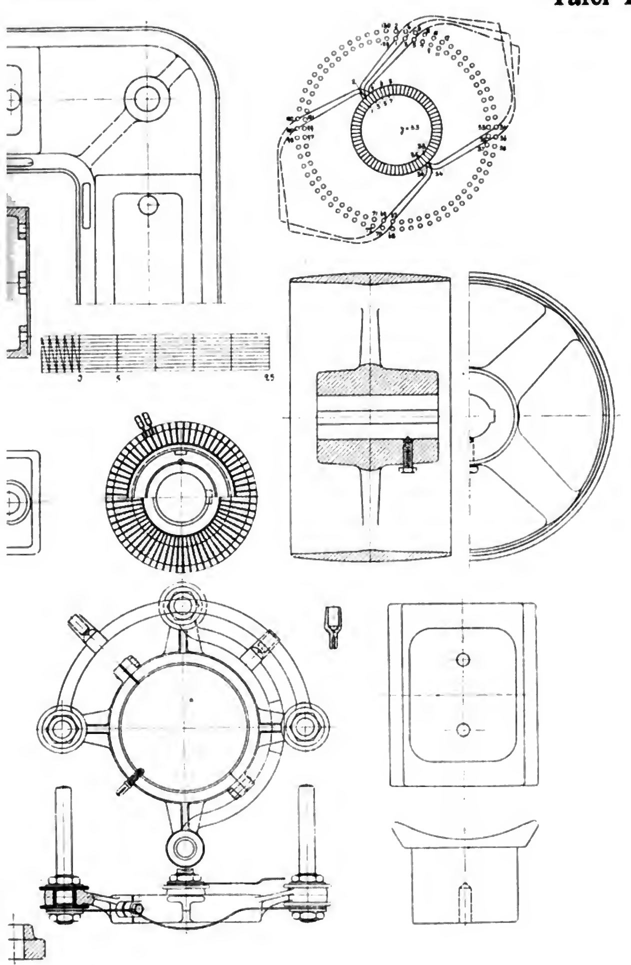
›ere, 900 Touren. (Beispiel 2 auf Seite 302.)

Oskar Leiner in Leipzig.



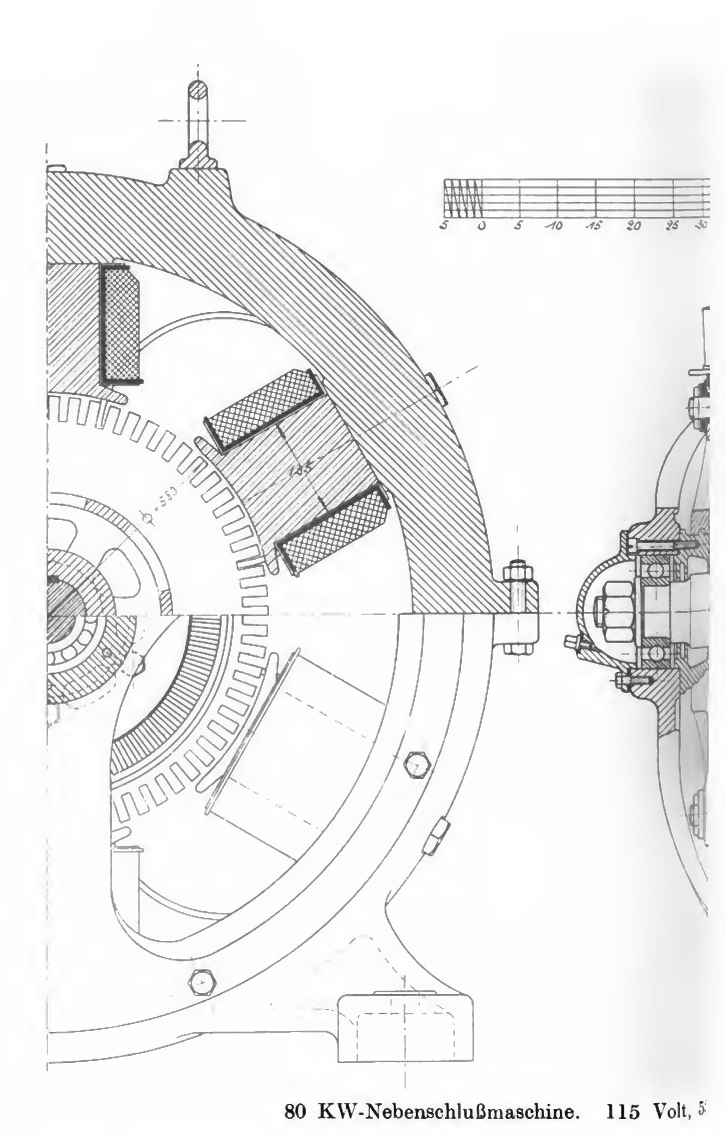
Teile zu

Tafel IX.

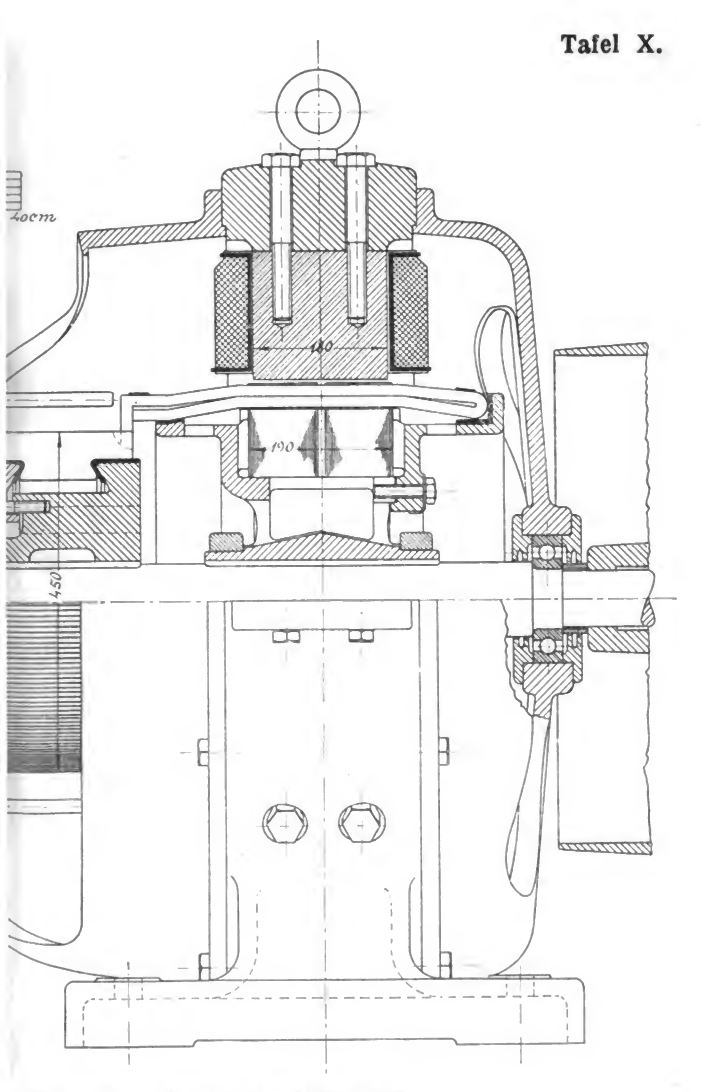


afel VIII.

Oskar Leiner in Leipzig.

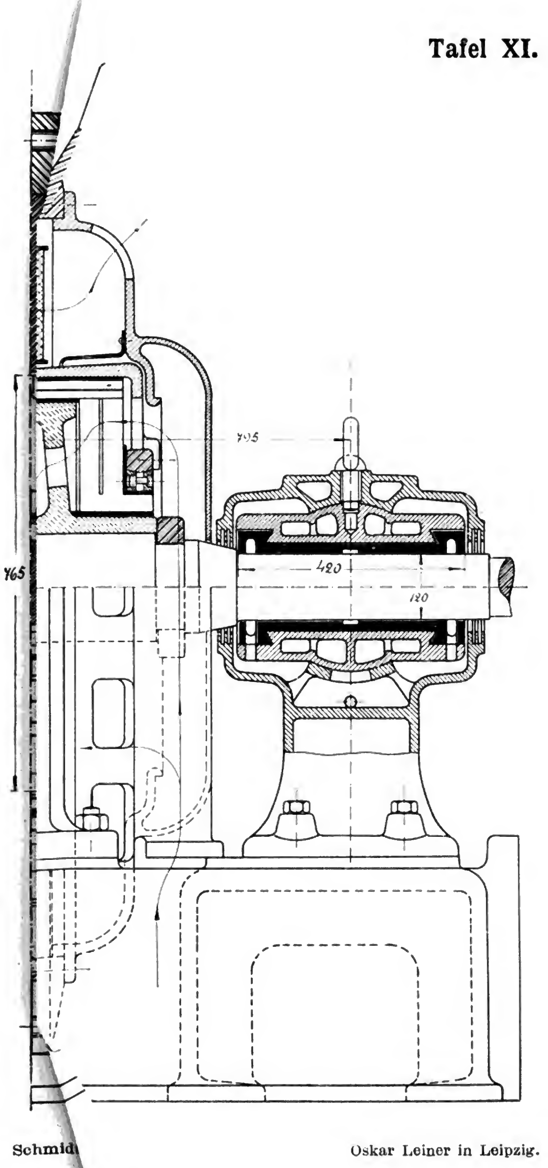


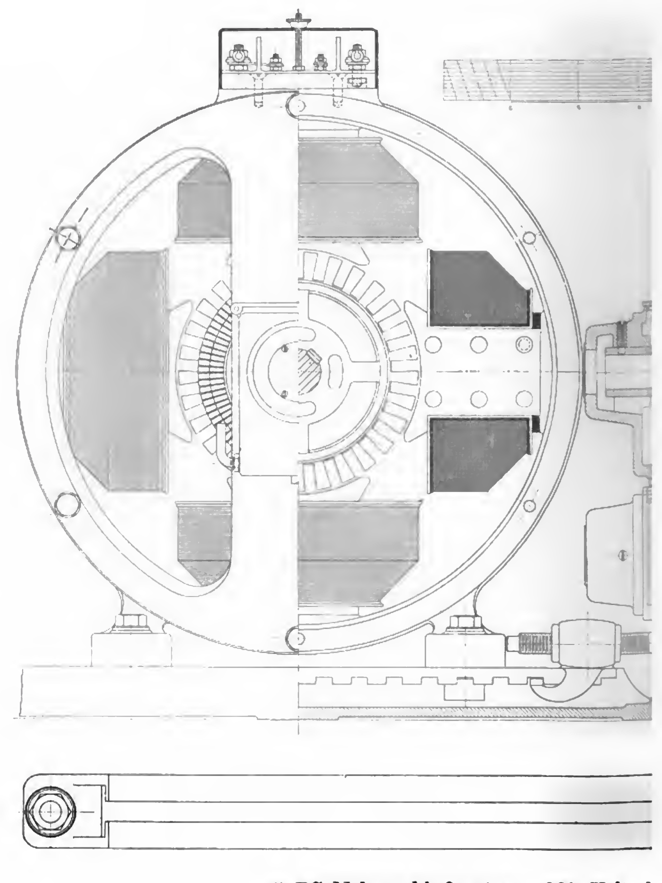
80 KW-Nebenschlußmaschine. 115 Volt, 5



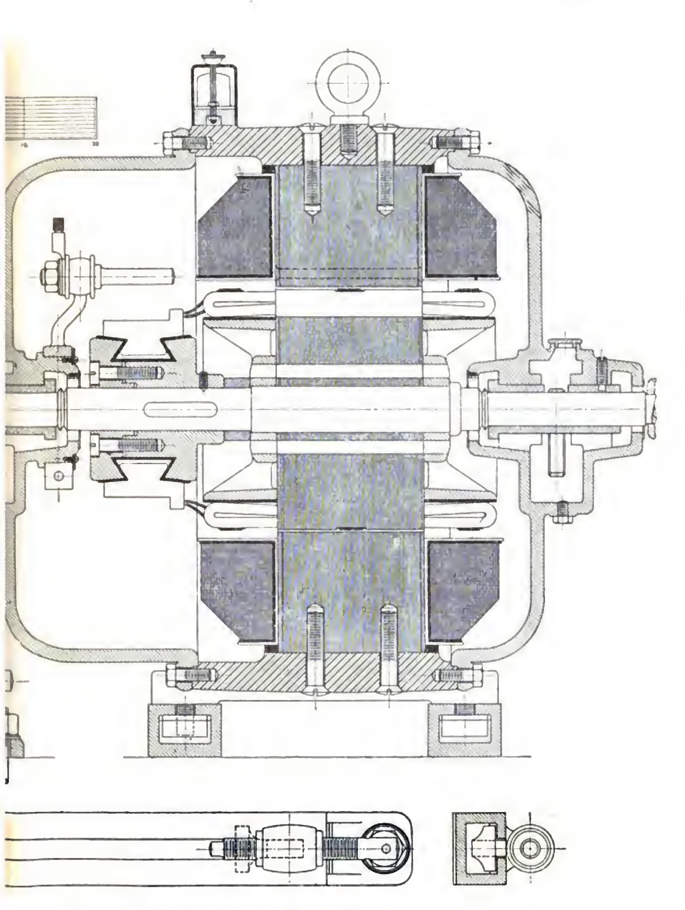
mdrehungen. (Beispiel 3 auf Seite 312.)

Oskar Leiner in Leipzig.


795
420
120
465

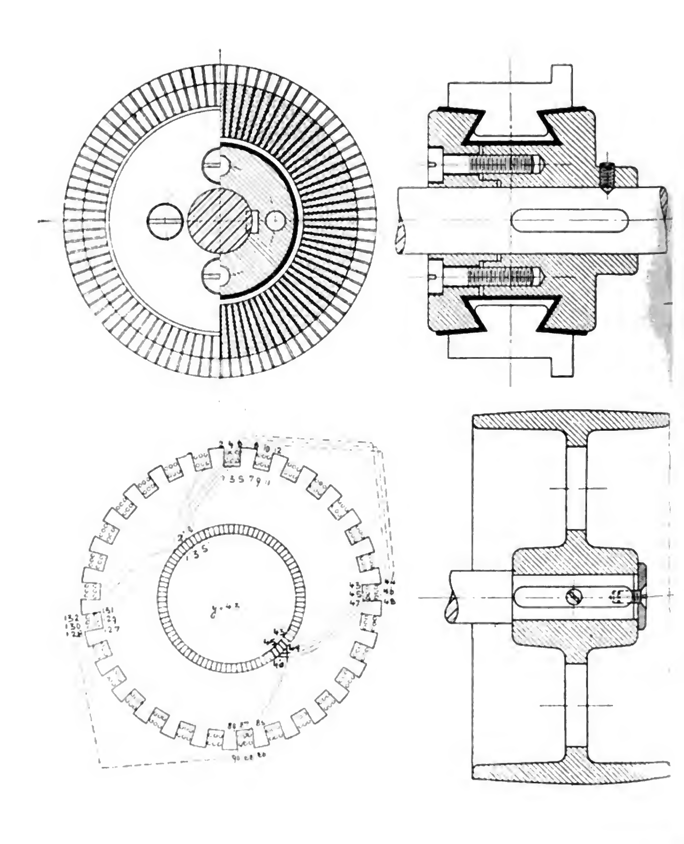


5 PS-Nebenschlußmotor. 220 Volt, 1



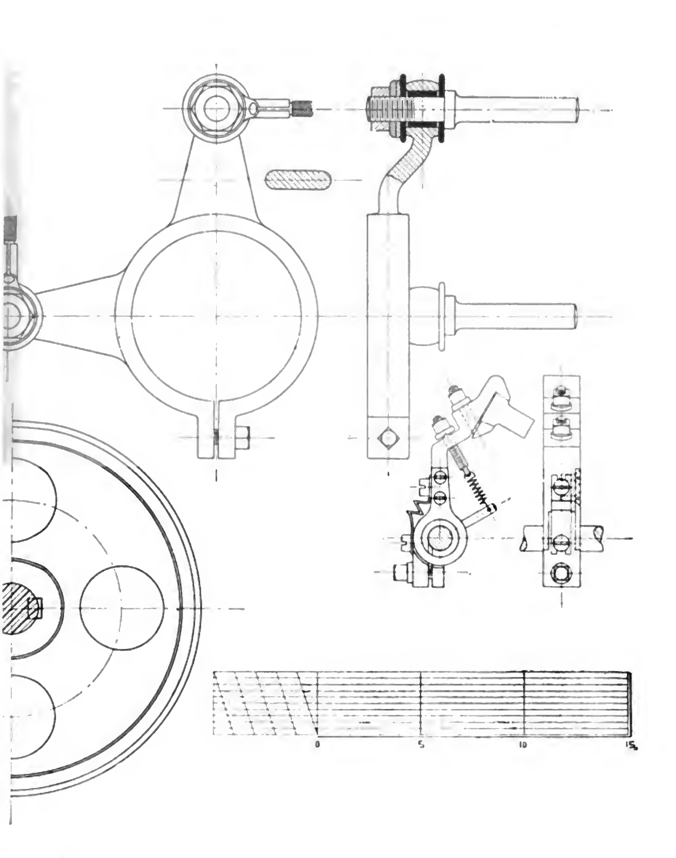
) Touren. (Beispiel 6 auf Seite 346.)

Oskar Leiner in Leipzig.



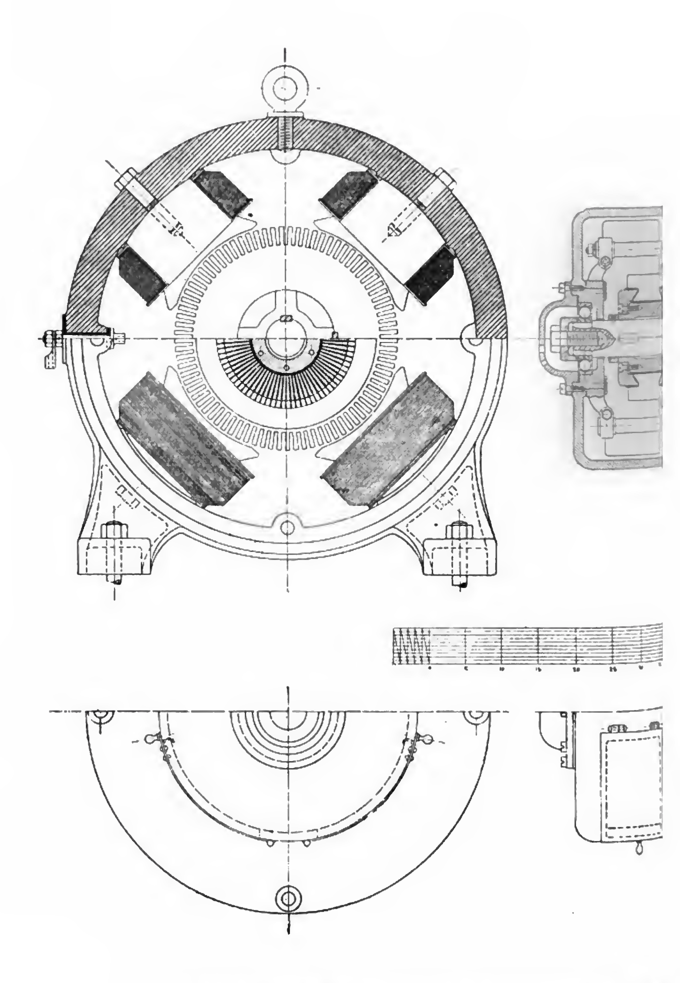
Teile zu

Tafel XIII.

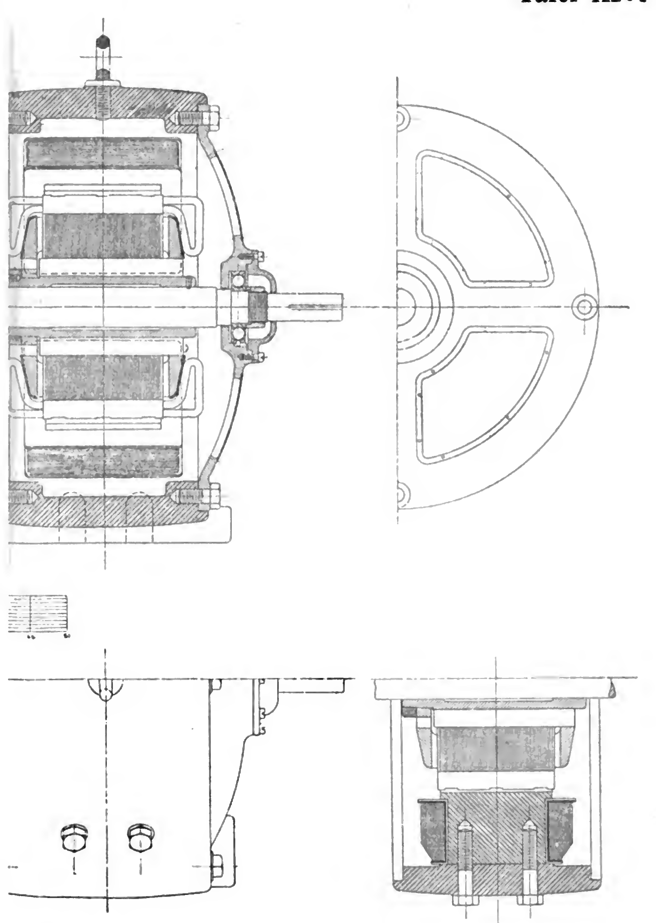


fel XII.

Oskar Leiner in Leipzig.

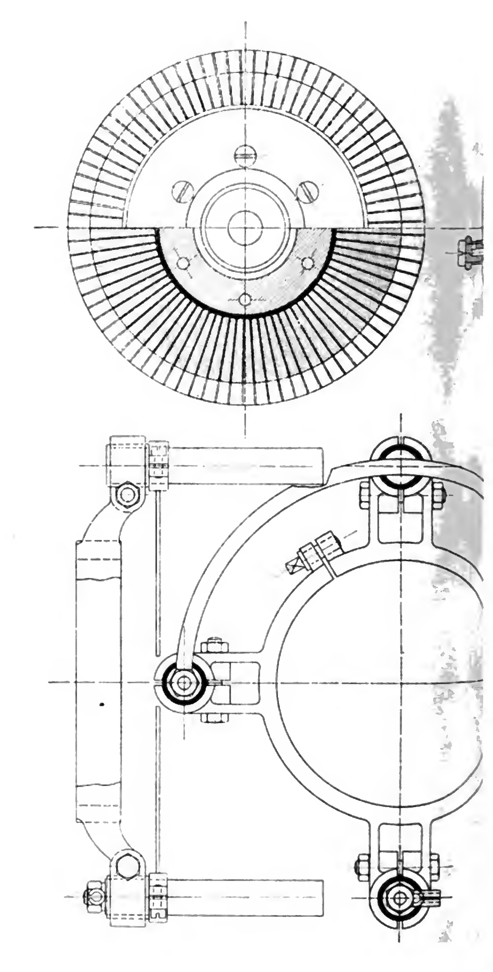


10 PS-Hauptstrommotor für intermittierenden Betr



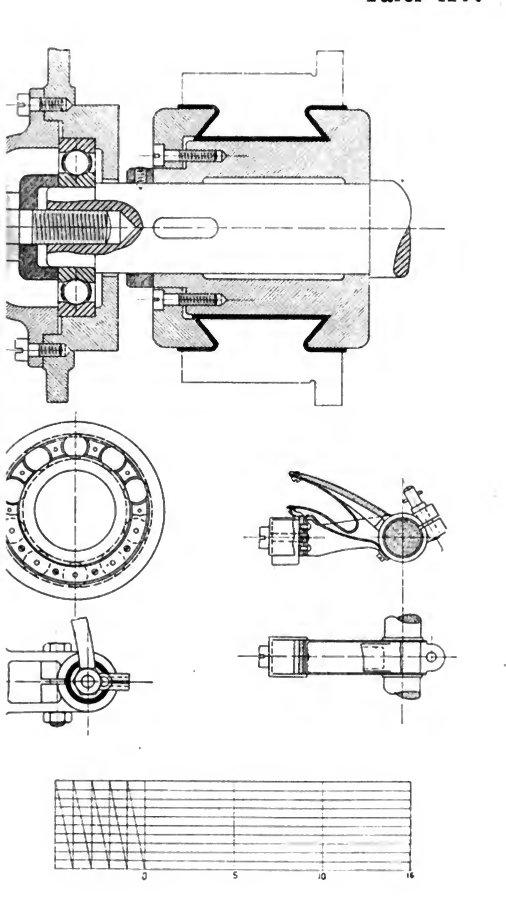
220 Volt, 600 Touren. (Beispiel auf Seite 361.)

Oskar Leiner in Leipzig.



Teile zu

Tafel XV.



el XIV.

Oskar Leiner in Leipzig.



Verlagsbuchhandlung von Oskar Leiner in Leipzig.

Die Wärmekraftmaschinen. **Ein Lehrbuch über Kolbendampfmaschinen, Dampfturbinen und Verbrennungskraftmaschinen für technische Schulen und den Selbstunterricht.** Von Dr.-Ing. **Charles Steuer,** Kgl. Oberlehrer an der höheren Maschinenbauschule in Posen. 264 S. Mit 288 Abb. und 7 Tafeln. ℳ **8.50,** geb. ℳ [illegible]**.50**

Die vorliegende Veröffentlichung ist hauptsächlich dazu bestimmt, dem angehenden Ingenieur und Techniker als Leitfaden zur Einführung in das große Gebiet der Wärmekraftmaschinen zu dienen. Zum Verständnis des Buches genügt die Kenntnis der elementaren Mathematik, Festigkeitslehre und Mechanik und zwar ist zur Erleichterung der Einarbeitung eine kurze Zusammenstellung der wichtigsten und notwendigen Formeln aus der Mechanik und Wärmelehre vorweggenommen. Das Lehrbuch zerfällt in drei Hauptabschnitte: Kolbendampfmaschinen, Dampfturbinen und Verbrennungskraftmaschinen.

Die Wirkungsweise und Konstruktion der ortsfesten Verbrennungs-Kraftmaschinen mit einem Anhang über die Gasturbine von Diplom-Ingenieur **Hans Bergner,** Dozent am Technikum Altenburg, S.-A. 8⁰. 178 S. mit 92 Abbildungen. ℳ **3.25,** geb. ℳ **3.75**

Trotz des verhältnismäßig geringen Umfanges ist die im Titel gekennzeichnete Abhandlung vollständig. Es sind alle in Betracht kommenden Maschinen kurz, aber verständlich erklärt und sogar die wichtigsten Nachrechnungen an Zahlenbeispielen durchgeführt. Unter den Abbildungen dienen verschiedene graphische Darstellungen der Unterstützung des Verständnisses für die Wirkungsweise, andere stellen die besprochenen Maschinen dar. Für die rasche Orientierung eignet sich das Bändchen durch die bemerkenswerte Klarheit der Ausdrucksweise.

Zeitschrift d. Österreichischen Ingenieur- u. Architekten-Vereins.

Schiffsmaschinen **deren Berechnung und Konstruktion** von Ingenieur **Alb. Bodenmüller,** Bürochef der Stettiner Maschinenbau-Act.-Ges. „Vulcan". 8⁰. 208 Seiten mit 125 Abbildungen. ℳ **4.80,** geb. ℳ **5.25**

Uneingeschränktes Lob sowohl hinsichtlich des Aufbaues der ganzen Handlung als auch der dem Text beigegebenen Schnitt- und schematischen Skizzen möchte ich dem vorliegenden Werk spenden. Dieses von einem Ingenieur der Stettiner Maschinenbau-Akt.-Ges. Vulkan verfaßte Buch atmet in allen seinen Teilen den Erfahrenen, der sich bemüht dem angehenden Konstrukteur sein Bestes zu bieten. Im Vergleich mit ähnlichen Werken enthält das vorliegende sogar etwas Neues, den „Gegenpropeller" und dann weiter sind die in den Text eingefügten Konstruktionszeichnungen Ausführungen obengenannter im Schiffsbau so hervorragenden Firma.

Praktischer Maschinen-Konstrukteur.

Schiffshilfsmaschinen, **deren Berechnung und Konstruktion.** Von Ing. **Albert Bodenmüller,** Bürochef der Stettiner Maschinenbau A.-G. „Vulcan" gr. 8⁰. 246 Seiten mit 200 Abbildungen und Tafeln. ℳ **9.—,** geb. ℳ **10.—**

Der Verfasser kennt die [illegible] des „Hilfsmaschinenbaues" aus eigener und offenbar gründlicher Erfahrung. Nur so vermochte er die Stellung über den Stoff zu gewinnen und dem Leser die Klarheit zu vermitteln, die derartige Werke oft vermissen lassen. Das Buch kann nach Inhalt und [illegible] des Stoffes den besten [illegible] auf diesem Gebiete an die Seite gestellt werden. Nicht nur für den Konstrukteur sondern für jeden in der Praxis stehenden [illegible] hat das Werk einen dauernden Wert und ist die Anschaffung jedem empfohlen.

Norddeutsche Maschinisten-Zeitung.

[illegible]

Leiner

DRUCK VON OSKAR [illegible]